



Silvia Ferdinand • Martin Kaulich • Falko Wieneke

# Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften

2. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 13668**

**Autoren:**

Silvia Ferdinand	Oberstudienrätin	Bottrop
Martin Kaulich	Studiendirektor	Soest
Falko Wieneke	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Essen

**Lektorat:**

Falko Wieneke, Essen

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neuesten Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

2. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1367-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: PER MEDIEN + MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig  
rkt, 42799 Leichlingen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: © Sauter Feinmechanik GmbH, Metzingen,

© Fluke Deutschland GmbH, Glottertal

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

## Vorwort

### Zielgruppen des Tabellenbuchs

- Lernende des Beruflichen Gymnasiums mit dem Schwerpunkt Ingenieurwissenschaften
- Lernende der Höheren Berufsfachschule mit dem Schwerpunkt Ingenieurtechnik
- Lernende der technischen Fachschule mit ingenieurwissenschaftlichen Grundlagenfächern
- Studenten im ingenieurwissenschaftlichen bzw. ingenieurtechnischem Studium

### Inhalt

Das **Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften** beinhaltet die technischen Bereiche Bautechnik, Maschinenbautechnik und Elektrotechnik. Es verknüpft die drei Bereiche und bietet die Möglichkeit, übergreifende Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Hierdurch erhalten Lernende einen Einblick in verschiedene Bereiche der Technik und erkennen realitätsnah die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Disziplinen.

Das Tabellenbuch findet insbesondere im Leistungskurs **Ingenieurwissenschaften** des Beruflichen Gymnasiums und in den technischen Fächern des Schwerpunkts **Ingenieurtechnik** der Höheren Berufsfachschule seinen Einsatz.

Der Inhalt des Buches ist in acht Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte angegeben sind. Es ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt.

Grundlage des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften sind die Tabellenbücher Bautechnik, Metall und Elektrotechnik des Verlages. Die Autoren dieses Buches bedanken sich für die Möglichkeit, Seiten der jeweiligen Tabellenbücher zu entnehmen und für das vorliegende Buch anzupassen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Inhaltsverzeichnisse vor den Hauptkapiteln ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält die wichtigsten Begriffe zum schnellen Auffinden der Formeln und Tabellen.

### Änderungen und Erweiterungen in der 2. Auflage

- Normänderungen im Kapitel Technische Kommunikation
- Aufnahme des Gebäudeenergiegesetzes (GEG) im Kapitel Bautechnik
- Aktualisierung der PAL-Zyklen in der CNC-Technik
- Umfangreiche Überarbeitung der Kapitel

**Die Autoren und der Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften für kritische Hinweise und Verbesserungsvorschläge an [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) dankbar.**

Frühjahr 2022

Autoren und Verlag

1 Mathematisch  
physikalische  
Grundlagen

2 Festigkeits-  
lehre

3 Technische  
Kommunikation

4 Werkstoffe

5 Bautechnik

6 Maschinenbau-  
technik

7 Elektrotechnik

8 Arbeitssicherheit  
Schutz-  
maßnahmen

# Inhaltsverzeichnis

## 1 Mathematisch-physikalische Grundlagen

9

### 1.1 Einheiten und Formeln

Einheiten im Messwesen	10
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Fehlerrechnung	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung	17

### 1.2 Winkel, Dreiecke und Längen

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19
Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammen- gesetzte Länge	20
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge	21

### 1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vieleck, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse	24
Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohl- zylinder, Pyramide	25
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	26

### 1.4 Masse und Schwerpunkte

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	27
Linien- und Flächenschwerpunkte	28

### 1.5 Mechanik

Masse, Dichte, Wichte, Kraft	29
Überlagerung (Superposition) von zwei oder mehreren Kräften	30
Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle	31
Hooke'sches Gesetz	32
Reibung	33
Anziehungskräfte	34
Schiefe Ebene	35

### 1.6 Bewegung

Geradlinige Bewegung	36
Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente	37
Arbeit, Leistung, Energie	38

### 1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik

Wirkungsgrad	39
Auswirkung bei Temperaturänderung	39
Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	40

### 1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung	41
Druckübersetzung, Durchfluss- geschwindigkeit, Zustandsänderung	42

## 2 Festigkeitslehre

43

### 2.1 Statik

Gleichgewichtsbedingungen	44
Zustandslinien, Beanspruchungsarten, Grenzspannungen	45
Beanspruchung auf Biegung	46
Flächen- und Widerstandsmomente	47

### 2.2 Festigkeitslehre in der Bautechnik

Sicherheitskonzept in der Bautechnik	48
Spannungen und Festigkeiten	50
Formänderung, Steifigkeit und Stabilität	52
Lastannahmen	53

### 2.3 Festigkeitslehre in der Maschinenbautechnik

Beanspruchung auf Zug, Druck, Flächen- pressung	63
Beanspruchung auf Abscherung, Torsion, Biegung	64
Knickung, zusammengesetzte Beanspruchung	65
Beispiel zur Biegebelastung, Belastungsfälle	66
Sicherheitskonzept bei statischer Belastung	67
Sicherheitskonzept bei dynamischer Belastung	68

## 3 Technische Kommunikation

69

### 3.1 Koordinatensysteme

Kartesisches Koordinatensystem, Polarkoordinatensystem	70
---	----

### 3.2 Darstellungen in Zeichnungen

Schriftzeichen	71
Maßstäbe in Bauzeichnungen, Maßstäbe und Radien im Maschinenbau	72
Zeichenblätter, Schriftfelder	73
Linienarten und Linienbreiten in der Bautechnik	74

Linien in Zeichnungen der Maschinentechnik	75
Schraffuren in der Bautechnik	76
Schnittdarstellungen im Maschinenbau	78
Projektionsmethoden	80

