

$$H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$$

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial L}{\partial t}$$

Walter Greiner

# Klassische Mechanik II

Teilchensysteme

Lagrange-Hamiltonsche Dynamik

Nichtlineare Phänomene

Verlag  
Harri  
Deutsch

**Klassische Mechanik II**  
**Teilchensysteme**  
**Lagrange-Hamiltonsche Dynamik**  
**Nichtlineare Phänomene**





Edition  
Harri   
Deutsch

# **Klassische Mechanik II**

**Teilchensysteme**

**Lagrange-Hamiltonsche Dynamik**

**Nichtlineare Phänomene**

von

Walter Greiner

**8., überarbeitete und erweiterte Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 55668**

Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner  
Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS)  
Johann Wolfgang Goethe-Universität  
D-60438 Frankfurt am Main

8., überarbeitete und erweiterte Auflage 2008

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5566-8

ISBN 978-3-8085-5816-4 (E-Book)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2008 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Druck: freiburger graphische betriebe

# Theoretische Physik

von Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner

Seit vielen Jahren zählen die Bände der Reihe *Theoretische Physik* zu den weltweit geschätzten und wegweisenden Lehrbüchern, mit denen Generationen von Studierenden ihre Physikausbildung erfolgreich gestaltet haben. Damit führt Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner die Tradition der klassischen Buchreihen von Sommerfeld, von Planck und von Landau und Lifschitz fort, einen zusammenhängenden Blick auf das große Wissenschaftsfeld der Physik zu geben. Englische, französische, japanische und chinesische Ausgaben untermauern die Bedeutung des Werkes *Theoretische Physik*.

Auf über 7 000 Seiten lehrt Walter Greiner, der Herausgeber und Hauptautor, Physik mit einem eigenständigen, didaktisch geschickten Konzept: Vermittlung der theoretischen Grundlagen und deren Anwendung anhand vieler ausführlicher Beispiele und Aufgaben mit ausgearbeiteten Lösungen – insbesondere auch zu aktuellen Themen. Denn nichts ist für den Studierenden von größerer Bedeutung, als im Detail zu erleben, wie die theoretischen Konzepte und Werkzeuge auf konkrete Probleme angewandt werden, die für den arbeitenden Physiker von Interesse sind. Walter Greiner begleitet seine Ausführungen mit einer sorgfältigen Entwicklung der benötigten mathematischen Methoden. Biografische und geschichtliche Notizen schlagen die Brücke zu den Wegbereitern der modernen Physik.

So entstand ein lebendiges Konzept von integrierten Lehr- und Übungsbüchern. Pragmatisch orientiert, aber ohne Abstriche an der theoretischen Grundlegung des Stoffes, gelingt es Walter Greiner, den Lernenden einen schnellen Zugang zum theoretisch-physikalischen Denken zu ebnet und sie für die physikalische Wissenschaft zu begeistern.



# Vorwort zur 8. Auflage

Die vorliegende *Klassische Mechanik II* ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die sich in vielen Jahren – seit 1965 – als Teil des Studienprogramms der Theoretischen Physik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main bewährt haben. Die Vorlesungen werden dort Studierenden der Physik und Mathematik im zweiten Semester angeboten. Sie behandeln im Anschluß an die Einführung in die Newtonsche Mechanik (im ersten Semester) die fortgeschrittenen Themen der Klassischen Mechanik – Systeme von Teilchen, Dynamik des starren Körpers, Lagrangesche und Hamiltonsche Mechanik sowie eine Einführung in die Theorie der Nichtlinearen Dynamik.

Wir haben versucht, die Darstellung des Stoffes so interessant und verständlich wie möglich zu gestalten. Der Text wird daher mit vielen Beispielen und Übungen ergänzt, die bis ins Detail ausgearbeitet sind. Damit soll das Buch für interessierte Leserinnen und Leser auch zum Selbststudium geeignet sein.

Die Behandlung der Newtonschen Mechanik im ersten Semester bedingt, daß dabei großes Gewicht auf die Behandlung elementarer mathematischer Verfahren aus der Vektoralgebra und -analysis sowie der Theorie der linearen Differentialgleichungen gelegt werden muss. So gesehen ist die *Klassische Mechanik I* (die Newtonschen Mechanik) ein Vorkurs zur Theoretischen Physik.

