



Silvia Ferdinand • Martin Kaulich • Falko Wieneke

Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften

2. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 13668

Autoren:

Silvia Ferdinand	Oberstudienrätin	Bottrop
Martin Kaulich	Studiendirektor	Soest
Falko Wieneke	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Essen

Lektorat:

Falko Wieneke, Essen

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neuesten Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

2. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1367-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN + MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig
rkt, 42799 Leichlingen, www.rktypo.com

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: © Sauter Feinmechanik GmbH, Metzingen,
© Fluke Deutschland GmbH, Glottertal

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuchs

- Lernende des Beruflichen Gymnasiums mit dem Schwerpunkt Ingenieurwissenschaften
- Lernende der Höheren Berufsfachschule mit dem Schwerpunkt Ingenieurtechnik
- Lernende der technischen Fachschule mit ingenieurwissenschaftlichen Grundlagenfächern
- Studenten im ingenieurwissenschaftlichen bzw. ingenieurtechnischem Studium

Inhalt

Das **Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften** beinhaltet die technischen Bereiche Bautechnik, Maschinenbautechnik und Elektrotechnik. Es verknüpft die drei Bereiche und bietet die Möglichkeit, übergreifende Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Hierdurch erhalten Lernende einen Einblick in verschiedene Bereiche der Technik und erkennen realitätsnah die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Disziplinen.

Das Tabellenbuch findet insbesondere im Leistungskurs **Ingenieurwissenschaften** des Beruflichen Gymnasiums und in den technischen Fächern des Schwerpunkts **Ingenieurtechnik** der Höheren Berufsfachschule seinen Einsatz.

Der Inhalt des Buches ist in acht Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte angegeben sind. Es ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt.

Grundlage des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften sind die Tabellenbücher Bautechnik, Metall und Elektrotechnik des Verlages. Die Autoren dieses Buches bedanken sich für die Möglichkeit, Seiten der jeweiligen Tabellenbücher zu entnehmen und für das vorliegende Buch anzupassen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Inhaltsverzeichnisse vor den Hauptkapiteln ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält die wichtigsten Begriffe zum schnellen Auffinden der Formeln und Tabellen.

Änderungen und Erweiterungen in der 2. Auflage

- Normänderungen im Kapitel Technische Kommunikation
- Aufnahme des Gebäudeenergiegesetzes (GEG) im Kapitel Bautechnik
- Aktualisierung der PAL-Zyklen in der CNC-Technik
- Umfangreiche Überarbeitung der Kapitel

Die Autoren und der Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften für kritische Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

Frühjahr 2022

Autoren und Verlag

1 Mathematisch
physikalische
Grundlagen

2 Festigkeits-
lehre

3 Technische
Kommunikation

4 Werkstoffe

5 Bautechnik

6 Maschinenbau-
technik

7 Elektrotechnik

8 Arbeitssicherheit
Schutz-
maßnahmen

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematisch-physikalische Grundlagen

9

1.1 Einheiten und Formeln

Einheiten im Messwesen	10
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Fehlerrechnung	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung	17

1.2 Winkel, Dreiecke und Längen

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19
Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammen- gesetzte Länge	20
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge	21

1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vieleck, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse	24
Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohl- zylinder, Pyramide	25
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	26

1.4 Masse und Schwerpunkte

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	27
Linien- und Flächenschwerpunkte	28

1.5 Mechanik

Masse, Dichte, Wichte, Kraft	29
Überlagerung (Superposition) von zwei oder mehreren Kräften	30
Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle	31
Hooke'sches Gesetz	32
Reibung	33
Anziehungskräfte	34
Schiefe Ebene	35

1.6 Bewegung

Geradlinige Bewegung	36
Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente	37
Arbeit, Leistung, Energie	38

1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik

Wirkungsgrad	39
Auswirkung bei Temperaturänderung	39
Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	40

1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung	41
Druckübersetzung, Durchfluss- geschwindigkeit, Zustandsänderung	42

2 Festigkeitslehre

43

2.1 Statik

Gleichgewichtsbedingungen	44
Zustandslinien, Beanspruchungsarten, Grenzspannungen	45
Beanspruchung auf Biegung	46
Flächen- und Widerstandsmomente	47