### 3.3 Technische Kommunikation in der Bautechnik

Bemaßung in Bauzeichnungen	82
Treppen	84
Dachformen	87

**3.4 Technische Kommunikation in der Maschinenbautechnik**

Maßeintragung in Zeichnungen der Maschinenbautechnik .....	88
Darstellung von Dichtungen und Wälzlagern .....	96
Darstellung von Sicherungsringen, Federn und Keilwellen .....	98
Butzen an Drehteilen, Werkstückkanten .....	99
Freistriche für Werkstückecken .....	100
Ausläufe und Freistriche für Gewinde .....	101
Darstellung von Gewinden und Schraubverbindungen .....	102
Zentrierbohrungen, Rändel .....	103
Gestaltabweichungen und Rauheitskenngrößen .....	104
Oberflächenangaben .....	105
Zuordnung von Rauheitswerten, Rauheit von Oberflächen .....	107
ISO-System für Grenzmaße und Passungen ..	108
ISO-Passungen .....	110
Allgemeintoleranzen, Wälzlagerpassungen ..	116
Passungsempfehlungen, Passungsauswahl ..	117
Geometrische Tolerierung .....	118

**3.5 Technische Kommunikation in der Elektrotechnik**

Grafische Darstellung von Kennlinien .....	121
Schaltpläne als funktionsbezogene Dokumente .....	122
Kennzeichnungen in Schaltplänen .....	123

Kennbuchstaben der Objekte (Betriebsmittel) in Schaltplänen .....	124
Kontaktkennzeichnung in Stromlaufplänen ..	125
Stromkreise und Schaltzeichen .....	126
Allgemeine Schaltzeichen .....	127
Zusatzschaltzeichen, Schalter in Energieanlagen .....	128
Schaltzeichen für Mess-, Melde- und Signaleinrichtungen .....	129
Schaltzeichen für Installationsschaltpläne und Installationspläne .....	130
Installationsschaltpläne .....	132
Spulen, Transformatoren, drehende Generatoren .....	133
Vergleich von Schaltzeichen .....	134
Kurzzeichen an elektrischen Betriebsmitteln (Beispiele) .....	136
Hydraulische und pneumatische Elemente ..	137
Elektrische Messgeräte und Messwerke .....	138
Piktogramme für die Messtechnik .....	139
Mess-Schaltungen zur Widerstandsbestimmung .....	140
Messbereichserweiterung .....	141
Messungen in elektrischen Anlagen .....	142
Elektrizitätszähler .....	145
Elektronische kWh-Zähler .....	146
Oszilloskope .....	147
Messen mit dem Oszilloskop .....	148

**4 Werkstoffe****149****4.1 Stoffe**

Stoffwerte .....	150
Periodisches System der Elemente .....	152

**4.2 Werkstoffe in der Bautechnik**

Ziegel und Klinker .....	153
Kalksandsteine .....	155
Mauersteine aus Beton/Betonsteine .....	156
Porenbetonsteine .....	157
Bindemittel .....	158
Zemente .....	158
Baukalke .....	160
Gesteinskörnungen .....	161
Kornzusammensetzung für Betone .....	163
Beton .....	166
Betonstähle .....	177
Holz .....	179
Holzwerkstoffe .....	185
Holzschutz .....	188
Bauglas, Glas .....	190
Kunststoffe in der Bautechnik .....	191

**4.3 Werkstoffe in der Maschinenbautechnik**

Einteilung der Stähle .....	193
Bezeichnungssystem der Stähle .....	194
Stähle – Übersicht .....	198
Stähle .....	200
Gusseisenwerkstoffe – Übersicht .....	208
Gusseisenwerkstoffe .....	209
Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen – Übersicht .....	211

Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen .....	212
Aluminium-Gusslegierungen .....	215
Schwermetalle – Übersicht .....	216
Bezeichnungssystem von Schwermetallen .....	217
Kupferlegierungen .....	218
Verbundwerkstoffe, keramische Werkstoffe ..	220
Sintermetalle .....	221
Kunststoffe in der Maschinenbautechnik .....	222

**4.4 Werkstoffe der Elektrotechnik**

Leitende Werkstoffe der Elektrotechnik (Nichteisenmetalle) .....	229
Magnetisierungskennlinien .....	230
Magnetwerkstoffe .....	231
Lote, Thermobimetalle, Kohlebürsten .....	232
Kontaktwerkstoffe, Freileitungen .....	233
Isolierstoffe .....	234
Hilfsstoffe .....	236
Starkstromleitungen .....	238
Weitere Leitungen für feste Verlegung .....	240
Leitungen zum Anschluss ortsveränderlicher Betriebsmittel .....	241
Leitungen und Kabel für Melde- und Signalanlagen .....	242
Leitungen in Datennetzen .....	243
Code zur Farbkennzeichnung, Starkstromkabel .....	244
Steckvorrichtungen der Energietechnik .....	245
Steckverbinder .....	246