Dies ändert sich deutlich mit den Themen, die im zweiten Semester – und somit in diesem Buch, der *Klassischen Mechanik II* – diskutiert werden. Der Bereich der Theoretische Mechanik wird ausgedehnt von der elementaren Mechanik der Punktteilchen auf die Behandlung von Systemen von Punktteilchen, auf schwingende Saiten und Membranen, starre Körper, die Theorie des Kreisels und schließlich auf die formal-analytischen Aspekte der Mechanik in den Formulierungen von Lagrange, Hamilton und Jacobi. Vom mathematischen Standpunkt liegt das Neue im Auftreten von partiellen Differentialgleichungen, der Fourierreentwicklung und von Eigenwertproblemen. Dieses neue Handwerkszeug wird ausführlich erläutert und an zahlreichen physikalischen Beispielen erprobt. Ferner werden einige aktuelle Entwicklungen zum Hamilton-Formalismus im erweiterten Phasenraum und zu verallgemeinerten kanonischen Transformationen erstmalig in einem Lehrbuch dargestellt.

Während damit der übliche Themenkreis der *Klassischen Mechanik* abgedeckt ist, trägt das umfassende folgende Kapitel den neueren Entwicklungen der Nichtlinearen Dynamik Rechnung. Behandelt werden Dynamische Systeme, die Stabilität zeitabhängiger Bahnen, Bifurkationen, Lyapunov-Exponenten und Chaos sowie Systeme mit chaotischer Dynamik.



Den Abschluß der Vorlesungen bildet ein knapper Abriß über die Geschichte und Entwicklung der Mechanik.

Dies ist deutlich mehr Stoff, als in einer einsemestrigen Kursvorlesung behandelt werden kann. Wir hoffen jedoch, damit Interesse für die vielfältigen Aspekte der Mechanik zu wecken und Studierende zu ermutigen, sich selbständig mit diesen aktuellen und spannenden Themen zu beschäftigen – die *Klassische Mechanik* ist alles andere als eine verstaubte Wissenschaft. Im Gegenteil: Wie die Beispiele der nichtlinearen Dynamik und der verallgemeinerten kanonischen Transformationen zeigen, gibt es auch in diesem klassischen Teilbereich der Physik noch immer neue Entwicklungen.

Dank zum Zustandekommen dieser achten Auflage schulde ich Herrn Dr. Stefan Scherer, der die technische Überwachung der Drucklegung übernommen hat, und vor allem Herrn Dr. Jürgen Struckmeier, der mir bei der Neugestaltung der Abschnitte über kanonische Transformationen sehr geholfen hat.

Frankfurt am Main, im August 2008

Walter Greiner

# Die Mitarbeiter

**An den bisherigen Auflagen haben im Laufe der Jahre viele ehemalige Studierende, Doktoranden und Assistenten mitgearbeitet:**

## **7. Auflage (2003)**

Dipl.-Phys. S. Scherer,  
S. Schwabe

## **6. Auflage (1998)**

Dr. J. Reinhardt (ihm gilt Dank für die Unterstützung bei den Abschnitten zur nichtlinearen Dynamik),  
Dipl.-Phys. S. Soff  
Dr. E. Stein  
sowie  
Frau A. Steidl

## **5. Auflage (1989)**

Dr. Martin Greiner,  
Dipl.-Phys. R. Heuer,  
Dr. G. Plunien,  
Dr. M. Rufa

## **4. Auflage (1985)**

Carsten Greiner,  
Martin Greiner,  
Dr. M. Seiwert

## **3. Auflage (1982)**

Dipl.-Phys. M. Seiwert,  
Frau B. Utschig

## **2. Auflage (1977)**

Dr. H. Stock

sowie

Frau M. Knolle, Frau R. Lasarzig, Frau B. Utschig

## **1. Auflage (1974)**

Dr. H. Diehl

Dr. B. Fricke<sup>1)</sup>

mit

H. Angermüller, P. Bergmann, H. Betz, W. Betz, J. Briechle<sup>2)</sup>, C. v. Charzewski, J. v. Czarnecki, H. R. Fiedler, W. Grosch, L. Kohaupt<sup>3)</sup>, P. Kurowski, H. Leber, H. J. Lustig, A. Mahn, B. Müller<sup>4)</sup>, H. Müller, H. Peitz, J. Rafelski<sup>5)</sup>, J. Reinhardt, D. Schebesta, H. J. Scheefer, H. Sewerin, M. Soffel<sup>6)</sup>, K. Stiebing, J. Wagner

sowie

Frau M. Knolle, Frau R. Lasarzig, G. Terlecki, Frau B. Utschig

---

<sup>1)</sup> jetzt Professor an der Universität Kassel.