2.2 Festigkeitslehre in der Bautechnik

Sicherheitskonzept in der Bautechnik	48
Spannungen und Festigkeiten	50
Formänderung, Steifigkeit und Stabilität	52
Lastannahmen	53

2.3 Festigkeitslehre in der Maschinenbautechnik

Beanspruchung auf Zug, Druck, Flächen- pressung	63
Beanspruchung auf Abscherung, Torsion, Biegung	64
Knickung, zusammengesetzte Beanspruchung	65
Beispiel zur Biegebelastung, Belastungsfälle	66
Sicherheitskonzept bei statischer Belastung	67
Sicherheitskonzept bei dynamischer Belastung	68

3 Technische Kommunikation

69

3.1 Koordinatensysteme

Kartesisches Koordinatensystem, Polarkoordinatensystem	70
---	----

3.2 Darstellungen in Zeichnungen

Schriftzeichen	71
Maßstäbe in Bauzeichnungen, Maßstäbe und Radien im Maschinenbau	72
Zeichenblätter, Schriftfelder	73
Linienarten und Linienbreiten in der Bautechnik	74

Linien in Zeichnungen der Maschinentechnik	75
Schraffuren in der Bautechnik	76
Schnittdarstellungen im Maschinenbau	78
Projektionsmethoden	80

3.3 Technische Kommunikation in der Bautechnik

Bemaßung in Bauzeichnungen	82
Treppen	84
Dachformen	87

3.4 Technische Kommunikation in der Maschinenbautechnik

Maßeintragung in Zeichnungen der Maschinenbautechnik	88
Darstellung von Dichtungen und Wälzlagern	96
Darstellung von Sicherungsringen, Federn und Keilwellen	98
Butzen an Drehteilen, Werkstückkanten	99
Freistiche für Werkstückecken	100
Ausläufe und Freistiche für Gewinde	101
Darstellung von Gewinden und Schraubverbindungen	102
Zentrierbohrungen, Rändel	103
Gestaltabweichungen und Rauheitskenngrößen	104
Oberflächenangaben	105
Zuordnung von Rauheitswerten, Rauheit von Oberflächen	107
ISO-System für Grenzmaße und Passungen ..	108
ISO-Passungen	110
Allgemeintoleranzen, Wälzlagerpassungen ..	116
Passungsempfehlungen, Passungsauswahl ..	117
Geometrische Tolerierung	118

3.5 Technische Kommunikation in der Elektrotechnik

Grafische Darstellung von Kennlinien	121
Schaltpläne als funktionsbezogene Dokumente	122
Kennzeichnungen in Schaltplänen	123

Kennbuchstaben der Objekte (Betriebsmittel) in Schaltplänen	124
Kontaktkenzeichnung in Stromlaufplänen ..	125
Stromkreise und Schaltzeichen	126
Allgemeine Schaltzeichen	127
Zusatzschaltzeichen, Schalter in Energieanlagen	128
Schaltzeichen für Mess-, Melde- und Signaleinrichtungen	129
Schaltzeichen für Installationsschaltpläne und Installationspläne	130
Installationsschaltpläne	132
Spulen, Transformatoren, drehende Generatoren	133
Vergleich von Schaltzeichen	134
Kurzzeichen an elektrischen Betriebsmitteln (Beispiele)	136
Hydraulische und pneumatische Elemente ..	137
Elektrische Messgeräte und Messwerke	138
Piktogramme für die Messtechnik	139
Mess-Schaltungen zur Widerstandsbestimmung	140
Messbereichserweiterung	141
Messungen in elektrischen Anlagen	142
Elektrizitätszähler	145
Elektronische kWh-Zähler	146
Oszilloskope	147
Messen mit dem Oszilloskop	148