<b>5.1 Baurecht</b>		Bauliche Schutzmaßnahmen . . . . .	295
Kosten von Hochbauten . . . . .	248	Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz . . . . .	297
Grundflächen . . . . .	250	Feuchteschutztechnische Berechnungen . . . . .	297
Rauminhalte . . . . .	251	Wasserdampfsättigungsdruck und -menge . . . . .	299
Wohnflächenverordnung . . . . .	253	Sättigungsdruck und -menge in Abhängigkeit von der Temperatur . . . . .	299
Baugesetzbuch . . . . .	254	Wasserdampfsättigungsdruck $p_{\text{sat}}$ in Abhängigkeit von der Temperatur . . . . .	300
Elemente des Baurechts . . . . .	255	Luffeuchte . . . . .	301
Maß der baulichen Nutzung (BauNVO) . . . . .	257	Schimmelbildung . . . . .	303
<b>5.2 Betonbau, Stahlbetonbau und Spannbetonbau</b>		Schallschutz . . . . .	305
Bemessung von Beton . . . . .	258	Schalldämmung . . . . .	306
Bemessung der Querkraft . . . . .	263	Brandschutz . . . . .	310
Biegen von Betonstählen . . . . .	264	<b>5.4 Mauerwerksbau</b>	
Querkraftbewehrung . . . . .	264	Maßordnung im Hochbau . . . . .	319
Querkraftbewehrung/Bügel . . . . .	265	Gemauerte Wände . . . . .	320
Konstruktionshinweise für Balken und Platten	265	Charakteristische Druckfestigkeiten von Mauerwerk . . . . .	321
Querschnittstafeln für Balken- und Platten- bewehrungen . . . . .	266	Vereinfachte Bemessungsmethode für tragende Mauerwände . . . . .	322
Betonstahlmatten . . . . .	267	Kelleraußenwände . . . . .	324
<b>5.3 Bauphysik</b>		Nicht tragende innere Trennwände . . . . .	325
Bauphysik – Übersicht . . . . .	268	Statische und konstruktive Maßnahmen . . . . .	326
Dämmstoffe . . . . .	269	<b>5.5 Holzbau</b>	
Dichtstoffe und Sperrstoffe . . . . .	270	Einstufungen im Holzbau . . . . .	327
Wärmeschutztechnische Rechenwerte	271	Festigkeitswerte . . . . .	328
Wärme- und feuchteschutztechnische Bemessungswerte . . . . .	273	Bemessungsregeln . . . . .	329
Wärmeschutz . . . . .	274	Querschnittswerte . . . . .	330
Luftschichten . . . . .	276	Zimmermannmäßige Holzverbindungen . . . . .	331
Energieeinsparverordnung (EnEV) . . . . .	279	Versätze . . . . .	333
Anlagenaufwandszahl $e_p$ . . . . .	282	Verbindungsmitel . . . . .	333
Nachweisverfahren nach GEG . . . . .	283	Holzverbinder, Blechformteile . . . . .	335
Gebäudeenergiegesetz (GEG) . . . . .	284	Bolzen, Passbolzen und Stabdübel . . . . .	336
Energieausweis . . . . .	293		
Feuchteschutz und Tauwasserschutz . . . . .	294		

<b>6.1 Erzeugnisse aus Stahl</b>		<b>6.4 Werkstoffprüfung</b>	
Bleche und Bänder . . . . .	338	Werkstoffprüfverfahren . . . . .	402
Rohre . . . . .	340	Zugversuch, Kerbschlagbiegeversuch . . . . .	404
Stabprofile . . . . .	341	Härteprüfung nach Brinell und Rockwell . . . . .	405
Hohlprofile . . . . .	349	Härteprüfung nach Vickers, Umrechnungs- tabelle . . . . .	406
<b>6.2 Maschinenelemente</b>		<b>6.5 Fertigungstechnik</b>	
Gewinde . . . . .	350	Zerspanungsvorgänge . . . . .	407
Schrauben . . . . .	354	Spezifische Schnittkraft . . . . .	408
Muttern . . . . .	368	Drehzahldiagramm . . . . .	409
Scheiben, Stifte, Bolzen . . . . .	374	Schneidstoffe . . . . .	410
Welle-Nabe-Verbindungen . . . . .	377	Drehen . . . . .	413
Federn . . . . .	380	Fertigungsplanung beim Drehen . . . . .	414
Zahnräder, Getriebe . . . . .	383	Kräfte und Leistungen beim Drehen . . . . .	422
Gleitlager, Wälzlager . . . . .	387	Hauptnutzungszeit beim Drehen . . . . .	423
Nadellager, Nutmutter, Sicherungsbleche . . . . .	394	Fräsen . . . . .	424
Sicherungsringe, Sicherungsscheiben . . . . .	395	Fertigungsplanung beim Fräsen . . . . .	425
Dichtungen, Schmierstoffe . . . . .	396	Kräfte und Leistungen beim Fräsen . . . . .	430
<b>6.3 Wärmebehandlung</b>		Hauptnutzungszeit beim Fräsen . . . . .	431
Abkühlungskurve, Kristallgitter, Legierungen . . . . .	398	Bohren, Gewindebohren, Reiben . . . . .	432
Zustandsdiagramme, Temperaturbereiche . . . . .	399	Schnittdaten beim Bohren und Senken . . . . .	433
Wärmebehandlung der Stähle . . . . .	401	Schnittdaten beim Gewindebohren, Kräfte und Leistungen . . . . .	435