<sup>2)</sup> Wir gedenken besonders Herrn Jörg Briechle, der am 24.3.1970 bei einem Lawineneunglück gestorben ist.

<sup>3)</sup> jetzt Professor an der Technischen Fachhochschule Berlin.

<sup>4)</sup> jetzt Professor an der Duke University, Durham, North Carolina, USA.

<sup>5)</sup> jetzt Professor an der University of Arizona, Tucson, USA.

<sup>6)</sup> jetzt Professor an der Technischen Universität Dresden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Newtonsche Mechanik in bewegten Koordinatensystemen</b> . . . . .	1
1	Die Newtonschen Gleichungen in einem rotierenden Koordinatensystem . . . . .	1
2	Der freie Fall auf der rotierenden Erde . . . . .	6
3	Das Foucaultsche Pendel . . . . .	18
<b>II</b>	<b>Mechanik der Teilchensysteme</b> . . . . .	33
4	Freiheitsgrade . . . . .	33
5	Der Schwerpunkt . . . . .	35
6	Mechanische Grundgrößen von Massenpunktsystemen . . . . .	55
<b>III</b>	<b>Schwingende Systeme</b> . . . . .	69
7	Schwingungen gekoppelter Massenpunkte . . . . .	69
8	Die schwingende Saite . . . . .	88
9	Fourierreihen . . . . .	107
10	Die schwingende Membran . . . . .	117
<b>IV</b>	<b>Mechanik der starren Körper</b> . . . . .	145
11	Rotation um eine feste Achse . . . . .	145
12	Rotation um einen Punkt . . . . .	165
13	Kreiseltheorie . . . . .	187
<b>V</b>	<b>Lagrange-Gleichungen</b> . . . . .	239
14	Generalisierte Koordinaten . . . . .	239
15	D'Alembertsches Prinzip und Herleitung der Lagrange-Gleichungen . . . . .	246
16	Die Lagrange-Gleichung für nichtholonome Zwangsbedingungen . . . . .	278
17	Spezielle Probleme (Zur Vertiefung) . . . . .	287
<b>VI</b>	<b>Die Hamiltonsche Theorie</b> . . . . .	303
18	Die Hamiltonschen Gleichungen . . . . .	303
19	Kanonische Transformationen . . . . .	340
20	Hamilton-Jacobi-Theorie . . . . .	356
21	Verallgemeinerte kanonische Transformationen . . . . .	386
22	Die verallgemeinerte Fassung der Hamilton-Jacobi-Gleichung . . . . .	416
<b>VII</b>	<b>Nichtlineare Dynamik</b> . . . . .	421
23	Dynamische Systeme . . . . .	422
24	Stabilität zeitabhängiger Bahnen . . . . .	444
25	Bifurkationen . . . . .	453
26	Lyapunov-Exponenten und Chaos . . . . .	460
27	Systeme mit chaotischer Dynamik . . . . .	475
<b>VIII</b>	<b>Aus der Geschichte der Mechanik</b> . . . . .	511
	<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	537



# Aufgaben und Beispiele

B	1.1	Winkelgeschwindigkeitsvektor $\vec{\omega}$ . . . . .	4
B	1.2	Ortsvektor $\vec{r}$ . . . . .	4
B	2.1	Ostablenkung eines fallenden Körpers . . . . .	13
A	2.1	Ostablenkung eines geworfenen Körpers . . . . .	14
A	2.2	Flußüberhöhung . . . . .	15
A	2.3	Differenz der Meerestiefe zwischen Pol und Äquator . . . . .	16
A	3.1	Kette hängt an einem rotierenden Stab . . . . .	23
A	3.2	Pendel im fahrenden Zug . . . . .	24
A	3.3	Entstehung von Zyklonen . . . . .	27
A	3.4	Verschiebbare Masse im rotierenden Rohr . . . . .	29
A	5.1	Schwerpunkt eines Systems dreier Massenpunkte . . . . .	36
A	5.2	Schwerpunkt einer Pyramide . . . . .	37
A	5.3	Schwerpunkt eines Halbkreises . . . . .	38
A	5.4	Schwerpunkt eines Kreiskegels . . . . .	38
A	5.5	Momentanzentrum und Polbahn . . . . .	40
B	5.1	Streuung im Zentralfeld . . . . .	41
A	5.6	Der Rutherford'sche Streuquerschnitt . . . . .	46
A	5.7	Streuung eines Teilchens am sphärischen Potentialtopf . . . . .	50
A	5.8	Streuung zweier Atome . . . . .	54
B	6.1	Abplattung einer Galaxie . . . . .	56
B	6.2	Drehimpulserhaltung bei Pirouette . . . . .	57
A	6.1	Die reduzierte Masse . . . . .	62
A	6.2	Bewegung zweier Körper unter Einfluß wechselseitiger Gravitation . . . . .	63
A	6.3	Atwoodsche Fallmaschine . . . . .	64
A	6.4	Unser Sonnensystem in der Milchstraße . . . . .	65
A	7.1	Zwei gleiche Massen, gekoppelt durch zwei gleiche Federn . . . . .	72
B	7.1	Gekoppelte Pendel . . . . .	74
A	7.2	Eigenfrequenzen der schwingenden Kette . . . . .	82
A	7.3	Schwingung zweier gekoppelter Massenpunkte, zweidimensional . . . . .	84
A	7.4	Drei Massen auf einer Saite . . . . .	85
A	7.5	Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls . . . . .	87
A	8.1	Kinetische und potentielle Energie der schwingenden Saite . . . . .	95
A	8.2	Drei ungleiche Massen äquidistant auf Saite . . . . .	97
A	8.3	Kompliziert gekoppeltes Schwingungssystem . . . . .	99

