



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Mechatronik

J. Dillinger   W. Escherich   M. Lex   T. Neumayr   B. Schellmann   R. Zweckstätter

# Rechnen und Projektieren – Mechatronik

Projektieren · Problemlösen  
Lösungen

2. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 18820

**Autoren:**

Dillinger, Josef	München
Escherich, Walter	München
Lex, Martin	München
Neumayr, Thomas	München
Schellmann, Bernhard	Kißlegg
Zweckstätter, Robert	München

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:  
Josef Dillinger München

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Buch wurde auf der **Grundlage der neuen amtlichen Rechtschreibregeln** erstellt.

2. Auflage 2012

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1883-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2012 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Tutte Druckerei GmbH, Passau-Salzweg

Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie, 33100 Paderborn

# Inhaltsverzeichnis zum Lösungsheft

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>	<b>6.4</b>	<b>Schnittkraft und Leistungsbedarf beim Zerspanen</b>	<b>57</b>
1.1	Rechnen mit Zahlen und Variablen	5	<b>7</b>	<b>Mechanische Systeme</b>	<b>59</b>
1.2	Rechnen mit Brüchen	5	7.1	Zahnradmaße und Achsabstände	59
1.3	Gleichungen und Formeln	6	7.2	Übersetzungen und Getriebe	60
1.3.1	Gleichungen	6	7.2.1	Einfache Übersetzungen	60
1.3.2	Formeln	12	7.2.2	Mehrfache Übersetzungen	61
1.4	Winkelberechnungen	15	7.3	Bewegungslehre	64
1.5	Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	16	7.3.1	Gleichförmige Bewegung	64
1.6	Schlussrechnung (Dreisatzrechnung)	17	7.3.2	Kreisförmige Bewegung	66
1.7	Prozentrechnung	18	7.3.3	Ungleichförmige Bewegung	67
1.8	Flächen	20	7.4	Kräfte	71
1.9	Rauminhalt, Masse und Gewichtskraft	22	7.4.1	Darstellen von Kräften	71
1.10	Schaubilder	24	7.4.2	Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften	72
			7.4.3		
			7.4.4	Reibungskräfte	74
<b>2</b>	<b>Datenverarbeitungstechnik</b>	<b>27</b>	7.5	Rollen und Flaschenzüge	75
2.1	Zahlensysteme	27	7.6	Hebel und Drehmoment	76
2.1.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	27	7.6.1	Hebelgesetz	77
2.1.2	Umwandlung von Sedezimalzahlen (Hexadezimalzahlen) in Dezimalzahlen	27	7.7	Mechanische Arbeit und Energie	79
2.1.3	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	27	7.7.1	Mechanische Arbeit	79
2.1.4	Umwandlung von Dezimalzahlen in Sedezimalzahlen	27	7.7.2	Die Schiefe Ebene	79
2.1.5	Umwandlung von Dualzahlen in Sedezimalzahlen	27	7.7.3	Der Keil als schiefe Ebene	80
2.1.6	Umwandlung von Sedezimalzahlen in Dualzahlen	28	7.7.4	Die Schraube als schiefe Ebene	81
			7.7.5	Mechanische Energie	82
2.2	BCD Code	28	7.8	Mechanische Leistung und Wirkungsgrad	83
2.3	Potenzen und Wurzeln	28	<b>8</b>	<b>Gleichstromtechnik</b>	<b>87</b>
2.4	Zehnerpotenzen, Vorsätze	29	8.1	Elektrische Ladung und Stromstärke	87
<b>3</b>	<b>Prüf- und Messtechnik</b>	<b>31</b>	8.2	Stromdichte	87
3.1	Messfehler analoger elektrischer Messgeräte	31	8.3	Widerstand und Leitwert	88
3.2	Messfehler digitaler elektrischer Messgeräte	32	8.4	Temperaturabhängige Widerstände	89
<b>4</b>	<b>Qualitätsmanagement</b>	<b>33</b>	8.5	Ohmsches Gesetz	90
4.1	Grundlagen der Statistik		8.6	Reihenschaltung von Widerständen	91
4.2	Statistische Prozesslenkung mit Qualitätsregelkarten	35	8.7	Parallelschaltung von Widerständen	91
<b>5</b>	<b>Werkstofftechnik und Hilfsstoffe</b>	<b>39</b>	8.8	Gemischte Schaltungen	92
5.1	Längen- und Volumenänderung	39		Widerstände und Schaltung von Widerständen	93
5.2	Viskosität von Druckflüssigkeiten	40	8.9	Spannungsteiler	95
5.3	Festigkeitsberechnung	40	8.9.1	Der unbelastete Spannungsteiler	95
5.3.1	Beanspruchung auf Zug	40	8.9.2	Der belastete Spannungsteiler	96
5.3.2	Beanspruchung auf Druck	42	8.10	Wheatstone'sche Brückenschaltung	96
5.3.3	Beanspruchung auf Flächenpressung	44	8.11	Die Elektrische Leistung	98
5.3.4	Beanspruchung auf Schub (Scherung)	44	8.12	Die Elektrische Arbeit	99
5.3.5	Schneiden von Werkstoffen	46	8.13	Das Elektrische Feld	100
5.3.6	Festigkeitsklasse und Einschraubtiefe bei Schrauben	48	8.14	Kondensator	100
			8.14.1	Ladung und Kapazität eines Kondensators	100
<b>6</b>	<b>Fertigungstechnik</b>	<b>50</b>	8.14.2	Bauform und Kapazität eines Kondensators	101
6.1	Maßtoleranzen und Passungen	50	8.14.3	Schaltungsarten von Kapazitäten	102
6.2	Hauptnutzungszeit beim Bohren, Senken und Reiben	54	8.14.4	Lade- und Entladeverhalten eines Kondensators	103
6.3	Kostenrechnung, Kalkulation	55	8.15	Spulen	103
			8.15.1	Bauform und Induktivität einer Spule	103
			8.15.2	Schaltungsarten von Induktivitäten	104
			8.15.3	Ein- und Ausschaltverhalten einer Spule	105
			8.16	Gleichstromverhalten von Halbleiterdioden	106
			8.17	Bipolartransistor	107
			8.17.1	Bipolartransistor als Gleichstromverstärker	107
			8.17.2	Bipolartransistor als Schalter	108