Bohren, Hauptnutzungszeit, Reiben .....	436	CNC-Drehen nach PAL .....	454
Schleifen .....	437	CNC-Fräsen nach PAL .....	460
Biegen .....	439	<b>6.7 Pneumatik, Hydraulik</b>	
Tiefziehen .....	442	Schaltzeichen, Wegeventile .....	469
Scherschneiden .....	445	Binäre Verknüpfungen (Pneumatik) .....	471
Schmelzsweißen .....	448	Kennzeichnung industrieller Systeme .....	472
<b>6.6 CNC-Technik</b>		Schaltpläne, Aufbau und Kennzeichnung .....	474
Koordinatensysteme, Nullpunkte .....	449	Pneumatische Steuerung .....	476
Werkzeugkorrekturen, Bahnkorrekturen .....	450	Pneumatikzylinder .....	477
CNC-Drehen und CNC-Fräsen nach DIN .....	451	Kolbenkraft, Geschwindigkeit und Leistung .....	478
<hr/>			
<b>7 Elektrotechnik</b>		<b>479</b>	
<b>7.1 Grundlagen</b>		<b>7.4 Automatisierungs- und Antriebstechnik</b>	
Ladung, Spannung, Stromstärke, Widerstand .....	480	Zahlensysteme .....	531
Elektrische Leistung, elektrische Arbeit .....	481	ASCII-Code im Unicode .....	533
Elektrisches Feld, Kondensator .....	482	Schaltalgebra und binäre Verknüpfungen .....	534
Wechselgrößen, Wellenlänge, Leistung .....	483	Entwicklung von Schaltnetzen .....	536
Magnetisches Feld .....	485	Code-Umsetzer .....	537
Schaltungen von Widerständen .....	487	Komparatoren, Flipflops, Zähler und Schieberegister .....	538
Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle, Anpassung .....	489	DA-Umsetzer und AD-Umsetzer .....	541
Grundsicherungen von Induktivitäten und Kapazitäten .....	490	Modulation und Demodulation .....	542
Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom) .....	496	Netze der Informationstechnik .....	543
Widerstände und Kondensatoren .....	498	Komponenten für Datennetze .....	544
Halbleiterelemente .....	500	Ethernet-Netzwerk .....	545
<b>7.2 Elektrische Installation</b>		Signalübertragung .....	548
Arbeiten an elektrischen Anlagen, Leitungs- verlegung .....	507	Struktogramme und Programmablaufpläne (PAP) .....	549
Installationsschaltungen .....	508	Speicherprogrammierbare Steuerung SPS .....	550
Hausanschluss mit Schutzpotenzialausgleich .....	510	Steueranweisungen für SPS .....	551
Fundamenterde im Beton oder in Erde .....	511	Programmstruktur für SPS S7 .....	553
Leitungsführung in Wohngebäuden .....	512	Ablaufsteuerungen mit GRAFCET .....	554
Leitungsberechnung ohne Verzweigung .....	513	Hilfsstromkreise .....	556
Überlastschutz und Kurzschlusschutz von Leitungen .....	515	Geräte der Steuertechnik .....	557
Verlegearten für feste Verlegung .....	516	Schützschaltungen und Motorschutz .....	559
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen bei $\vartheta_U = 30\text{ °C}$ .....	517	Sensor-Anschlussstechnik .....	562
Umrechnungsfaktoren für die Strombelast- barkeit .....	518	Berechnungsformeln für drehende elektrische Motoren .....	563
Mindest-Leiterquerschnitte, Strombelastbarkeit von Starkstromkabeln .....	519	Konventionelle Gleichstromantriebe .....	564
Überstrom-Schutzeinrichtungen .....	520	Leistungsschilder von drehenden elektrischen Maschinen .....	565
<b>7.3 Energieversorgung</b>		Drehstrommotoren .....	566
Transformatoren .....	523	Einphasen-Wechselstrommotoren .....	567
Kraftwerksarten .....	528	Gleichstrommotoren .....	568
Drehende Generatoren .....	529	Anlassen von Kurzschlussläufermotoren .....	569
Netze der Energietechnik .....	530	Kompensation der Blindleistung .....	570

**8 Arbeitssicherheit, Schutzmaßnahmen****571****8.1 Arbeitssicherheit**

Erste Hilfe am Arbeitsplatz .....	572
Persönliche Schutzausrüstung PSA .....	573
Arbeits- und Umweltschutz .....	574
Global Harmonisiertes System (GHS) .....	576
Sicherheitsfarben, Verbotsschilder .....	577
Sicherheitskennzeichnung .....	578

**8.2 Schutzmaßnahmen**

Berührungsarten, Stromgefährdung, Fehlerarten .....	581
Schutzmaßnahmen .....	582

Verteilungssysteme (Netzformen) .....	583
Netzunabhängiger Fehlerschutz .....	584
Differenzstromgeräte .....	585
Fehlerschutz durch automatische Abschaltung der Stromversorgung .....	586
Weitere Schutzmaßnahmen .....	588
Weiterer Fehlerschutz in fachlich überwachten Anlagen .....	589
Prüfen von elektrischen Geräten .....	590
Schutzarten elektrischer Betriebsmittel .....	592
Schall und Lärm .....	593

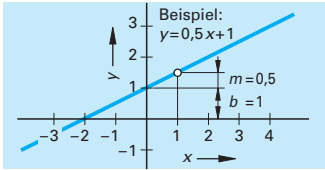
**Normen****594**

<b>Normen</b>	
Normen und andere Regelwerke .....	594

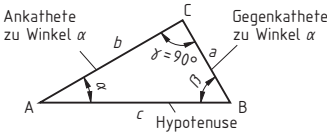
**Sachwortverzeichnis****595**



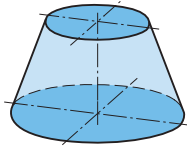
# 1 Mathematisch-physikalische Grundlagen



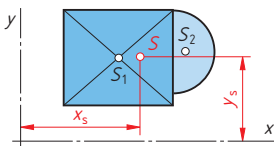
**1.1 Einheiten und Formeln**  
 Einheiten im Messwesen ..... 10  
 Formelzeichen, mathematische Zeichen ..... 13  
 Formeln, Gleichungen, Diagramme ..... 14  
 Fehlerrechnung ..... 15  
 Größen und Einheiten ..... 16  
 Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung ..... 17



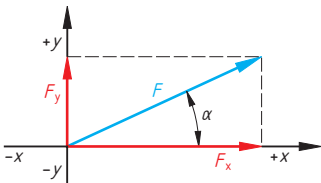
**1.2 Winkel, Dreiecke und Längen**  
 Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck,  
 Satz des Pythagoras ..... 18  
 Funktionen im Dreieck ..... 19  
 Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge... 20  
 Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge ..... 21



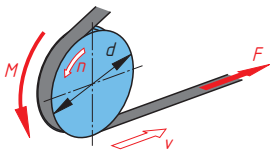
**1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen**  
 Eckige Flächen ..... 22  
 Dreieck, Vieleck, Kreis ..... 23  
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse ..... 24  
 Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide... 25  
 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt 26



**1.4 Masse und Schwerpunkte**  
 Volumen zusammengesetzter Körper,  
 Berechnung der Masse ..... 27  
 Linien- und Flächenschwerpunkte ..... 28

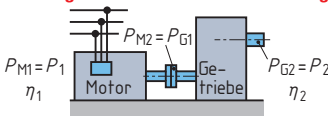


**1.5 Mechanik**  
 Masse, Dichte, Wichte, Kraft ..... 29  
 Überlagerung (Superposition) von zwei  
 oder mehreren Kräften ..... 30  
 Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle ..... 31  
 Hooke'sches Gesetz ..... 32  
 Reibung ..... 33  
 Anziehungskräfte ..... 34  
 Schiefe Ebene ..... 35

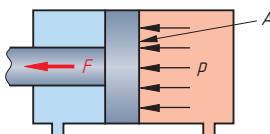


**1.6 Bewegung**  
 Geradlinige Bewegung ..... 36  
 Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente ..... 37  
 Arbeit, Leistung, Energie ..... 38