B 8.1	Mathematische Ergänzung zur Vertiefung: Die Cardanische Formel . . . . .	100
B 9.1	Anfangsbedingungen für schwingende Saite . . . . .	110
A 9.1	Fourierreihe der Sägezahnfunktion . . . . .	111
A 9.2	Schwingende Saite bei vorgegebener Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	112
A 9.3	Fourierreihe bei Stufenfunktion . . . . .	114
A 9.4	Eindeutigkeit des Tautochronenproblems . . . . .	115
B 10.1	Die longitudinale Kette – Die Poincarésche Wiederkehrzeit . . . . .	135
A 10.1	Orthogonalität der Eigenmoden . . . . .	140
B 11.1	Trägheitsmoment eines homogenen Kreiszyinders . . . . .	147
B 11.2	Trägheitsmoment einer dünnen rechteckigen Scheibe . . . . .	149
A 11.1	Trägheitsmoment einer Kugel . . . . .	151
A 11.2	Trägheitsmoment eines Würfels . . . . .	151
A 11.3	Schwingungen eines aufgehängten Würfels . . . . .	152
B 11.3	Abrollen eines Zylinders; Rollenpendel . . . . .	153
B 11.4	Trägheitsmomente einiger starrer Körper um ausgewählte Achsen . . . . .	157
A 11.4	Würfel kippt über Tischkante . . . . .	158
A 11.5	Hockeypuck trifft Stab . . . . .	159
A 11.6	Queue stößt Billardkugel . . . . .	161
A 11.7	Zwangskräfte eines rotierenden Stabes . . . . .	163
A 11.8	Stab schwingt auf Federn . . . . .	164
B 12.1	Trägheitstensor eines massebelegten Quadrats . . . . .	172
B 12.2	Transformation des Trägheitstensors eines massebelegten Quadrats . . . . .	179
A 12.1	Rollender Kreiskegel . . . . .	180
A 12.2	Trägheitsellipsoid einer quadratischen Scheibe . . . . .	182
A 12.3	Symmetrieachse als Hauptachse . . . . .	183
A 12.4	Trägheitstensor und Trägheitsellipsoid eines Systems dreier Massen . . . . .	184
A 12.5	Reibungskräfte und Beschleunigung eines Autos . . . . .	186
B 13.1	Nutation der Erde . . . . .	195
B 13.2	Trägheitsellipsoid eines regelmäßigen Polyeders . . . . .	196
A 13.1	Rotierendes Ellipsoid . . . . .	197
A 13.2	Drehmoment einer rotierenden Platte . . . . .	198
A 13.3	Drehung eines oszillierenden Neutronensterns . . . . .	199
A 13.4	Lagerkräfte einer rotierenden Kreisscheibe . . . . .	200
A 13.5	Drehmoment auf eine elliptische Scheibe . . . . .	201
A 13.6	Gyrokompas . . . . .	209
A 13.7	Gezeitenkräfte: Mond- und Sonnenfinsternisse – Der Saroszyklus <sup>1)</sup> . . . . .	210
B 13.3	Der schlafende Kreisel . . . . .	228
B 13.4	Der schwere symmetrische Kreisel . . . . .	230
A 13.8	Stabile und instabile Rotationen des asymmetrischen Kreisels . . . . .	236
B 14.1	Kleine Kugel rollt auf großer Kugel . . . . .	241
B 14.2	Ein Körper rutscht auf schiefer Ebene . . . . .	241