<b>9</b>	<b>Wechselstrom</b>	<b>109</b>	<b>16</b>	<b>NC-Technik</b>	<b>161</b>
<b>9.1–9.4</b>	<b>Momentan- und Effektivwert beim Wechselstrom</b>	<b>109</b>	<b>16.1</b>	<b>Geometrische Grundlagen</b>	<b>161</b>
<b>9.5</b>	<b>Leistung im Wechselstromkreis</b>	<b>111</b>	<b>16.2</b>	<b>Koordinatenmaße</b>	<b>162</b>
<b>9.6</b>	<b>Bauteile im Stromkreis</b>	<b>113</b>	<b>16.3</b>	<b>Werkstücke mit geradlinigen und kreisbogenförmigen Konturen</b>	<b>164</b>
9.6.1	Blindwiderstand von Kapazitäten	113	<b>17</b>	<b>Regelungstechnik</b>	<b>168</b>
9.6.2	Blindwiderstand von Induktivitäten	114	<b>17.1</b>	<b>Regelkreis</b>	<b>168</b>
<b>9.7</b>	<b>Schwingkreise</b>	<b>115</b>	<b>17.2</b>	<b>Regelungsarten</b>	<b>168</b>
9.7.1	Reihenschaltung von R, L und C	115	17.3.1	Strecken mit Ausgleich	168
9.7.2	Parallelschaltung von R, L, und C	117	17.3.2	Strecken ohne Ausgleich	171
<b>9.8</b>	<b>Transformator</b>	<b>120</b>	<b>17.4</b>	<b>Regler</b>	<b>174</b>
<b>10</b>	<b>Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)</b>	<b>121</b>	17.4.1	Zweipunktregler	174
<b>10.1</b>	<b>Sternschaltung (symmetrisch, gleichartig)</b>	<b>121</b>	<b>17.5</b>	<b>Regler mit Operationsverstärker</b>	<b>176</b>
<b>10.2</b>	<b>Dreieckschaltung (symmetrisch, gleichartig)</b>	<b>121</b>	17.5.1	OPV als Komparator (Zweipunktregler)	176
	<b>Stern-Dreieckschaltung</b>	<b>122</b>	17.5.2	Nichtinvertierender Verstärker (P-Regler)	176
<b>10.3</b>	<b>Leistung bei Stern-Dreieckschaltung (symmetrisch)</b>	<b>123</b>	17.5.3	Invertierender Verstärker (P-Regler)	177
<b>10.4</b>	<b>Drehstromkompensation</b>	<b>123</b>	17.5.4	OPV als Integrierer (I-Regler)	177
<b>11</b>	<b>Elektrische Antriebe</b>	<b>125</b>	17.5.5	OPV als Differenzierer (D-Regler)	179
<b>11.1</b>	<b>Drehstrom-Asynchronmotor</b>	<b>125</b>	<b>17.6</b>	<b>Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control</b>	<b>181</b>
<b>11.2</b>	<b>Gleichstrommotoren</b>	<b>128</b>	17.6.1	Scharfe und unscharfe Werte	181
11.2.1	Nebenschlussmotor / Fremderregter Motor	128	17.6.2	Fuzzifizierung	182
11.2.2	Reihenschlussmotor / Doppelschlussmotor	130	17.6.3	Mengenverknüpfungen	182
<b>12</b>	<b>Elektrische Anlagen</b>	<b>132</b>	17.6.4	Inferenz	183
<b>12.1</b>	<b>Fehlerstromkreis</b>	<b>132</b>	17.6.5	Defuzzifizierung	<b>183</b>
<b>12.2</b>	<b>Schutz durch Abschaltung mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-System</b>	<b>133</b>	<b>18</b>	<b>Automatisierungstechnik</b>	<b>185</b>
<b>12.3</b>	<b>Schutz durch Abschaltung mit RCD im TT-System</b>	<b>135</b>	<b>18.1</b>	<b>Logische Verknüpfungen</b>	<b>185</b>
<b>12.4</b>	<b>Leitungsschutz</b>	<b>135</b>	<b>18.2</b>	<b>Speichern von Signalen</b>	<b>190</b>
<b>12.5</b>	<b>Leitungsberechnung</b>	<b>137</b>	<b>18.3</b>	<b>Verbindungsprogrammierte Steuerungen: VPS</b>	<b>194</b>
12.5.1	Spannungsabfall auf Gleichstromleitungen	137	18.3.1	Pneumatische Steuerungen	194
12.5.2	Spannungsabfall auf Wechselstromleitungen	138	18.3.2	Elektropneumatische Steuerungen	200
12.5.3	Spannungsabfall auf 3 ~ Wechselstromleitungen	141	18.3.3	Hydraulische und elektrohydraulische Steuerungen	211
<b>13</b>	<b>Gleichrichterschaltungen</b>	<b>144</b>	<b>18.4</b>	<b>Speicherprogrammierbare Steuerungen (SPS)</b>	<b>214</b>
<b>13.1</b>	<b>Ungesteuerte Gleichrichterschaltungen</b>	<b>144</b>	18.4.1	SPS als Kleinststeuerung (Steuerrelais)	214
<b>13.2</b>	<b>Gesteuerte Gleichrichterschaltungen</b>	<b>145</b>	18.4.2	SPS als modulares System	219
<b>14</b>	<b>Fluidtechnik: Pneumatik</b>	<b>147</b>	18.4.3	Grundverknüpfungen in einer SPS	223
<b>14.1</b>	<b>Druckarten und Druckeinheiten</b>	<b>147</b>	18.4.4	Signalinvertierung und Speicherfunktion der SPS	228
<b>14.2</b>	<b>Zustandsänderungen bei Gasen</b>	<b>148</b>	18.4.5	Konnektor, Merker und Flankenauswertung in einer SPS	234
<b>14.3</b>	<b>Kolbenkraft</b>	<b>148</b>	18.4.6	Zeitoperationen einer SPS	237
<b>14.4</b>	<b>Luftverbrauch in pneumatischen Anlagen</b>	<b>149</b>	18.4.7	Zähl- und Vergleichsoperationen einer SPS	243
<b>14.5</b>	<b>Vakuumtechnik – Handhabung mit Unterdruck</b>	<b>151</b>	18.4.8	Ablaufsteuerung und strukturierte Programmierung	247
<b>15</b>	<b>Fluidtechnik: Hydraulik</b>	<b>154</b>	18.4.9	Analogwertverarbeitung mit SPS	255
<b>15.1</b>	<b>Hydrostatik – Hydrostatischer Druck, Kolbenkraft</b>	<b>154</b>	<b>18.5</b>	<b>Systematischer Entwurf von Schaltplänen und Steuerungslösungen</b>	<b>261</b>
<b>15.2</b>	<b>Hydrostatik – Hydraulische Presse</b>	<b>155</b>	<b>18.6</b>	<b>Bussystemtechnik</b>	<b>264</b>
<b>15.3</b>	<b>Hydrostatik – Druckübersetzung</b>	<b>156</b>	<b>19</b>	<b>Projekt- und Prüfungsaufgaben</b>	<b>267</b>
<b>15.4</b>	<b>Hydrodynamik: Flüssigkeiten in Bewegung</b>	<b>157</b>	<b>19.1</b>	<b>Drehstrom-Asynchronmotor und Riemtrieb</b>	<b>267</b>
<b>15.5</b>	<b>Hydrodynamik: Hydraulische Leistung</b>	<b>159</b>	<b>19.2</b>	<b>Qualitätssicherung</b>	<b>268</b>
			<b>19.3</b>	<b>Getriebe</b>	<b>278</b>
			<b>19.4</b>	<b>Tauchbad</b>	<b>280</b>
			<b>19.5</b>	<b>Paternoster</b>	<b>289</b>
			<b>19.6</b>	<b>Spannen mit Hydraulik</b>	<b>293</b>
			<b>19.7</b>	<b>Werkstattschleifmaschine</b>	<b>297</b>
			<b>19.8</b>	<b>Pneumatische Steuerung mit zwei Schaltkreisen</b>	<b>298</b>
			<b>19.9</b>	<b>Elektropneumatik-Sortieren von Materialien</b>	<b>301</b>