**zugeführte Leistung**                      **abgegebene Leistung**



**1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik**  
 Wirkungsgrad ..... 39  
 Auswirkung bei Temperaturänderung ..... 39  
 Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen ..... 40



**1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen**  
 Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung ..... 41  
 Druckübersetzung, Durchflussgeschwindigkeit,  
 Zustandsänderung ..... 42

## Einheiten im Messwesen

### SI<sup>1)</sup>-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1: 2010-10, -2: 1978-02, -3: 2018-02

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

<sup>1)</sup> Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'**U**nités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

### Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
Länge	$l$	<b>Meter</b>	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 $\mu$ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm  In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	$A, S$	Quadratmeter Ar Hektar	m <sup>2</sup>  a ha	1 m <sup>2</sup> = 10000 cm <sup>2</sup> = 1000000 mm <sup>2</sup> 1 a = 100 m <sup>2</sup> 1 ha = 100 a = 10000 m <sup>2</sup> 100 ha = 1 km <sup>2</sup>	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	$V$	Kubikmeter  Liter	m <sup>3</sup>  l, L	1 m <sup>3</sup> = 1000 dm <sup>3</sup> = 1000000 cm <sup>3</sup> 1 l = 1 L = 1 dm <sup>3</sup> = 10 dl = 0,001 m <sup>3</sup> 1 ml = 1 cm <sup>3</sup>	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian  Grad  Minute Sekunde	rad  °  ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ $\pi$  1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60'  1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	$\Omega$	Steradian	sr	1 sr = 1 m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m <sup>2</sup> .
<b>Mechanik</b>					
Masse	$m$	<b>Kilogramm</b> Gramm  Megagramm Tonne	kg g  Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg  1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht.  Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	$m'$	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	$m''$	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m <sup>2</sup>	1 kg/m <sup>2</sup> = 0,1 g/cm <sup>2</sup>	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	$\rho$	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 g/cm <sup>3</sup> = 1 g/ml = 1 mg/mm <sup>3</sup>	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit  Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

# Einheiten im Messwesen

## Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Mechanik</b>					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	$J$	Kilogramm mal Meter hoch zwei	kg · m <sup>2</sup>	Für homogene Vollzylinder mit Masse $m$ und Radius $r$ gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	$F$ $F_G, G$	Newton	N	$1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Dreh-, Biege-, Torsionsmoment	$M$ $M_b$ $M_T, T$	Newton mal Meter	N · m	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	$p$	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	kg · m/s	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	$p$ $\sigma, \tau$	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm <sup>2</sup>	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen $p_e$ verwendet (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	$I$	Meter hoch vier; Zentimeter hoch vier	m <sup>4</sup> cm <sup>4</sup>	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	$E, W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	$P$ $\Phi$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
<b>Zeit</b>					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	$t$	<b>Sekunde</b> Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 <sup>h</sup> bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. 3 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	$f$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	1 Hz $\hat{=}$ 1 Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl Umdrehungsfrequenz	$n$	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ s}^{-1}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	$v$	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): 1 kn = 1,852 km/h mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$ .
Beschleunigung	$a, g$	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s <sup>2</sup>	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen $g$ nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

## Einheiten im Messwesen

### Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
<b>Elektrizität und Magnetismus</b>					
Elektrische Stromstärke Elektr. Spannung Elektr. Widerstand Elektr. Leitwert	$I$	<b>Ampere</b>	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
	$U$	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
	$R$	Ohm	$\Omega$	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
	$G$	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	$\rho$	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\sigma} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
	$\gamma, \chi$	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	$f$	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	$W$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	$\varphi$	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke Elektr. Ladung Elektr. Kapazität Induktivität	$E$	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{f}{Q}; C = \frac{Q}{U}; Q = I \cdot t$
	$Q$	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
	$C$	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
	$L$	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	$P$	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung $S$ in $\text{V} \cdot \text{A}$
<b>Thermodynamik und Wärmeübertragung</b>					
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	$T, \theta$	<b>Kelvin</b>	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ( $^\circ\text{C}$ ) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$ : Seite 51
	$t, \theta$	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$		
Wärmemenge	$Q$	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	$H_u$	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m <sup>3</sup>	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freierwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m <sup>3</sup> ) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

### Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch = 25,4 mm (in)	1 sq.in = 6,452 cm <sup>2</sup> 1 sq.ft = 9,29 dm <sup>2</sup>	1 cu.in = 16,39 cm <sup>3</sup> 1 cu.ft = 28,32 dm <sup>3</sup>	1 oz = 28,35 g 1 lb = 453,6 g	1 PSh = 0,735 kWh 1 PS = 0,7355 kW
1 foot = 0,3048 m (ft)	1 sq.yd = 0,8361 m <sup>2</sup> 1 acre = 4046,856 m <sup>2</sup>	1 cu.yd = 764,6 dm <sup>3</sup>	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws 1 kcal = 1,166 Wh
1 yard = 0,9144 m (yd)	<b>Druck, Spannung</b>	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kpm/s = 9,807 W 1 Btu = 1055 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 bar = 14,5 pound/in <sup>2</sup>	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 hp = 745,7 W
1 Land-meile = 1,6093 km	1 N/mm <sup>2</sup> = 145,038 pound/in <sup>2</sup>	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in <sup>3</sup> = 27,68 g/cm <sup>3</sup>	