4 Werkstoffe**149****4.1 Stoffe**

Stoffwerte	150
Periodisches System der Elemente	152

4.2 Werkstoffe in der Bautechnik

Ziegel und Klinker	153
Kalksandsteine	155
Mauersteine aus Beton/Betonsteine	156
Porenbetonsteine	157
Bindemittel	158
Zemente	158
Baukalke	160
Gesteinskörnungen	161
Kornzusammensetzung für Betone	163
Beton	166
Betonstähle	177
Holz	179
Holzwerkstoffe	185
Holzschutz	188
Bauglas, Glas	190
Kunststoffe in der Bautechnik	191

4.3 Werkstoffe in der Maschinenbautechnik

Einteilung der Stähle	193
Bezeichnungssystem der Stähle	194
Stähle – Übersicht	198
Stähle	200
Gusseisenwerkstoffe – Übersicht	208
Gusseisenwerkstoffe	209
Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen – Übersicht	211

Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen	212
Aluminium-Gusslegierungen	215
Schwermetalle – Übersicht	216
Bezeichnungssystem von Schwermetallen ..	217
Kupferlegierungen	218
Verbundwerkstoffe, keramische Werkstoffe ..	220
Sintermetalle	221
Kunststoffe in der Maschinenbautechnik	222

4.4 Werkstoffe der Elektrotechnik

Leitende Werkstoffe der Elektrotechnik (Nichteisenmetalle)	229
Magnetisierungskennlinien	230
Magnetwerkstoffe	231
Lote, Thermobimetalle, Kohlebürsten	232
Kontaktwerkstoffe, Freileitungen	233
Isolierstoffe	234
Hilfsstoffe	236
Starkstromleitungen	238
Weitere Leitungen für feste Verlegung	240
Leitungen zum Anschluss ortsveränderlicher Betriebsmittel	241
Leitungen und Kabel für Melde- und Signalanlagen	242
Leitungen in Datennetzen	243
Code zur Farbkennzeichnung, Starkstromkabel	244
Steckvorrichtungen der Energietechnik	245
Steckverbinder	246

5.1 Baurecht		Bauliche Schutzmaßnahmen	295
Kosten von Hochbauten	248	Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	297
Grundflächen	250	Feuchteschutztechnische Berechnungen	297
Rauminhalte	251	Wasserdampfsättigungsdruck und -menge	299
Wohnflächenverordnung	253	Sättigungsdruck und -menge in Abhängigkeit von der Temperatur	299
Baugesetzbuch	254	Wasserdampfsättigungsdruck p_{sat} in Abhängigkeit von der Temperatur	300
Elemente des Baurechts	255	Luffeuchte	301
Maß der baulichen Nutzung (BauNVO)	257	Schimmelbildung	303
5.2 Betonbau, Stahlbetonbau und Spannbetonbau		Schallschutz	305
Bemessung von Beton	258	Schalldämmung	306
Bemessung der Querkraft	263	Brandschutz	310
Biegen von Betonstählen	264	5.4 Mauerwerksbau	
Querkraftbewehrung	264	Maßordnung im Hochbau	319
Querkraftbewehrung/Bügel	265	Gemauerte Wände	320
Konstruktionshinweise für Balken und Platten	265	Charakteristische Druckfestigkeiten von Mauerwerk	321
Querschnittstafeln für Balken- und Platten- bewehrungen	266	Vereinfachte Bemessungsmethode für tragende Mauerwände	322
Betonstahlmatten	267	Kelleraußenwände	324
5.3 Bauphysik		Nicht tragende innere Trennwände	325
Bauphysik – Übersicht	268	Statische und konstruktive Maßnahmen	326
Dämmstoffe	269	5.5 Holzbau	
Dichtstoffe und Sperrstoffe	270	Einstufungen im Holzbau	327
Wärmeschutztechnische Rechenwerte	271	Festigkeitswerte	328
Wärme- und feuchteschutztechnische Bemessungswerte	273	Bemessungsregeln	329
Wärmeschutz	274	Querschnittswerte	330
Luftschichten	276	Zimmermannmäßige Holzverbindungen	331
Energieeinsparverordnung (EnEV)	279	Versätze	333
Anlagenaufwandszahl e_p	282	Verbindungsmitel	333
Nachweisverfahren nach GEG	283	Holzverbinder, Blechformteile	335
Gebäudeenergiegesetz (GEG)	284	Bolzen, Passbolzen und Stabdübel	336
Energieausweis	293		
Feuchteschutz und Tauwasserschutz	294		