## 1

## Grundlagen

## 1

## 1.1

## Rechnen mit Zahlen und Variablen

- 7/1. a)  $228,41598 \approx 228,42$       b)  $103,9352 \approx 103,94$       c)  $263,86684 \approx 263,87$   
 d)  $58,1376 \approx 58,14$       e)  $499,394 \approx 499,40$       f)  $394,7366 \approx 394,74$
- 7/2. a)  $38,055 \approx 38,06$       b)  $40,522382 \approx 40,52$
- 7/3. a)  $6\,005,0193 \approx 6\,005,02$       b)  $9\,772,2387 \approx 9\,772,24$
- 7.4 a)  $3ay - 3by$       b)  $4x^2 + 8x$   
 c)  $4a + 4b$       d)  $11 - 2b$
- 7.5 a)  $24abc$       b)  $17b$   
 c)  $10ab - 7,5b^2$       d)  $-2ab + 8b^2 - bc$
- 8.6 a)  $-69$       b)  $-17$       c)  $-10,3 \approx -10,33$       d)  $9$
- 8.7 a)  $73,32276 \approx 73,32$       b)  $178,90426 \approx 178,90$       c)  $14,098225 \approx 14,10$   
 d)  $0,60007 \approx 0,60$
- 8/8. a)  $-8ab$       b)  $-315xy$       c)  $-31mn$       d)  $70ac$
- 8/9. a)  $-25ax$       b)  $-144x^2$
- 8/10. a)  $6a + 6b$       b)  $10a^2 + 6ab$       c)  $3ax - 2ay$   
 d)  $18ax + 24ay + 27bx + 36by$   
 e)  $6a - 30 + ab - 5b$       f)  $a^2 + 2ab + b^2$   
 g)  $a^2 - 2ab + b^2$       h)  $a^2 - b^2$
- 8/11. a)  $ax - 2a + bx - 2b$       b)  $9ax - 12a - 6bx + 8b$   
 c)  $24a - 36a^2 - 6ab + 9a^2b$       d)  $-12abx + 6ab$
- 8/12. a)  $-2,5x + 27,5y$       b)  $9a^2cx - 6acdx - 36a^2x + 24adx$

## 1.2

## Rechnen mit Brüchen

- 9/1. a)  $\frac{3077}{1260} = 2\frac{557}{1260}$       b)  $\frac{49}{40} = 1\frac{9}{40}$       c)  $\frac{841}{120} = 7\frac{1}{120}$       d)  $-\frac{8}{15}$
- 9/2. a)  $8\frac{3}{4}$ ;  $36\frac{3}{7}$ ;  $61\frac{2}{3}$       b)  $\frac{1}{18}$ ;  $\frac{7}{48}$ ;  $\frac{3}{23}$

- 9/3. a)  $\frac{6}{49}$ ;  $\frac{4}{35}$ ;  $\frac{27}{245}$       b)  $12\frac{1}{3}$ ;  $14\frac{17}{27}$ ;  $23\frac{11}{18}$
- 9/4. a) 0,25; 0,267; 0,333; 0,429; 0,167      b) 0,048; 0,241; 0,088; 0,844; 8,083
- 9/5. a)  $8b$       b)  $\frac{5}{3y}$
- 9/6. a) 8,4      b)  $-420$
- 9/7. a)  $\frac{1}{1,07}$       b)  $\frac{1}{2,67}$       c)  $\frac{1}{1,18}$
- 9/8. a)  $\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$       b)  $\frac{t \cdot x}{r \cdot y}$       c)  $\frac{a}{b \cdot c}$   
 d)  $\frac{5ac - 20ab + 10a^2bc}{a^2bc}$
- 9/9. a)  $\frac{n \cdot m}{2n + 3m}$       b)  $\frac{2rs}{10s - 2r}$       c)  $\frac{x^2y + y^2x}{x + y}$   
 d)  $\frac{30a^2 + 20a}{3a + 2}$       e)  $\frac{2m^2n - m \cdot n^2}{n - 2m}$   
 f)  $\frac{40x^2y - 48xy^2}{12y - 10x}$
- 9/10. a)  $\frac{10ax + 6x}{25a^2 - 9}$       b)  $\frac{8a - 16}{2a^2 - 6a + 4}$
- 9/11. a)  $\frac{x + 2}{x - 2}$       b)  $-\frac{8amx}{cy}$   
 c)  $\frac{a + b}{a \cdot b}$       d)  $3b$

## 1.3 | Gleichungen und Formeln

### 1.3.1 | Gleichungen

- 12/1. a)  $x + 25 = 40 \quad | -25$   
 $x + 25 - 25 = 40 - 25$   
 $x = 15$
- b)  $79 + x = 130 \quad | -79$   
 $79 - 79 + x = 130 - 79$   
 $x = 51$
- c)  $12 + x = 21 \quad | -12$   
 $12 - 12 + x = 21 - 12$   
 $x = 9$
- d)  $27x - 21 = 27 + 3x \quad | -3x$   
 $27x - 3x - 21 = 27 + 3x - 3x$   
 $24x - 21 = 27 \quad | +21$   
 $24x - 21 + 21 = 27 + 21$   
 $24x = 48 \quad | :24$   
 $\frac{24x}{24} = \frac{48}{24}$   
 $x = 2$

12/1.

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad 112,06 &= x + 62\frac{3}{4} \quad | -62\frac{3}{4} \\ 112,06 - 62\frac{3}{4} &= x + 62\frac{3}{4} - 62\frac{3}{4} \\ 49,31 &= x \\ x &= \mathbf{49,31} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad 3\frac{4}{5} + x &= 39\frac{1}{2} \quad | -3\frac{4}{5} \\ 3\frac{4}{5} - 3\frac{4}{5} + x &= 39\frac{1}{2} - 3\frac{4}{5} \\ x &= \mathbf{35,7} \end{aligned}$$

12/2.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x - 7 &= 16 \quad | +7 \\ x - 7 + 7 &= 16 + 7 \\ x &= \mathbf{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x - 175,2 &= 24,08 \quad | +175,2 \\ x - 175,2 + 175,2 &= 24,08 + 175,2 \\ x &= \mathbf{199,28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 8 - x &= 7 \quad | +x \\ 8 - x + x &= 7 + x \\ 8 &= 7 + x \quad | -7 \\ 8 - 7 &= 7 - 7 + x \\ 1 &= x \\ x &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 8x - 17 &= 7x - 20 \quad | -7x \\ 8x - 7x - 17 &= 7x - 7x - 20 \\ x - 17 &= -20 \quad | +17 \\ x - 17 + 17 &= -20 + 17 \\ x &= \mathbf{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad 7,5 &= x - 13,1 \quad | +13,1 \\ 7,5 + 13,1 &= x - 13,1 + 13,1 \\ 20,6 &= x \\ x &= \mathbf{20,6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad 3 &= 10x - 7 \quad | +7 \\ 3 + 7 &= 10x - 7 + 7 \\ 10 &= 10x \quad | :10 \\ 1 &= x \\ x &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

12/3.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x \cdot 9 &= 45 \quad | :9 \\ \frac{x \cdot 9}{9} &= \frac{45}{9} \\ x &= \mathbf{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 13 \cdot x &= 5,2 \quad | :13 \\ \frac{13 \cdot x}{13} &= \frac{5,2}{13} \\ x &= \mathbf{0,4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 8,5x &= 59,5 \quad | :8,5 \\ \frac{8,5x}{8,5} &= \frac{59,5}{8,5} \\ x &= \mathbf{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 7,3x &= 87,6 \quad | :7,3 \\ \frac{7,3x}{7,3} &= \frac{87,6}{7,3} \\ x &= \mathbf{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad x \cdot b &= a \quad | :b \\ \frac{x \cdot b}{b} &= \frac{a}{b} \\ x &= \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad 2397 &= 51x \quad | :51 \\ \frac{2397}{51} &= \frac{51x}{51} \\ 47 &= x \\ x &= \mathbf{47} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad 163,54 &= x \cdot 14,8 \quad | :14,8 \\ \frac{163,54}{14,8} &= \frac{x \cdot 14,8}{14,8} \\ 11,05 &= x \\ x &= \mathbf{11,05} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad 145\frac{1}{2} &= 11,64x \quad | :11,64 \\ \frac{145\frac{1}{2}}{11,64} &= \frac{11,64x}{11,64} \\ 12,5 &= x \\ x &= \mathbf{12,5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad -30 &= 7,5x \quad | :7,5 \\ \frac{-30}{7,5} &= \frac{7,5x}{7,5} \\ -4 &= x \\ x &= \mathbf{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad c &= d \cdot x \quad | :d \\ \frac{c}{d} &= \frac{d \cdot x}{d} \\ \frac{c}{d} &= x \\ x &= \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} \end{aligned}$$