## Formelzeichen, mathematische Zeichen

### Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1: 1994-03

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
<b>Länge, Fläche, Volumen, Winkel</b>					
$l$	Länge	$r, R$	Radius	$\alpha, \beta, \gamma$	ebener Winkel
$b$	Breite	$d, D$	Durchmesser	$\Omega$	Raumwinkel
$h$	Höhe	$A, S$	Fläche, Querschnittsfläche	$\lambda$	Wellenlänge
$s$	Weglänge	$V$	Volumen		
<b>Mechanik</b>					
$m$	Masse	$F$	Kraft	$G$	Schubmodul
$m'$	längenbezogene Masse	$F_G, G$	Gewichtskraft	$\mu, f$	Reibungszahl
$m''$	flächenbezogene Masse	$M$	Drehmoment	$W$	Widerstandsmoment
$\rho$	Dichte	$M_T, T$	Torsionsmoment	$I$	Flächenmoment 2. Grades
$J$	Trägheitsmoment	$M_b$	Biegemoment	$W, E$	Arbeit, Energie
$p$	Druck	$\sigma$	Normalspannung	$W_{pr}, E_p$	potenzielle Energie
$p_{abs}$	absoluter Druck	$\tau$	Schubspannung	$W_k, E_k$	kinetische Energie
$p_{amb}$	Atmosphärendruck	$\epsilon$	Dehnung	$P$	Leistung
$p_e$	Überdruck	$E$	Elastizitätsmodul	$\eta$	Wirkungsgrad
<b>Zeit</b>					
$t$	Zeit, Dauer	$f, \nu$	Frequenz	$a$	Beschleunigung
$T$	Periodendauer	$v, u$	Geschwindigkeit	$g$	örtliche Fallbeschleunigung
$n$	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\alpha$	Winkelbeschleunigung
				$Q, \dot{V}, q_v$	Volumenstrom
<b>Elektrizität</b>					
$Q$	Ladung, Elektrizitätsmenge	$L$	Induktivität	$X$	Blindwiderstand
$U$	Spannung	$R$	Widerstand	$Z$	Scheinwiderstand
$C$	Kapazität	$\rho$	spezifischer Widerstand	$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel
$I$	Stromstärke	$\gamma, \kappa$	elektrische Leitfähigkeit	$N$	Windungszahl
<b>Wärme</b>					
$T, \theta$	thermodynamische Temperatur	$Q$	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$a$	Temperaturleitfähigkeit
$t, \theta$	Celsius-Temperatur	$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$c$	spezifische Wärmekapazität
$\alpha_l, \alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$k$	Wärmedurchgangskoeffizient	$H_u$	spezifischer Heizwert
<b>Licht, elektromagnetische Strahlung</b>					
$E_v$	Beleuchtungsstärke	$f$	Brennweite	$I_e$	Strahlstärke
		$n$	Brechzahl	$Q_e, W$	Strahlungsenergie
<b>Akustik</b>					
$p$	Schalldruck	$L_p$	Schalldruckpegel	$N$	Lautheit
$c$	Schallgeschwindigkeit	$I$	Schallintensität	$L_N$	Lautstärkepegel
<b>Mathematische Zeichen</b>					
vgl. DIN 1302: 1999-12					
Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa entspricht	$\Sigma$	Summe	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\triangleq$	und so weiter	$\sim$	proportional	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$		$a^x$	a hoch x, x-te Potenz von a	$\ln$	natürlicher Logarithmus
$\infty$	unendlich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$e$	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$ x $	Betrag von x	$\cos$	Kosinus
$\equiv$	ist definitionsgemäß gleich	$\perp$	senkrecht zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\parallel$	ist parallel zu	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\sphericalangle$	Winkel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	$\cong$	kongruent zu	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\geq$	größer oder gleich	$\Delta x$	Delta x (Differenz zweier Werte)	$\overline{AB}$	Bogen AB
$+$	plus	$\%$	Prozent, vom Hundert	$a', a''$	a Strich, a zwei Strich
$-$	minus	$\text{‰}$	Promille, vom Tausend	$a_1, a_2$	a eins, a zwei
$\cdot$	mal, multipliziert mit	$\pi$	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)		
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro				

# Formeln, Gleichungen, Diagramme

## Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B.  $v_c$  für die Schnittgeschwindigkeit,  $d$  für den Durchmesser,  $n$  für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B.  $\cdot$  für Multiplikation,  $+$  für Addition,  $-$  für Subtraktion,  $-$  (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B.  $\pi$  ( $\pi$ ) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

**Formel für die Schnittgeschwindigkeit**

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

**Beispiel:**

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit  $v_c$  in m/min für  $d = 200$  mm und  $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

## Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

**Zahlenwertgleichung für das Drehmoment**

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

**Beispiel:**

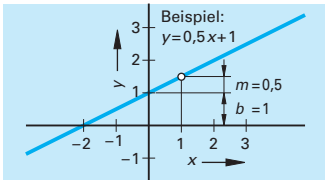
Wie groß ist das Drehmoment  $M$  eines Elektromotors mit der Antriebsleistung  $P = 15$  kW und der Drehzahl  $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
$M$	Drehmoment N · m
$P$	Leistung kW
$n$	Drehzahl 1/min

## Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist  $y$  die Funktion von  $x$ , mit  $x$  als unabhängige und  $y$  als abhängige Variable. Die Zahlenpaare  $(x, y)$  einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem.



**1. Beispiel:**

$$y = 0,5x + 1$$

$x$	-2	0	2	3
$y$	0	1	2	2,5

**2. Beispiel:**

**Kostenfunktion und Erlösfunktion**

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200\,000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

$M$	0	4000	6000
$K_G$	200000	440000	560000
$E$	0	440000	660000

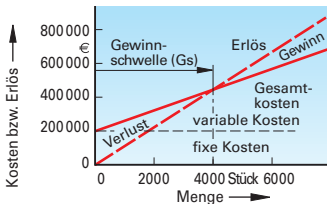
$K_G$  Gesamtkosten  $\rightarrow$  abhängige Variable

$M$  Menge  $\rightarrow$  unabhängige Variable

$K_f$  Fixe Kosten  $\rightarrow$   $y$ -Koordinatenabschnitt

$K_v$  Variable Kosten  $\rightarrow$  Steigung der Funktion

$E$  Erlös  $\rightarrow$  abhängige Variable



**Zuordnungsfunktion**

$$y = f(x)$$

**Lineare Funktion**

$$y = m \cdot x + b$$

**Beispiele:**

**Kostenfunktion**

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

**Erlösfunktion**

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

## Fehlerrechnung

### Fehlerrechnung

Aufgabe einer physikalischen Messung ist es, den Zahlenwert einer physikalischen Größe festzustellen.