6.1 Erzeugnisse aus Stahl		6.4 Werkstoffprüfung	
Bleche und Bänder	338	Werkstoffprüfverfahren	402
Rohre	340	Zugversuch, Kerbschlagbiegeversuch	404
Stabprofile	341	Härteprüfung nach Brinell und Rockwell	405
Hohlprofile	349	Härteprüfung nach Vickers, Umrechnungs- tabelle	406
6.2 Maschinenelemente		6.5 Fertigungstechnik	
Gewinde	350	Zerspanungsvorgänge	407
Schrauben	354	Spezifische Schnittkraft	408
Muttern	368	Drehzahldiagramm	409
Scheiben, Stifte, Bolzen	374	Schneidstoffe	410
Welle-Nabe-Verbindungen	377	Drehen	413
Federn	380	Fertigungsplanung beim Drehen	414
Zahnräder, Getriebe	383	Kräfte und Leistungen beim Drehen	422
Gleitlager, Wälzlager	387	Hauptnutzungszeit beim Drehen	423
Nadellager, Nutmutter, Sicherungsbleche	394	Fräsen	424
Sicherungsringe, Sicherungsscheiben	395	Fertigungsplanung beim Fräsen	425
Dichtungen, Schmierstoffe	396	Kräfte und Leistungen beim Fräsen	430
6.3 Wärmebehandlung		Hauptnutzungszeit beim Fräsen	431
Abkühlungskurve, Kristallgitter, Legierungen	398	Bohren, Gewindebohren, Reiben	432
Zustandsdiagramme, Temperaturbereiche	399	Schnittdaten beim Bohren und Senken	433
Wärmebehandlung der Stähle	401	Schnittdaten beim Gewindebohren, Kräfte und Leistungen	435

Bohren, Hauptnutzungszeit, Reiben	436	CNC-Drehen nach PAL	454
Schleifen	437	CNC-Fräsen nach PAL	460
Biegen	439	6.7 Pneumatik, Hydraulik	
Tiefziehen	442	Schaltzeichen, Wegeventile	469
Scherschneiden	445	Binäre Verknüpfungen (Pneumatik)	471
Schmelzschweißen	448	Kennzeichnung industrieller Systeme	472
6.6 CNC-Technik		Schaltpläne, Aufbau und Kennzeichnung	474
Koordinatensysteme, Nullpunkte	449	Pneumatische Steuerung	476
Werkzeugkorrekturen, Bahnkorrekturen	450	Pneumatikzylinder	477
CNC-Drehen und CNC-Fräsen nach DIN	451	Kolbenkraft, Geschwindigkeit und Leistung	478
7 Elektrotechnik			
7.1 Grundlagen		7.4 Automatisierungs- und Antriebstechnik	
Ladung, Spannung, Stromstärke, Widerstand	480	Zahlensysteme	531
Elektrische Leistung, elektrische Arbeit	481	ASCII-Code im Unicode	533
Elektrisches Feld, Kondensator	482	Schaltalgebra und binäre Verknüpfungen	534
Wechselgrößen, Wellenlänge, Leistung	483	Entwicklung von Schaltnetzen	536
Magnetisches Feld	485	Code-Umsetzer	537
Schaltungen von Widerständen	487	Komparatoren, Flipflops, Zähler und Schieberegister	538
Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle, Anpassung	489	DA-Umsetzer und AD-Umsetzer	541
Grundsaltungen von Induktivitäten und Kapazitäten	490	Modulation und Demodulation	542
Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	496	Netze der Informationstechnik	543
Widerstände und Kondensatoren	498	Komponenten für Datennetze	544
Halbleiterelemente	500	Ethernet-Netzwerk	545
7.2 Elektrische Installation		Signalübertragung	548
Arbeiten an elektrischen Anlagen, Leitungsverlegung	507	Struktogramme und Programmablaufpläne (PAP)	549
Installationsschaltungen	508	Speicherprogrammierbare Steuerung SPS	550
Hausanschluss mit Schutzpotenzialausgleich	510	Steueranweisungen für SPS	551
Fundamenterder im Beton oder in Erde	511	Programmstruktur für SPS S7	553
Leitungsführung in Wohngebäuden	512	Ablaufsteuerungen mit GRAFCET	554
Leitungsberechnung ohne Verzweigung	513	Hilfsstromkreise	556
Überlastschutz und Kurzschlusschutz von Leitungen	515	Geräte der Steuertechnik	557
Verlegearten für feste Verlegung	516	Schützschaltungen und Motorschutz	559
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen bei $\vartheta_U = 30\text{ °C}$	517	Sensor-Anschlussstechnik	562
Umrechnungsfaktoren für die Strombelastbarkeit	518	Berechnungsformeln für drehende elektrische Motoren	563
Mindest-Leiterquerschnitte, Strombelastbarkeit von Starkstromkabeln	519	Konventionelle Gleichstromantriebe	564
Überstrom-Schutzeinrichtungen	520	Leistungsschilder von drehenden elektrischen Maschinen	565
7.3 Energieversorgung		Drehstrommotoren	566
Transformatoren	523	Einphasen-Wechselstrommotoren	567
Kraftwerksarten	528	Gleichstrommotoren	568
Drehende Generatoren	529	Anlassen von Kurzschlussläufermotoren	569
Netze der Energietechnik	530	Kompensation der Blindleistung	570