**12/3.**

$$\begin{aligned} \text{l) } 6\frac{1}{2} &= 1,3x \quad | :1,3 \\ \frac{6\frac{1}{2}}{1,3} &= \frac{1,3x}{1,3} \\ 5 &= x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m) } 15x &= 4,5a \quad | :15 \\ \frac{15x}{15} &= \frac{4,5a}{15} \\ x &= 0,3a \end{aligned}$$

**12/4.**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x}{5} &= 17 \quad | \cdot 5 \\ \frac{x \cdot 5}{5} &= 17 \cdot 5 \\ x &= 85 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x}{12} &= 0,4 \quad | \cdot 12 \\ \frac{x \cdot 12}{12} &= 0,4 \cdot 12 \\ x &= 4,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{7x}{3} &= 14 \quad | \cdot \frac{3}{7} \\ \frac{7x \cdot 3}{3 \cdot 7} &= \frac{14 \cdot 3}{7} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x}{3} &= -6 \quad | \cdot 3 \\ \frac{x \cdot 3}{3} &= -6 \cdot 3 \\ x &= -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x+16}{3} &= 40 \quad | \cdot 3 \\ \frac{(x+16) \cdot 3}{3} &= 40 \cdot 3 \\ x+16 &= 120 \quad | -16 \\ x+16-16 &= 120-16 \\ x &= 104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 15 &= \frac{x}{12} \quad | \cdot 12 \\ 15 \cdot 12 &= \frac{x \cdot 12}{12} \\ 180 &= x \\ x &= 180 \end{aligned}$$

**12/5.**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{(2x-3) \cdot 3}{7} &= 3 \quad | \cdot 7 \\ \frac{(2x-3) \cdot 3 \cdot 7}{7} &= 3 \cdot 7 \\ 6x-9 &= 21 \quad | +9 \\ 6x-9+9 &= 21+9 \\ 6x &= 30 \quad | :6 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{30}{6} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2 \cdot (50x-4)}{7} &= 6 \quad | \cdot 7 \\ \frac{2 \cdot (50x-4) \cdot 7}{7} &= 6 \cdot 7 \\ 100x-8 &= 42 \quad | +8 \\ 100x-8+8 &= 42+8 \\ 100x &= 50 \quad | :100 \\ \frac{100x}{100} &= \frac{50}{100} \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4 \cdot (17+20x)}{11} &= 8 \quad | \cdot 11 \\ \frac{4 \cdot (17+20x) \cdot 11}{11} &= 8 \cdot 11 \\ 68+80x &= 88 \quad | -68 \\ 68-68+80x &= 88-68 \\ 80x &= 20 \quad | :80 \\ \frac{80x}{80} &= \frac{20}{80} \\ x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{6 \cdot (13+10x)}{5} &= 18 \quad | \cdot 5 \\ \frac{6 \cdot (13+10x) \cdot 5}{5} &= 18 \cdot 5 \\ 78+60x &= 90 \quad | -78 \\ 78-78+60x &= 90-78 \\ 60x &= 12 \quad | :60 \\ \frac{60x}{60} &= \frac{12}{60} \\ x &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

12/5.

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad 7 &= \frac{14 \cdot (5-3x)}{9} \quad | \cdot 9 \\
 7 \cdot 9 &= \frac{14 \cdot (5-3x) \cdot 9}{9} \\
 63 &= 70 - 42x \quad | -70 \\
 63 - 70 &= 70 - 70 - 42x \\
 -7 &= -42x \quad | : (-42) \\
 \frac{-7}{-42} &= \frac{-42x}{-42} \\
 \frac{1}{6} &= x \\
 x &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad 4 &= \frac{2(41-7x)}{17} \quad | \cdot 17 \\
 4 \cdot 17 &= \frac{2 \cdot (41-7x) \cdot 17}{17} \\
 68 &= 82 - 14x \quad | -82 \\
 68 - 82 &= 82 - 82 - 14x \\
 -14 &= -14x \quad | : (-14) \\
 \frac{-14}{-14} &= \frac{-14x}{-14} \\
 1 &= x \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g)} \quad 9 &= \frac{3(35-8x)}{11} \quad | \cdot 11 \\
 9 \cdot 11 &= \frac{3(35-8x) \cdot 11}{11} \\
 99 &= 105 - 24x \quad | -105 \\
 99 - 105 &= 105 - 105 - 24x \\
 -6 &= -24x \quad | : (-24) \\
 \frac{-6}{-24} &= \frac{-24x}{-24} \\
 \frac{1}{4} &= x \\
 x &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h)} \quad 12 &= \frac{4(41-12x)}{13} \quad | \cdot 13 \\
 12 \cdot 13 &= \frac{4 \cdot (41-12x) \cdot 13}{13} \\
 156 &= 164 - 48x \quad | -164 \\
 156 - 164 &= 164 - 164 - 48x \\
 -8 &= -48x \quad | : (-48) \\
 \frac{-8}{-48} &= \frac{-48x}{-48} \\
 \frac{1}{6} &= x \\
 x &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad \frac{6 \cdot (x+7)}{17 \cdot (x-4)} &= 1 \quad | \cdot 17 \cdot (x-4) \\
 \frac{6 \cdot (x+7) \cdot 17 \cdot (x-4)}{17 \cdot (x-4)} &= 1 \cdot 17 \cdot (x-4) \\
 6x + 42 &= 17x - 68 \quad | -6x \\
 6x - 6x + 42 &= 17x - 6x - 68 \\
 42 &= 11x - 68 \quad | +68 \\
 42 + 68 &= 11x - 68 + 68 \\
 110 &= 11x \quad | : 11 \\
 \frac{110}{11} &= \frac{11x}{11} \\
 10 &= x \\
 x &= 10
 \end{aligned}$$

12/6.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad \frac{x}{36} &= \frac{320}{256} \quad | \cdot 36 \\
 \frac{x \cdot 36}{36} &= \frac{320 \cdot 36}{256} \\
 x &= 45
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad \frac{500}{300} &= \frac{x}{15} \quad | \cdot 15 \\
 \frac{500 \cdot 15}{300} &= \frac{x \cdot 15}{15} \\
 25 &= x \\
 x &= 25
 \end{aligned}$$

**12/6.**

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{3}{4}x &= \frac{48}{2} \quad | \cdot \frac{4}{3} \\ \frac{3 \cdot x \cdot 4}{4 \cdot 3} &= \frac{48 \cdot 4}{2 \cdot 3} \\ x &= \mathbf{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{x-4}{9} &= \frac{x}{10} \quad | \cdot 90 \\ \frac{(x-4) \cdot 90}{9} &= \frac{x \cdot 90}{10} \\ (x-4) \cdot 10 &= x \cdot 9 \\ 10x - 40 &= 9x \quad | -9x \\ 10x - 9x - 40 &= 9x - 9x \\ x - 40 &= 0 \quad | +40 \\ x - 40 + 40 &= 0 + 40 \\ x &= \mathbf{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{15ac}{x} &= \frac{9bc}{6bd} \quad | \cdot x \\ \frac{15ac \cdot x}{x} &= \frac{9cx}{6d} \quad | \cdot \frac{6d}{9c} \\ \frac{15ac \cdot 6d}{9c} &= \frac{9cx \cdot 6d}{6d \cdot 9c} \\ 10ad &= x \\ x &= \mathbf{10ad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \frac{x-9}{x} &= \frac{4}{5} \quad | \cdot 5x \\ \frac{(x-9) \cdot 5x}{x} &= \frac{4 \cdot 5x}{5} \\ (x-9) \cdot 5 &= 4x \\ 5x - 45 &= 4x \quad | -4x \\ 5x - 4x - 45 &= 4x - 4x \\ x - 45 &= 0 \quad | +45 \\ x - 45 + 45 &= 0 + 45 \\ x &= \mathbf{45} \end{aligned}$$