Jeder **Messwert** weicht von dem fehlerfreien, grundsätzlich unbekanntem, Ergebnis, dem **wahren Wert** dieser Größe, ab.

Die Abweichung wird als **wahrer Fehler** der Messung bezeichnet.

Messwert  $x$

wahrer Wert  $X^*$

wahrer Fehler  $\Delta X^*$

$$\Delta X^* = x - X^*$$

### Systematische Fehler

Systematische Fehler haben ihre Ursache im Messsystem. Sie sind reproduzierbar und treten bei Wiederholung in gleicher Richtung und Größe auf (z. B. fehlerhafte Kalibrierung der Skalen, verschobene Nullstelle). Diese können durch Kontrolle und Verbesserung der Messmethode verringert werden.

### Zufällige Fehler (Mittelwert, Standardabweichung, Fehlerfortpflanzung)

Zufällige Fehler lassen sich im Gegensatz dazu grundsätzlich nicht vermeiden. Innerhalb einer Messreihe unterscheiden sie sich nach Größe und Betrag. Durch Messwiederholungen können sie reduziert werden. Diese (auch „statistisch“ genannten) Fehler sind durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisiert.

#### Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert berechnet sich durch die Summe aller Einzelmessungen und anschließender Division durch die Anzahl der Messungen

$\bar{x}$  Mittelwert

$n$  Anzahl der Messungen

$x_i$  Einzelmessung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

#### Mittlerer Fehler des Einzelwertes

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Breite der Streuung des Mittelwertes.

$s$  Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x)^2}{n - 1}} \quad n > 1$$

#### Statistische Messunsicherheit

Die Standardabweichung des Mittelwertes ist ein Maß für den mittleren (statistischen) Fehler des Mittelwertes

$u$  Standardabweichung des Mittelwertes

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2}{n(n - 1)}} \quad n > 1$$

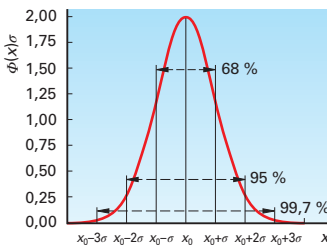
#### Fehlerfortpflanzung

Möglicher Fehler bei der Messung mehrerer (verschiedenen) Parameter  $x$  zur Bestimmung der physikalischen Größe  $y$

$\Delta y_{\max}$  größtmöglicher Gesamtfehler bei mehreren Einzelmessungen der physikalischen Größe  $y$

$$(\Delta y)_{\max} = \left| \frac{\delta y}{\delta x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\delta y}{\delta x_2} \Delta x_2 \right| + \dots$$

### Normal- oder Gauß'sche Verteilung



Funktion  $\phi(x)$  der Normalverteilung mit wahrscheinlichstem Wert  $x_0$

Sehr häufig sind die Messwerte  $x_i$  normalverteilt. Ihre relative Häufigkeit kann dann durch die sogenannte **Normal- oder Gauß'sche Verteilung** beschrieben werden.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \Phi(x) dx$$

Durch das Integral von  $\Phi(x)$  über die Grenzen von  $x_1$  bis  $x_2$  kann die Wahrscheinlichkeit  $P(x_1, x_2)$  bestimmt werden, mit der die Messwerte  $x_i$  im Intervall  $(x_1, x_2)$  liegen

# Größen und Einheiten

## Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe

10 mm

Zahlenwert      Einheit

Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

## Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2: 1978-02

Vorsatz- Zeichen	Name	Zehner- potenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	$10^{12}$	Billion	12 000 000 000 000 N = $12 \cdot 10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	$10^9$	Milliarde	45 000 000 000 W = $45 \cdot 10^9$ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	$10^6$	Million	8 500 000 V = $8,5 \cdot 10^6$ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	$10^3$	Tausend	12 600 W = $12,6 \cdot 10^3$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	$10^2$	Hundert	500 l = $5 \cdot 10^2$ l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	$10^1$	Zehn	32 m = $3,2 \cdot 10^1$ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	$10^0$	Eins	1,5 m = $1,5 \cdot 10^0$ m
d	Dezi	$10^{-1}$	Zehntel	0,5 l = $5 \cdot 10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	$10^{-2}$	Hundertstel	0,25 m = $25 \cdot 10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	$10^{-3}$	Tausendstel	0,375 A = $375 \cdot 10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	$10^{-6}$	Millionstel	0,000 052 m = $52 \cdot 10^{-6}$ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	$10^{-9}$	Milliardstel	0,000 000 075 m = $75 \cdot 10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	$10^{-12}$	Billionstel	0,000 000 000 006 F = $6 \cdot 10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad)

## Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm<sup>2</sup> in m<sup>2</sup>. Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

## Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm

### 1. Beispiel:

Das Volumen  $V = 3416 \text{ mm}^3$  ist in  $\text{cm}^3$  umzurechnen.

Das Volumen  $V$  wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit  $\text{cm}^3$  und im Nenner die Einheit  $\text{mm}^3$  aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

### 2. Beispiel:

Die Winkelangabe  $\alpha = 42^\circ 16'$  ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel  $16'$  muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$



# Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

## Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

### • Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

**Beispiel:**

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

### • Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

**Beispiel:**

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = \frac{128,57 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

### • Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

**Beispiel:**

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

### Regeln beim Potenzieren

$a$  Basis  
 $m, n \dots$  Exponenten

### Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

### Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

### Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

## Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an. Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind. Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

$P_s$  Prozentsatz, Prozent     $P_w$  Prozentwert     $G_w$  Grundwert

**Beispiel:**

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)  
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

### Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

## Zinsrechnung

$K_0$  Anfangskapital     $Z$  Zinsen     $t$  Laufzeit in Tagen, Verzinsungszeit  
 $K_1$  Endkapital     $p$  Zinssatz pro Jahr

### Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100 \% \cdot 360}$$

**1. Beispiel:**

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100 \%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