8 Arbeitssicherheit, Schutzmaßnahmen**571****8.1 Arbeitssicherheit**

Erste Hilfe am Arbeitsplatz	572
Persönliche Schutzausrüstung PSA	573
Arbeits- und Umweltschutz	574
Global Harmonisiertes System (GHS)	576
Sicherheitsfarben, Verbotsschilder	577
Sicherheitskennzeichnung	578

8.2 Schutzmaßnahmen

Berührungsarten, Stromgefährdung, Fehlerarten	581
Schutzmaßnahmen	582

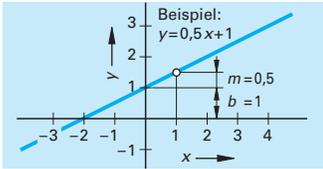
Verteilungssysteme (Netzformen)	583
Netzunabhängiger Fehlerschutz	584
Differenzstromgeräte	585
Fehlerschutz durch automatische Abschaltung der Stromversorgung	586
Weitere Schutzmaßnahmen	588
Weiterer Fehlerschutz in fachlich überwachten Anlagen	589
Prüfen von elektrischen Geräten	590
Schutzarten elektrischer Betriebsmittel	592
Schall und Lärm	593

Normen**594**

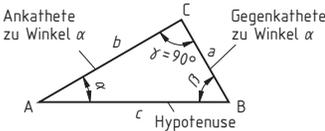
Normen	
Normen und andere Regelwerke	594

Sachwortverzeichnis**595**

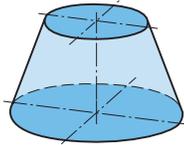
1 Mathematisch-physikalische Grundlagen



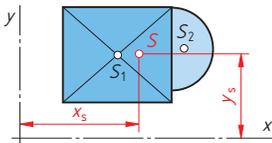
1.1 Einheiten und Formeln
 Einheiten im Messwesen 10
 Formelzeichen, mathematische Zeichen 13
 Formeln, Gleichungen, Diagramme 14
 Fehlerrechnung 15
 Größen und Einheiten 16
 Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung 17



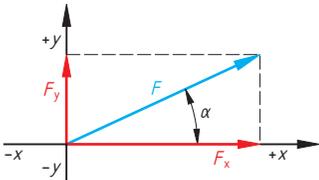
1.2 Winkel, Dreiecke und Längen
 Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck,
 Satz des Pythagoras 18
 Funktionen im Dreieck 19
 Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge... 20
 Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge 21



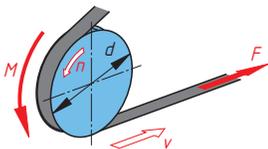
1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen
 Eckige Flächen 22
 Dreieck, Vieleck, Kreis 23
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse 24
 Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide... 25
 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt 26