**12/7.**

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 19 &= \frac{57}{x} \quad | \cdot x \\ 19 \cdot x &= \frac{57 \cdot x}{x} \\ 19x &= 57 \quad | :19 \\ \frac{19x}{19} &= \frac{57}{19} \\ x &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{97,5}{x} &= 32,5 \quad | \cdot x \\ \frac{97,5 \cdot x}{x} &= 32,5 \cdot x \\ 97,5 &= 32,5x \quad | :32,5 \\ \frac{97,5}{32,5} &= \frac{32,5x}{32,5} \\ 3 &= x \\ x &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad \frac{4}{x} &= \frac{2}{3} \quad | \cdot 3 \cdot x \\ \frac{4 \cdot 3 \cdot x}{x} &= \frac{2 \cdot 3 \cdot x}{3} \\ 12 &= 2x \quad | :2 \\ \frac{12}{2} &= \frac{2x}{2} \\ 6 &= x \\ x &= \mathbf{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{100}{x} &= 20 \quad | \cdot x \\ \frac{100 \cdot x}{x} &= 20x \\ 100 &= 20x \quad | :20 \\ \frac{100}{20} &= \frac{20x}{20} \\ 5 &= x \\ x &= \mathbf{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{a^2bc}{0,2x} &= c \quad | \cdot 0,2x \\ \frac{a^2bc \cdot 0,2x}{0,2x} &= c \cdot 0,2x \\ a^2bc &= c \cdot 0,2x \quad | : (c \cdot 0,2) \\ \frac{a^2bc}{c \cdot 0,2} &= \frac{c \cdot 0,2x}{c \cdot 0,2} \\ \frac{a^2 \cdot b}{0,2} &= x \\ x &= \frac{a^2b}{0,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad \frac{15a^2b^2}{2x} &= 10ab \quad | \cdot 2x \\ \frac{15a^2b^2 \cdot 2x}{2x} &= 10ab \cdot 2x \\ 15a^2b^2 &= 20abx \quad | :20ab \\ \frac{15a^2b^2}{20ab} &= \frac{20abx}{20ab} \\ \frac{3}{4}ab &= x \\ x &= \mathbf{\frac{3}{4}ab} \end{aligned}$$

12/8.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{4x}{5} - \frac{3}{4} = \frac{2x+3}{4} + 6 \quad | \cdot 20 \\
 & \frac{4x \cdot 20}{5} - \frac{3 \cdot 20}{4} = \frac{(2x+3) \cdot 20}{4} + 6 \cdot 20 \\
 & 4x \cdot 4 - 3 \cdot 5 = (2x+3) \cdot 5 + 120 \\
 & 16x - 15 = 10x + 15 + 120 \\
 & 16x - 15 = 10x + 135 \quad | -10x \\
 & 16x - 10x - 15 = 10x - 10x + 135 \\
 & 6x - 15 = 135 \quad | +15 \\
 & 6x - 15 + 15 = 135 + 15 \\
 & 6x = 150 \quad | :6 \\
 & \frac{6x}{6} = \frac{150}{6} \\
 & x = 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \frac{11x+7}{20} - \frac{9x-7}{5} = -2 \quad | \cdot 20 \\
 & \frac{(11x+7) \cdot 20}{20} - \frac{(9x-7) \cdot 20}{5} = -2 \cdot 20 \\
 & 11x+7 - (9x-7) \cdot 4 = -40 \\
 & 11x+7 - 36x+28 = -40 \\
 & -25x+35 = -40 \quad | -35 \\
 & -25x+35 - 35 = -40 - 35 \\
 & -25x = -75 \quad | :(-25) \\
 & \frac{-25x}{-25} = \frac{-75}{-25} \\
 & x = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & \frac{2x}{7} + \frac{3x+1}{84x-7} = \frac{14x+2}{49} \quad | 49 \cdot (12x-1) \\
 & \frac{2x \cdot 49 \cdot (12x-1)}{7} + \frac{(3x+1) \cdot 49(12x-1)}{7(12x-1)} = \frac{(14x+2) \cdot 49 \cdot (12x-1)}{49} \\
 & 2x \cdot 7 \cdot (12x-1) + (3x+1) \cdot 7 = (14x+2)(12x-1) \\
 & 168x^2 - 14x + 21x + 7 = 168x^2 + 24x - 14x - 2 \quad | -168x^2 \\
 & 7x+7 = 10x-2 \quad | -7x \\
 & 7x-7x+7 = 10x-7x-2 \\
 & 7 = 3x-2 \quad | +2 \\
 & 7+2 = 3x-2+2 \\
 & 9 = 3x \quad | :3 \\
 & \frac{9}{3} = \frac{3x}{3} \\
 & 3 = x \\
 & x = 3
 \end{aligned}$$

12/9.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 3x^2 - 7 = 41 \quad | +7 \\
 & 3x^2 - 7 + 7 = 41 + 7 \\
 & 3x^2 = 48 \quad | :3 \\
 & \frac{3x^2}{3} = \frac{48}{3} \\
 & x^2 = 16 \quad | \sqrt{\quad} \\
 & \sqrt{x^2} = \sqrt{16} \\
 & x_{1/2} = \pm 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & (x+3)^2 = (x-1)^2 \\
 & x^2 + 6x + 9 = x^2 - 2x + 1 \quad | -x^2 \\
 & 6x + 9 = -2x - 1 \quad | +2x \\
 & 8x + 9 = 1 \quad | -9 \\
 & 8x = -8 \quad | :8 \\
 & x = -1
 \end{aligned}$$

12/9.

c)  $x^3 - 122 = 3 \quad | +122$

$$x^3 = 125 \quad || \sqrt[3]{\phantom{x}}$$

$$x = 5$$

12/10.

a)  $7 + 4\sqrt{x+7} = 23 \quad | -7$   
 $4\sqrt{x+7} = 16 \quad | :4$   
 $4\sqrt{x+7} = 4 \quad |^2$   
 $x+7 = 16 \quad | -7$   
 $x = 9$

Probe:

$$7 + 4 \cdot \sqrt{9+7} = 23$$

$$7 + 4\sqrt{16} = 23$$

$$23 = 23$$

b)  $\sqrt{x^2 - 5x + 2} = x - 3 \quad |^2$   
 $x^2 - 5x + 2 = x^2 - 6x + 9 \quad | -x^2$   
 $-5x + 2 = -6x + 9 \quad | +6x$   
 $x + 2 = 9 \quad | -2$   
 $x = 7$

Probe:

$$\sqrt{49 - 35 + 2} = 7 - 3$$

$$4 = 4$$

c)  $\sqrt{x+1-2} = \sqrt{x-11} \quad |^2$   
 $x+1-2 \cdot 2 \cdot \sqrt{x+1} + 4 = x-11 \quad | -x$   
 $5-4\sqrt{x+1} = -11 \quad | -5$   
 $-4\sqrt{x+1} = -16 \quad | :(-4)$   
 $\sqrt{x+1} = 4 \quad |^2$   
 $x+1 = 16 \quad | -1$   
 $x = 15$