B 14.3	Rad rollt auf Ebene . . . . .	241
B 14.4	Generalisierte Koordinaten . . . . .	243
B 14.5	Zylinder rollt auf schiefer Ebene . . . . .	243
A 14.1	Klassifizierung der Zwangsbedingungen . . . . .	244
B 15.1	Zwei Massen an konzentrischen Rollen . . . . .	249
B 15.2	Zwei durch Seil verbundene Massen auf schiefer Ebene . . . . .	250
B 15.3	Gleichgewichtsbedingung einer Klappbrücke . . . . .	251
B 15.4	Zwei durch Stange verbundene Klötze . . . . .	256
B 15.5	Ignorable Koordinate . . . . .	257
B 15.6	Kugel am rotierenden Rohr . . . . .	259
A 15.1	Aufrechtes Pendel . . . . .	260
A 15.2	Lage des stabilen Gleichgewichts beim aufrechten Pendel . . . . .	261
A 15.3	Schwingungsfrequenzen eines dreiatomigen, symmetrischen Moleküls . . . . .	263
A 15.4	Normalfrequenzen eines Dreieckmoleküls . . . . .	266
A 15.5	Normalfrequenzen eines nichtsymmetrischen, linearen Moleküls . . . . .	268
A 15.6	Doppelpendel . . . . .	269
A 15.7	Massenpunkt auf Zykloidenbahn . . . . .	271
A 15.8	Das Fadenpendel . . . . .	273
A 15.9	Gekoppelte Massenpunkte auf einem Kreis . . . . .	274
A 15.10	Lagrangefunktion des asymmetrischen Kreisels . . . . .	276
B 16.1	Zylinder rollt auf schiefer Ebene herunter . . . . .	281
A 16.1	Teilchen bewegt sich im Paraboloid . . . . .	283
A 16.2	Drei Massen – durch Stangen gekoppelt – gleiten im Kreisreifen . . . . .	285
B 17.1	Geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld . . . . .	289
B 17.2	Bewegung eines Projektils an der Luft . . . . .	293
A 17.1	Gekoppelte gedämpfte Federn – das Dämpfen unerwünschter Schwingungen . . . . .	293
A 17.2	Kreisscheibe rollt auf Ebene . . . . .	298
A 17.3	Der Fliehkraftregler . . . . .	300
B 18.1	Zentralbewegung . . . . .	308
B 18.2	Das Pendel in der Newtonschen, Lagrangesche und Hamiltonschen Theorie . . . . .	309
A 18.1	Hamilton-Funktion und kanonische Bewegungsgleichungen . . . . .	310
A 18.2	Beispiel einer Variationsaufgabe . . . . .	313
A 18.3	Kettenlinie . . . . .	317
A 18.4	Brachystochrone – Konstruktion einer Notrutsche . . . . .	319
A 18.5	Herleitung der Hamiltonschen Gleichungen . . . . .	324
B 18.3	Phasendiagramm eines ebenen Pendels . . . . .	326
B 18.4	Phasenraumdichte für Teilchen im Gravitationsfeld . . . . .	329
A 18.6	Kühlung eines Teilchenstrahls . . . . .	335
B 19.1	Beispiel einer kanonischen Transformation . . . . .	344
B 19.2	Punkttransformationen . . . . .	345
B 19.3	Der harmonische Oszillator . . . . .	345