1.4 Masse und Schwerpunkte
 Volumen zusammengesetzter Körper,
 Berechnung der Masse 27
 Linien- und Flächenschwerpunkte 28

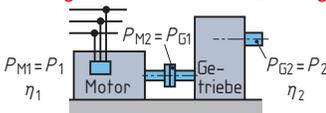


1.5 Mechanik
 Masse, Dichte, Wichte, Kraft 29
 Überlagerung (Superposition) von zwei
 oder mehreren Kräften 30
 Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle 31
 Hooke'sches Gesetz 32
 Reibung 33
 Anziehungskräfte 34
 Schiefe Ebene 35

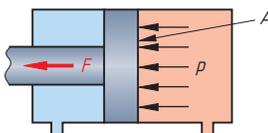


1.6 Bewegung
 Geradlinige Bewegung 36
 Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente 37
 Arbeit, Leistung, Energie 38

zugeführte Leistung **abgegebene Leistung**



1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik
 Wirkungsgrad 39
 Auswirkung bei Temperaturänderung 39
 Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen 40



1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen
 Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung 41
 Druckübersetzung, Durchflussgeschwindigkeit,
 Zustandsänderung 42

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1: 2010-10, -2: 1978-02, -3: 2018-02

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'**U**nités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10000 cm ² = 1000000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1000000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	kg · m ²	Für homogene Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Dreh-, Biege-, Torsionsmoment	M M_b M_T, T	Newton mal Meter	N · m	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	kg · m/s	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm ²	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier; Zentimeter hoch vier	m ⁴ cm ⁴	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. 3 ^h 24 ^{min} 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	1 Hz $\hat{=}$ 1 Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): 1 kn = 1,852 km/h mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s ²	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke Elektr. Spannung Elektr. Widerstand Elektr. Leitwert	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
	γ, χ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke Elektr. Ladung Elektr. Kapazität Induktivität	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{f}{Q}; C = \frac{Q}{U}; Q = I \cdot t$
	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in V · A
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius (°C) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in °F: Seite 51
	t, θ	Grad Celsius	°C		
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch = 25,4 mm (in)	1 sq.in = 6,452 cm ² 1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³ 1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 oz = 28,35 g 1 lb = 453,6 g	1 PSh = 0,735 kWh 1 PS = 0,7355 kW
1 foot = 0,3048 m (ft)	1 sq.yd = 0,8361 m ² 1 acre = 4046,856 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws 1 kcal = 1,166 Wh
1 yard = 0,9144 m (yd)	Druck, Spannung	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kpm/s = 9,807 W 1 Btu = 1055 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 hp = 745,7 W
1 Land-meile = 1,6093 km	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1: 1994-03

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_{pr}, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ϵ	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, \dot{V}, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, θ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen					
vgl. DIN 1302: 1999-12					
Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa entspricht	Σ	Summe	\log	Logarithmus (allgemein)
\triangleq	und so weiter	\sim	proportional	\lg	dekadischer Logarithmus
\dots	unendlich	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\ln	natürlicher Logarithmus
∞	gleich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	\sin	Sinus
\neq	ungleich	$ x $	Betrag von x	\cos	Kosinus
\equiv	ist definitionsgemäß gleich	\perp	senkrecht zu	\tan	Tangens
$<$	kleiner als	\parallel	ist parallel zu	\cot	Kotangens
\leq	kleiner oder gleich	\sphericalangle	Winkel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	\cong	kongruent zu	\overline{AB}	Strecke AB
\geq	größer oder gleich	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	\overbrace{AB}	Bogen AB
$+$	plus	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
$-$	minus	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei
\cdot	mal, multipliziert mit	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)		
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro				

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel:

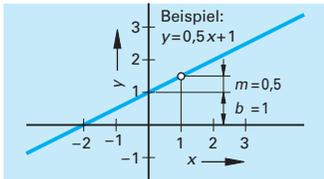
Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M	Drehmoment N · m
P	Leistung kW
n	Drehzahl 1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200\,000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