Probe:

$$\sqrt{15+1-2} = \sqrt{15-11}$$

$$2 = 2$$

### 1.3.2 | Formeln

13/1.

a)  $L = l + l_a$   
 $l = L - l_a$   
 $l_a = L - l$

b)  $F_1 = F_2 + F_3$   
 $F_2 = F_1 - F_3$   
 $F_3 = F_1 - F_2$

c)  $F_A = F_1 - F_B$   
 $F_1 = F_A + F_B$   
 $F_B = F_1 - F_A$

d)  $L = l + l_a + l_u$   
 $l = L - (l_a + l_u)$   
 $l_a = L - (l + l_u)$   
 $l_u = L - (l + l_a)$

e)  $d_a = d + 2m \quad d = d_a - 2m \quad m = \frac{d_a - d}{2}$

f)  $d_f = d_a - 2h \quad d_a = d_f + 2h \quad h = \frac{d_a - d_f}{2}$

13/2.

a)  $U = \pi \cdot d$   
 $d = \frac{U}{\pi}$

b)  $U = l \cdot n$   
 $l = \frac{U}{n}$   
 $n = \frac{U}{l}$

c)  $m = V \cdot \varrho$   
 $V = \frac{m}{\varrho}$   
 $\varrho = \frac{m}{V}$

d)  $P = U \cdot I$   
 $U = \frac{P}{I}$   
 $I = \frac{P}{U}$

e)  $F = A \cdot p$   
 $A = \frac{F}{p}$   
 $p = \frac{F}{A}$

f)  $d = m \cdot z$   
 $m = \frac{d}{z}$   
 $z = \frac{d}{m}$

g)  $A_M = \pi \cdot d \cdot h$   
 $d = \frac{A_M}{\pi \cdot h}$   
 $h = \frac{A_M}{\pi \cdot d}$

h)  $v = \pi \cdot d \cdot n$   
 $d = \frac{v}{\pi \cdot n}$   
 $n = \frac{v}{\pi \cdot d}$

13/2.

i)  $V = l \cdot b \cdot h$

$$l = \frac{V}{b \cdot h}$$

$$b = \frac{V}{l \cdot h}$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

k)  $F = \frac{G}{n}$

$$G = F \cdot n$$

$$n = \frac{G}{F}$$

l)  $m = \frac{\rho}{\pi}$

$$\rho = \pi \cdot m$$

m)  $\rho = \frac{25,4}{g}$

$$g = \frac{25,4}{\rho}$$

n)  $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$

$$l_1 = \frac{2A}{b} - l_2$$

$$l_2 = \frac{2A}{b} - l_1$$

$$b = \frac{2A}{l_1 + l_2}$$

o)  $\frac{z_1}{z_g} = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_2 \cdot z_4}$

$$z_1 = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_g}{z_2 \cdot z_4}$$

$$z_g = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

$$z_1 = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_4}{z_g \cdot z_3}$$

$$z_3 = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_4}{z_g \cdot z_1}$$

$$z_2 = \frac{z_g \cdot z_1 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_4}$$

$$z_4 = \frac{z_g \cdot z_1 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2}$$

p)  $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$

$$D = \frac{4A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4A}{\pi \cdot D}$$

q)  $t_h = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$

$$L = \frac{t_h \cdot f \cdot n}{i}$$

$$i = \frac{t_h \cdot f \cdot n}{L}$$

$$f = \frac{L \cdot i}{t_h \cdot n}$$

$$n = \frac{L \cdot i}{t_h \cdot f}$$

r)  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

s)  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

t)  $A = \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$

$$l = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{l}$$

u)  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2 \cdot l}$

$$D = 2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2} + d$$

$$d = D - 2 \cdot l \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$l = \frac{D-d}{2 \cdot \tan \frac{\alpha}{2}}$$

v)  $v = \frac{s}{t}$

$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

13/3.

a)  $\frac{n_t}{n_g} = \frac{z_g}{z_t}$

$$n_t = \frac{z_g \cdot n_g}{z_t}$$

$$n_g = \frac{n_t \cdot z_t}{z_g}$$

$$z_g = \frac{n_t \cdot z_t}{n_g}$$

$$z_t = \frac{z_g \cdot n_g}{n_t}$$

b)  $\frac{P}{P_L} = \frac{z_t}{z_g}$

$$P = \frac{z_t \cdot P_L}{z_g}$$

$$P_L = \frac{P \cdot z_g}{z_t}$$

$$z_t = \frac{P \cdot z_g}{P_L}$$

$$z_g = \frac{z_t \cdot P_L}{P}$$

c)  $\frac{P}{P_L} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$

$$P = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot P_L}{z_2 \cdot z_4}$$

$$P_L = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

$$z_1 = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{P_L \cdot z_3}$$

$$z_3 = \frac{P \cdot z_2 \cdot z_4}{P_L \cdot z_1}$$

$$z_2 = \frac{P_L \cdot z_1 \cdot z_3}{P \cdot z_4}$$

$$z_4 = \frac{P_L \cdot z_1 \cdot z_3}{P \cdot z_2}$$

13/3.

d)  $F \cdot s = G \cdot h$

$$F = \frac{G \cdot h}{s}$$

$$s = \frac{G \cdot h}{F}$$

$$G = \frac{F \cdot s}{h}$$

$$h = \frac{F \cdot s}{G}$$

e)  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_1}$$

$$l_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{F_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$$

$$l_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{F_2}$$

f)  $F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot b}{a}$$

$$a = \frac{F_2 \cdot b}{F_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot a}{b}$$

$$b = \frac{F_1 \cdot a}{F_2}$$

13/4.

a)  $F_B = (F_1 + F_2) - F_A$

$$F_1 = F_A + F_B - F_2$$

$$F_2 = F_A + F_B - F_1$$

$$F_A = (F_1 + F_2) - F_B$$

b)  $U = 2 \cdot (l + b)$

$$l = \frac{U}{2} - b$$

$$b = \frac{U}{2} - l$$

c)  $A_0 = 2A + A_M$

$$A = \frac{A_0 - A_M}{2}$$

$$A_M = A_0 - 2A$$

d)  $i = T \cdot n_K + \frac{z_t}{z_g}$

$$T = \frac{i}{n_K} - \frac{z_t}{z_g \cdot n_K}$$

$$n_K = \frac{i}{T} - \frac{z_t}{z_g \cdot T}$$

$$z_t = (i - T \cdot n_K) \cdot z_g$$

$$z_g = \frac{z_t}{i - T \cdot n_K}$$

e)  $Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)$

$$c = \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}$$

$$m = \frac{Q}{c \cdot (t_2 - t_1)}$$

$$t_2 = \frac{Q}{c \cdot m} + t_1$$

$$t_1 = t_2 - \frac{Q}{c \cdot m}$$

f)  $a = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2}$

$$m = \frac{2a}{z_1 + z_2}$$

$$z_1 = \frac{2a}{m} - z_2$$

$$z_2 = \frac{2a}{m} - z_1$$

13/5.