B 19.4	Der gedämpfte harmonische Oszillator . . . . .	347
B 19.5	Infinitesimaler Zeitschritt . . . . .	349
B 19.6	Die allgemeinste Form des Liouvilleschen Satzes . . . . .	350
B 19.7	Die kanonische Invarianz der Poisson-Klammern . . . . .	352
B 19.8	Der Poissonsche Satz . . . . .	353
B 19.9	Invarianten des ebenen Kepler-Systems . . . . .	354
B 20.1	Beispiel zur Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung . . . . .	359
B 20.2	Winkelvariable . . . . .	363
A 20.1	Lösung des Keplerproblems mit der Hamilton-Jacobi-Methode . .	363
A 20.2	Aufstellung der Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung für die Bewegung eines Teilchens im azimuthalsymmetrischen Potential . .	365
A 20.3	Lösung der Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung aus Aufgabe 20.2 . . . . .	366
A 20.4	Aufstellung der Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung für schrägen Wurf . . . . .	369
B 20.3	Veranschaulichung der Wirkungswellen . . . . .	371
B 20.4	Periodische und mehrfach periodische Bewegungen . . . . .	374
A 20.5	Das Bohr-Sommerfeldsche Wasserstoffatom . . . . .	381
A 20.6	Über die Poisson-Klammern . . . . .	383
A 20.7	Totale zeitliche Ableitung einer beliebigen von $q$ , $p$ und $t$ abhängenden Funktion . . . . .	385
B 21.1	Identische kanonische Transformation . . . . .	393
B 21.2	Identische Zeittransformation: konventionelle kanonische Transformationen . . . . .	394
B 21.3	Reine Zeit-Energie-Transformation . . . . .	394
B 21.4	Der Liouvillesche Satz im erweiterten Phasenraum . . . . .	395
B 21.5	Regularisierung der Kepler-Bewegung . . . . .	395
B 21.6	Der zeitabhängige gedämpfte harmonische Oszillator . . . . .	398
B 21.7	Die Galilei-Transformation . . . . .	401
B 21.8	Die Lorentz-Transformation . . . . .	402
B 21.9	Die Lorentz-invariante Form der Hamilton-Funktion eines freien Teilchens . . . . .	404
B 21.10	Die relativistische Hamilton-Funktion eines Teilchens im Potential $V(q, t)$ . . . . .	406
B 21.11	Der relativistische harmonische Oszillator . . . . .	407
B 21.12	Erweiterte Poisson-Klammern . . . . .	408
B 21.13	Kanonische Quantisierung im erweiterten Hamilton-Formalismus	409
B 21.14	Infinitesimale kanonische Transformationen, verallgemeinertes Noether-Theorem . . . . .	410
B 21.15	Infinitesimale Punkttransformationen, konventionelles Noether- Theorem . . . . .	413
B 21.16	Der Runge-Lenz-Vektor des Kepler-Systems als verallgemeinerte Noether-Invariante . . . . .	414

---

B 22.1	Der zeitabhängige harmonische Oszillator . . . . .	417
B 23.1	Lineare Stabilität in zwei Dimensionen . . . . .	431
A 23.1	Nichtlinearer Oszillator mit Reibung . . . . .	433
A 23.2	Van-der-Pol-Oszillator mit schwacher Nichtlinearität . . . . .	440
A 23.3	Relaxationsschwingungen . . . . .	442
B 24.1	Die Stabilitätstheorie von Floquet . . . . .	448
A 24.1	Stabilität eines Grenzyklus . . . . .	451
A 26.1	Die Bäckertransformation . . . . .	474
B 27.1	Die logistische Abbildung . . . . .	478
A 27.1	Logistische Abbildung und Bernoulli-Shift . . . . .	486
B 27.2	Der periodisch angestoßene Rotator . . . . .	489
B 27.3	Das periodisch angetriebene Pendel . . . . .	496
B 27.4	Chaos in der Himmelsmechanik: Das Taumeln von Hyperion . . . .	503



# Historische Notizen

1	Jean Bernard Léon Foucault	18
2	Michael Chasles	34
3	Hieronimo Cardano	103
4	Scipion Ferro	104
5	François Vieta	105
6	Jean Baptiste Joseph Fourier	107
7	Friedrich Wilhelm Bessel	129
8	Enrico Fermi	142
9	John Pasta	142
10	Stanislaw Marcin Ulam	142
11	Jacob Steiner	148
12	Louis Poincot	188
13	Seth Carlo Chandler	196
14	Arnold Sommerfeld	204
15	Felix Klein	204
16	Leonhard Euler	218
17	Jean le Rond D'Alembert	246
18	Joseph Louis Lagrange	255
19	Sir William Rowan Hamilton	303
20	Adrien Marie Legendre	304
21	Joseph Liouville	327
22	Simon van der Meer	330
23	Carlo Rubbia	334
24	Siméon Denis Poisson	352
25	Carl David Tolmé Runge	355
26	Wilhelm Lenz	355
27	Carl Gustav Jacob Jacobi	357
28	Emmy Amalie Noether	411
29	Jules-Henri Poincaré	421
30	Eberhard Friedrich Ferdinand Hopf	458
31	Alexander Mikhailovich Lyapunov	460
32	Benoit B. Mandelbrot	466
33	Georg Cantor	468
34	Niels Fabian Helge von Koch	469
35	Waclaw Sierpinski	470
36	Giuseppe Peano	472
37	Felix Hausdorff	473
38	Mitchell Feigenbaum	481