K_G Gesamtkosten \rightarrow abhängige Variable

M Menge \rightarrow unabhängige Variable

K_f Fixe Kosten \rightarrow y -Koordinatenabschnitt

K_v Variable Kosten \rightarrow Steigung der Funktion

E Erlös \rightarrow abhängige Variable

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

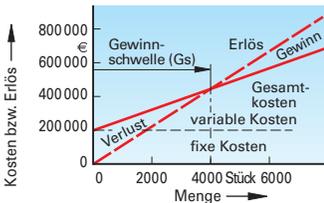
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



Fehlerrechnung

Fehlerrechnung

Aufgabe einer physikalischen Messung ist es, den Zahlenwert einer physikalischen Größe festzustellen.

Jeder **Messwert** weicht von dem fehlerfreien, grundsätzlich unbekanntem, Ergebnis, dem **wahren Wert** dieser Größe, ab.

Die Abweichung wird als **wahrer Fehler** der Messung bezeichnet.

Messwert x

wahrer Wert X^*

wahrer Fehler ΔX^*

$$\Delta X^* = x - X^*$$

Systematische Fehler

Systematische Fehler haben ihre Ursache im Messsystem. Sie sind reproduzierbar und treten bei Wiederholung in gleicher Richtung und Größe auf (z. B. fehlerhafte Kalibrierung der Skalen, verschobene Nullstelle). Diese können durch Kontrolle und Verbesserung der Messmethode verringert werden.

Zufällige Fehler (Mittelwert, Standardabweichung, Fehlerfortpflanzung)

Zufällige Fehler lassen sich im Gegensatz dazu grundsätzlich nicht vermeiden. Innerhalb einer Messreihe unterscheiden sie sich nach Größe und Betrag. Durch Messwiederholungen können sie reduziert werden. Diese (auch „statistisch“ genannten) Fehler sind durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisiert.

Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert berechnet sich durch die Summe aller Einzelmessungen und anschließender Division durch die Anzahl der Messungen

\bar{x} Mittelwert

n Anzahl der Messungen

x_i Einzelmessung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mittlerer Fehler des Einzelwertes

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Breite der Streuung des Mittelwertes.

s Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x)^2}{n - 1}} \quad n > 1$$

Statistische Messunsicherheit

Die Standardabweichung des Mittelwertes ist ein Maß für den mittleren (statistischen) Fehler des Mittelwertes

u Standardabweichung des Mittelwertes

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2}{n(n - 1)}} \quad n > 1$$

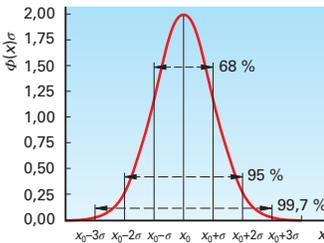
Fehlerfortpflanzung

Möglicher Fehler bei der Messung mehrerer (verschiedenen) Parameter x zur Bestimmung der physikalischen Größe y

Δy_{\max} größtmöglicher Gesamtfehler bei mehreren Einzelmessungen der physikalischen Größe y

$$(\Delta y)_{\max} = \left| \frac{\delta y}{\delta x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\delta y}{\delta x_2} \Delta x_2 \right| + \dots$$

Normal- oder Gauß'sche Verteilung



Funktion $\phi(x)$ der Normalverteilung mit wahrscheinlichstem Wert x_0

Sehr häufig sind die Messwerte x_i normalverteilt. Ihre relative Häufigkeit kann dann durch die sogenannte **Normal- oder Gauß'sche Verteilung** beschrieben werden.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \Phi(x) dx$$

Durch das Integral von $\Phi(x)$ über die Grenzen von x_1 bis x_2 kann die Wahrscheinlichkeit $P(x_1, x_2)$ bestimmt werden, mit der die Messwerte x_i im Intervall (x_1, x_2) liegen

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = \frac{128,57 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$a^1 = a$

$a^0 = 1$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an. Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind. Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen, Verzinsungszeit
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100 \% \cdot 360}$$

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100 \%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)
360 d = 12 Monate
1 Zinsmonat = 30 Tage