a)  $U_{20} = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad U = \frac{U_{20}(R_1 + R_2)}{R_2}$

$$R_2 = \frac{R_1}{\frac{U}{U_{20}} - 1}; \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot U}{U_{20}} - R_2$$

b)  $F = \frac{K \cdot M}{100} + Z \cdot l; \quad Z = \frac{F - \frac{K \cdot M}{100}}{l}$

$$l = \frac{F - \frac{K \cdot M}{100}}{Z}; \quad M = \frac{(F - Z \cdot l) \cdot 100}{K}$$

$$K = \frac{(F - Z \cdot l) \cdot 100}{M}$$

c)  $Z_L = \frac{R_C \cdot R_L}{R_C + R_L}; \quad R_C = \frac{Z_L \cdot R_L}{Z_L \cdot R_L}$

$$R_L = \frac{Z_L - R_C}{Z_L \cdot R_C}$$

# 1.4 Winkelberechnungen

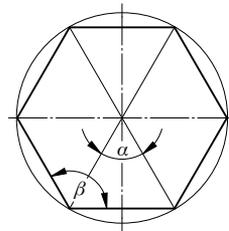
15/1. **Umrechnungen**  
 27° 30'; 62° 40,2'; 38° 13,8'

15/2. **Minutenumrechnung**  
 a) 6° 2'; 1° 29'; 9° 42'; 22° 4'  
 b) 16' 25,2"; 49' 36"; 3,6"

15/3. **Platte**  
 $\alpha = 65^\circ$ ,  $\beta = 65^\circ$ ,  $\gamma = 65^\circ$ ,  $\delta = 115^\circ$

15/4. **Winkel im Dreieck**  
 a)  $\gamma = 180^\circ - (17^\circ + 47^\circ) = 116^\circ$   
 b)  $\alpha = 180^\circ - (72^\circ + 31^\circ) = 77^\circ$   
 c)  $\beta = 180^\circ - (121^\circ + 56' 41'') = 2^\circ 19'$

15/5. **Mittelpunktswinkel**  
**6-Eck:**  $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$   
 $\beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$   
**8-Eck:**  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 135^\circ$   
**10-Eck:**  $\alpha = 36^\circ$ ;  $\beta = 144^\circ$



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta = 2 \cdot \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

Bild 15/5: Mittelpunktswinkel

15/6. **Flansch**  
 $\alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

15/7. **Drehmeißel**  
 $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$   
 $\beta = 90^\circ - (\alpha + \gamma)$   
 $\beta = 90^\circ - (17^\circ + 15^\circ) = 90^\circ - 32^\circ$   
 $\beta = 58^\circ$

15/8. **Wagenheber**  
 $\frac{\delta}{2} + \beta + 90^\circ = 180^\circ$ ;  $\beta = 180^\circ - 90^\circ - \frac{50^\circ}{2}$   
 $\beta = 65^\circ$   
 $\alpha = 90^\circ - \frac{\delta}{2} = 90^\circ - \frac{50^\circ}{2} = 65^\circ$

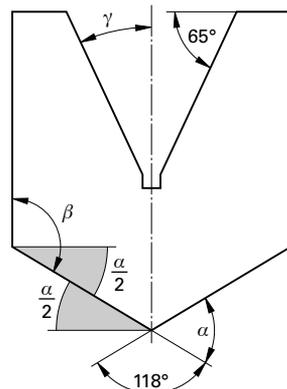


Bild 15/9: Schablone

15/9. **Schablone**  
 $\alpha + 118^\circ = 180^\circ$   
 $\alpha = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$   
 $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 121^\circ$   
 $\gamma = \frac{180^\circ - 2 \cdot 65^\circ}{2} = 25^\circ$

**15/19. Stirling-Motor**

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - \beta$$

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 77,85^\circ$$

$$\alpha = 12,15^\circ = 12^\circ 9'$$

**1.5 | Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck**

17/1.

Tabelle 1	a	b	c	d	e
c in mm	62	50	350	784	1 120
a in mm	50,8	30	225	747	760
b in mm	35,6	40	268	238	825
$\sphericalangle \alpha$	55°	36,83°	40°	72,33°	42° 40'
$\sphericalangle \beta$	35°	53,17°	50°	17,67°	47° 20'

17/2.

$$\tan \delta_1 = \frac{\frac{d_1}{2}}{\frac{d_2}{2}} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{160 \text{ mm}}{88 \text{ mm}} = 1,8182; \quad \delta_1 = 61,2^\circ$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 61,2^\circ = 28,8^\circ$$

17/3.

$$b = a \cdot \tan 40^\circ = 16 \text{ mm} \cdot 0,8391 = 13,426 \text{ mm}$$

$$x = 36 \text{ mm} - 2 \cdot b = 36 \text{ mm} - 2 \cdot 13,426 \text{ mm} = 9,148 \text{ mm} \approx 9,15 \text{ mm}$$

17/4.

$$E = L \cdot \sin \alpha = 100 \text{ mm} \cdot 0,4147 = 41,47 \text{ mm}$$

17/5.

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2l} = \frac{(50-30) \text{ mm}}{2 \cdot 84 \text{ mm}} = 0,1190; \quad \frac{\alpha}{2} = 6,79^\circ; \quad \alpha = 13,58^\circ$$

17/6.

$$\tan \alpha = \frac{c}{a+b} = \frac{230 \text{ mm}}{300 \text{ mm} + 250 \text{ mm}} = 0,4182; \quad \alpha = 22,69^\circ$$

$$d = \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{300 \text{ mm}}{0,9226} = 325,168 \text{ mm} \approx 325 \text{ mm}$$

$$d+e = \frac{c}{\sin \alpha} = \frac{230 \text{ mm}}{0,3858} = 596,149 \text{ mm}$$

$$e = 596,149 \text{ mm} - d = 596,149 \text{ mm} - 325,168 \text{ mm} = 270,981 \text{ mm} \approx 271 \text{ mm}$$

$$f = d \cdot \sin \alpha = 325,168 \text{ mm} \cdot 0,3858 = 125,450 \text{ mm} \approx 125 \text{ mm}$$

$$g = \sqrt{b^2 + f^2} = \sqrt{(250 \text{ mm})^2 + (125,45 \text{ mm})^2} = \sqrt{78\,237,7 \text{ mm}^2} = 279,71 \text{ mm} \approx 280 \text{ mm}$$

17/7.

$$P1: X_1 = 0 \text{ mm}$$

$$Y_1 = 0 \text{ mm}$$

$$P2: X_2 = 40 \text{ mm}$$

$$Y_2 = 0 \text{ mm}$$

$$P3: X_3 = (40 + 30) \text{ mm} = 70 \text{ mm}$$

$$Y_3 = 30 \text{ mm} \cdot \tan 20^\circ = 30 \text{ mm} \cdot 0,3640 = 10,92 \text{ mm}$$

$$P4: X_4 = X_3 = 70 \text{ mm}$$

$$Y_4 = 28 \text{ mm}$$

**17/7.**

$$P5: \tan 20^\circ = \frac{(37 - 28) \text{ mm}}{70 \text{ mm} - X_5}$$

$$X_5 = 70 \text{ mm} - \frac{9 \text{ mm}}{\tan 20^\circ} = 70 \text{ mm} - \frac{9 \text{ mm}}{0,3640} = \mathbf{45,27 \text{ mm}}$$

$$Y_5 = \mathbf{37 \text{ mm}}$$

$$P6: X_6 = 20 \text{ mm} + 16 \text{ mm} \cdot \sin 60^\circ = 20 \text{ mm} + 16 \text{ mm} \cdot 0,8669 = \mathbf{33,86 \text{ mm}}$$