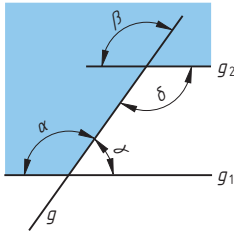
**2. Beispiel:**

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100 \% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

# Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

## Winkelarten



- g Gerade
- $g_1, g_2$  parallele Geraden
- $\alpha, \beta$  Stufenwinkel
- $\beta, \delta$  Scheitelwinkel
- $\alpha, \delta$  Wechselwinkel
- $\alpha, \gamma$  Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

### Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

### Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

### Wechselwinkel

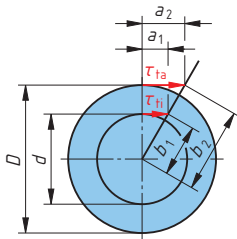
$$\alpha = \delta$$

### Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

## Strahlensatz

- $\tau_{ta}$  Torsionsspannung außen
- $\tau_{ti}$  Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

### Beispiel:

$$\begin{aligned}
 D &= 40 \text{ mm}, d = 30 \text{ mm}, \\
 \tau_{ta} &= 135 \text{ N/mm}^2; \tau_{ti} = ? \\
 \tau_{ti} &= \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \tau_{ta} \cdot \frac{d}{D} \\
 &= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

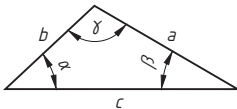
### Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

## Winkelsumme im Dreieck



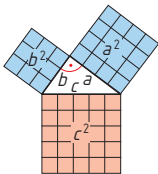
- a, b, c Dreiecksseiten
- $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme  $180^\circ$ .

## Lehrsatz des Pythagoras



Im rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

### Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

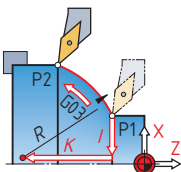
### Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Länge der Katheten

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

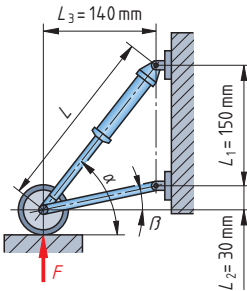
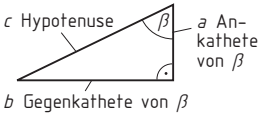
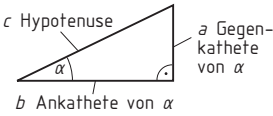


### Beispiel:

$$\begin{aligned}
 &\text{CNC-Programm mit } R = 50 \text{ mm und } l = 25 \text{ mm.} \\
 &K = ? \\
 &c^2 = a^2 + b^2 \\
 &R^2 = l^2 + K^2 \\
 &K = \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{60^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2} \\
 &K = 43,3 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

# Funktionen im Dreieck

## Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



- c Hypotenuse (längste Seite)
- a, b Katheten  
Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist  $\rightarrow b$  die Ankathete und  $\rightarrow a$  die Gegenkathete
- $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck, mit  $\gamma = 90^\circ$
- sin Schreibweise für Sinus
- cos Schreibweise für Kosinus
- tan Schreibweise für Tangens
- sin  $\alpha$  Sinus des Winkels  $\alpha$

**Beispiel:**

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm}; \text{Winkel } \alpha = ?$   
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$   
**Winkel  $\alpha = 52^\circ$**

Winkelfunktionen

Sinus	$= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	$= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	$= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	$= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

Bezogen auf den Winkel  $\alpha$  ist:

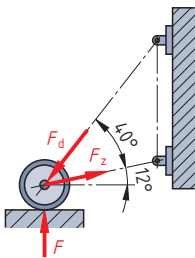
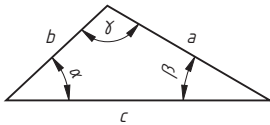
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Bezogen auf den Winkel  $\beta$  ist:

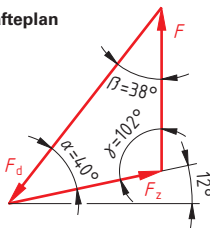
$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

## Beziehungen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

- Seite a  $\rightarrow$  Gegenwinkel  $\alpha$
- Seite b  $\rightarrow$  Gegenwinkel  $\beta$
- Seite c  $\rightarrow$  Gegenwinkel  $\gamma$

**Beispiel:**

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$   
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.  
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$   
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$   
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$   
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ( $^\circ$ ) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arccos.

**Sinussatz**

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

**Kosinussatz**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

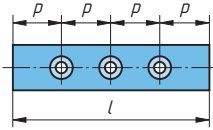
Umstellung ebenfalls möglich, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

## Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

### Teilung von Längen

Randabstand = Teilung

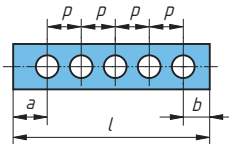


- $l$  Gesamtlänge
- $n$  Anzahl der Bohrungen
- $p$  Teilung

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand  $\neq$  Teilung

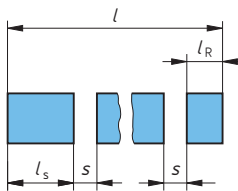


- $l$  Gesamtlänge
- $n$  Anzahl der Bohrungen
- $p$  Teilung
- $a, b$  Randabstände

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



- $l$  Stablänge
- $s$  Sägeschnittbreite
- $z$  Anzahl der Teile
- $l_R$  Restlänge
- $l_s$  Teillänge

Anzahl der Teile

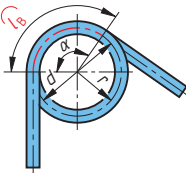
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

### Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



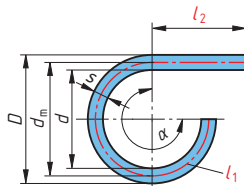
- $l_B$  Bogenlänge
- $\alpha$  Mittelpunktswinkel
- $r$  Radius
- $d$  Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

### Zusammengesetzte Länge



- $D$  Außendurchmesser
- $d$  Innendurchmesser
- $d_m$  mittlerer Durchmesser
- $s$  Dicke
- $l_1, l_2$  Teillängen
- $L$  zusammengesetzte Länge
- $\alpha$  Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$