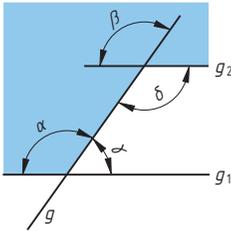
2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100 \% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

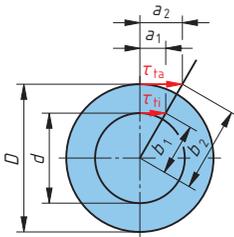
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

D = 40 mm, d = 30 mm,
τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \tau_{ta} \cdot \frac{d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

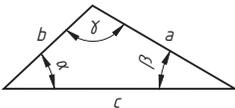
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



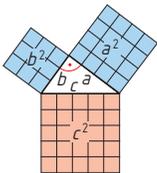
- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

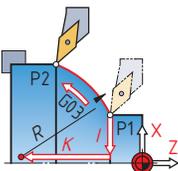
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$



Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und l = 25 mm.
K = ?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

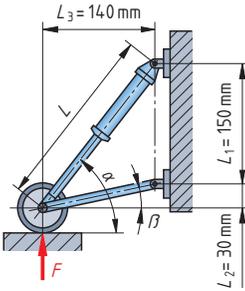
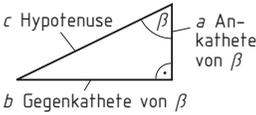
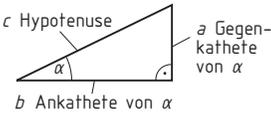
$$R^2 = l^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{60^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



- c Hypotenuse (längste Seite)
- a, b Katheten
Bezogen auf den Winkel α ist
→ b die Ankathete und
→ a die Gegenkathete
- α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
- sin Schreibweise für Sinus
- cos Schreibweise für Kosinus
- tan Schreibweise für Tangens
- sin α Sinus des Winkels α

Beispiel:

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm},$
 $L_3 = 140 \text{ mm}; \text{Winkel } \alpha = ?$
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$
Winkel $\alpha = 52^\circ$

Winkelfunktionen

Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Kosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

Kotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

Bezogen auf den Winkel α ist:

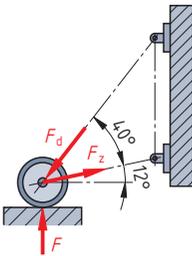
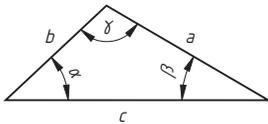
$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$

Bezogen auf den Winkel β ist:

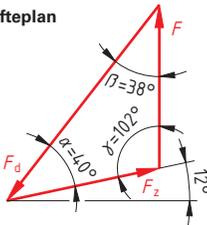
$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

Beziehungen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

- Seite a → Gegenwinkel α
- Seite b → Gegenwinkel β
- Seite c → Gegenwinkel γ

Beispiel:

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arccos.

Sinussatz

$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$

$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$

$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

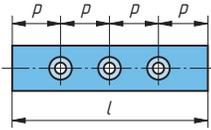
Umstellung ebenfalls möglich, z.B.

$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung

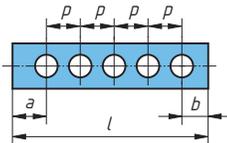


- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen
- p Teilung

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand \neq Teilung

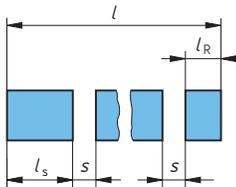


- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen
- p Teilung
- a, b Randabstände

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



- l Stablänge
- s Sägeschnittbreite
- z Anzahl der Teile
- l_R Restlänge
- l_s Teillänge

Anzahl der Teile

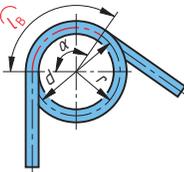
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



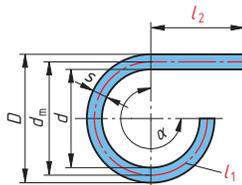
- l_B Bogenlänge
- α Mittelpunktswinkel
- r Radius
- d Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- s Dicke
- l_1, l_2 Teillängen
- L zusammengesetzte Länge
- α Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$