$$Y_6 = \mathbf{37 \text{ mm}}$$

$$P7: X_7 = \mathbf{20 \text{ mm}}$$

$$Y_7 = \mathbf{45 \text{ mm}}$$

$$P8: X_8 = \mathbf{0 \text{ mm}}$$

$$Y_8 = \mathbf{45 \text{ mm}}$$

**17/8.**

$$\cos \varphi = \frac{U_w}{U}; \quad U_w = U \cdot \cos \varphi$$

$$U_w = 230 \text{ V} \cdot \cos 62^\circ$$

$$U_w = \mathbf{107,98 \text{ V}}$$

$$\tan \varphi = \frac{U_{bl}}{U_w}; \quad U_{bl} = U_w \cdot \tan \varphi$$

$$U_{bl} = 107,98 \text{ V} \cdot \tan 62^\circ$$

$$U_{bl} = \mathbf{203,08 \text{ V}}$$

$$\tan \varphi = \frac{Q_L}{P}; \quad Q_L = P \cdot \tan \varphi$$

$$Q_L = 69 \text{ W} \cdot \tan 62^\circ$$

$$Q_L = \mathbf{129,77 \text{ W}}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q_L}{S}; \quad S = \frac{Q_L}{\sin \varphi}$$

$$S = \frac{129,77 \text{ W}}{\sin 62^\circ}$$

$$S = \mathbf{146,97 \text{ W}}$$

## 1.6 | Schlussrechnung

**18/1.****Werkstoffpreis**

$$2. \text{ Schritt: } A_m = 1 \text{ kg}; \quad A_w = 1,08 \text{ EUR}$$

$$\frac{A_w}{A_m} = 1,08 \frac{\text{EUR}}{\text{kg}}$$

$$3. \text{ Schritt: } E_m = E_{m1} \cdot E_{m2} = 1,35 \text{ kg} \cdot 185 \text{ Deckel}$$

$$E_m = 249,75 \text{ kg} \cdot \text{Deckel}$$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{249,75 \text{ kg} \cdot 1,08 \text{ EUR}}{1 \text{ kg}}$$

$$E_w = \mathbf{269,73 \text{ EUR}}$$

**18/2.****Schutzgasverbrauch**

$$2. \text{ Schritt: } A_m = 23 \text{ m}; \quad A_w = 640 \text{ l}$$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{640 \text{ l}}{23 \text{ m}} = 27,83 \frac{\text{l}}{\text{m}}$$

$$3. \text{ Schritt: } E_m = 78 \text{ m}$$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{78 \text{ m} \cdot 640 \text{ l}}{23 \text{ m}}$$

$$E_w = \mathbf{2170,43 \text{ l}}$$

**18/3. Notstromaggregat**

1. Schritt:  $A_m = A_{m1} \cdot A_{m2} = 2 \text{ Aggregate} \cdot 3 \text{ Stunden}$

$$A_m = 6 \text{ Stunden}$$

2. Schritt:  $A_m = 6 \text{ Stunden}; A_w = 120 \text{ l}$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{120 \text{ l}}{6 \text{ Stunden}} = 20 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

3. Schritt:  $E_m = 3 \text{ Aggregate}$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{3 \cdot 120 \text{ l}}{6 \text{ Stunden}} = 60 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

240l Treibstoff reichen für 4 Stunden.

**18/4. CuZn-Blech**

1. Schritt:  $A_m = A_{m1} \cdot A_{m2} =$   
 $= 4 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ mm} = 16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}$

2. Schritt:  $A_m = 16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}; A_w = 136 \text{ kg}$

$$\frac{A_w}{A_m} = \frac{136 \text{ kg}}{16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}} = 8,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{mm}}$$

3. Schritt:  $E_m = E_{m1} \cdot E_{m2} = 10 \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ mm}$   
 $= 60 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}$

$$E_w = \frac{E_m \cdot A_w}{A_m} = \frac{60 \text{ m}^2 \cdot \text{mm} \cdot 136 \text{ kg}}{16 \text{ m}^2 \cdot \text{mm}} = \mathbf{510 \text{ kg}}$$

Das Blech hat eine Masse von 510 kg

**18/5. Qualitätskontrolle**

2. Schritt:  $A_m = 3 \text{ Prüfer}; A_w = 14 \text{ Stunden}$

$$A_m \cdot A_w = 3 \cdot 14 \text{ Stunden} = 42 \text{ Stunden}$$

3. Schritt:  $E_m = 8 \text{ Stunden}$

$$E_w = \frac{A_m \cdot A_w}{E_m} = \frac{3 \cdot 14 \text{ Stunden}}{8 \text{ Stunden}}$$

$$E_w = \mathbf{5,25}$$

Es werden mindestens 6 Prüfer benötigt.

**1.7 | Prozentrechnung****19/1. Prozentwert**

a) 1,62 EUR

b) 9,47 g

c) 2,705 m

d) 5,94 min

e) 0,4686 bar

f) 300,31 EUR

**19/2. Festplatte**

$$P_s = \frac{100\% \cdot P_w}{G_w} = \frac{100\% \cdot 80 \text{ MB}}{10.000 \text{ MB}} = \mathbf{0,8\%}$$

**19/3. Scanzeit**

$$P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{2 \text{ min}}{100\%} \cdot 24\% = \mathbf{0,48 \text{ min} \cong 31,2 \text{ s}}$$

oder

$$19/3. \quad E_w = \frac{A_w}{A_m} \cdot E_m = \frac{2 \text{ min}}{100\%} \cdot 24\% = \mathbf{0,48 \text{ min}}$$

Die Scanzeit beträgt  $2 \text{ min} - 0,48 \text{ min} = \mathbf{1,52 \text{ min} \cong 1 \text{ min } 31,2 \text{ s}}$

**19/4. Aktienfonds**

$$a) \quad P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{15 \text{ Anteile} \cdot 135 \text{ EUR}}{100\%} \cdot 5,25\%$$

$$P_w = \mathbf{106,31 \text{ EUR}}$$

$$\text{Gesamtbetrag} = 2025 \text{ EUR} + 106,31 = \mathbf{2131,31 \text{ EUR}}$$

$$b) \quad P_w = \frac{G_w}{100\%} \cdot P_s = \frac{2025 \text{ EUR}}{100\%} \cdot 45\% = \mathbf{911,25 \text{ EUR}}$$

$$\text{Gewinn} = 911,25 \text{ EUR} - 106,31 \text{ EUR} = \mathbf{804,94 \text{ EUR}}$$

**20/5. Preiserhöhung**

**12,5%; 5,33%; 1,57%; 1,15 %**

**20/6. Preissenkung**

**6%; 3,14%; 7,20%; 1,98 %**

**20/7. Gussstück**

$$\frac{100\% \cdot 24 \text{ kg}}{150 \text{ kg}} = \mathbf{16\%}$$

**20/8. Dehnung**

$$\frac{100\% \cdot 1 \text{ mm}}{1500 \text{ mm}} = \mathbf{0,067\%}$$

**20/9. NC-Maschine**

$$\frac{87500,00 \text{ EUR} \cdot 100\%}{85\%} = \mathbf{102941,18 \text{ EUR}}$$

**20/10. Fertigungszeit**

$$\frac{6,5 \text{ h} \cdot 22\%}{100\%} = \mathbf{1,43 \text{ h}}$$

**20/11. Lotherstellung**

$$\text{Sn } 63\%: \frac{63\% \cdot 150 \text{ kg}}{100\%} = 94,5 \text{ kg}$$

$$\text{Pb } 37\%: \frac{37\% \cdot 150 \text{ kg}}{100\%} = 55,5 \text{ kg}$$

**20/12. Verschnitt**

$$\text{Zuschnitt} = 160 \text{ cm}^2 \cong 100\%$$

$$\text{Zuschlag für Verschnitt} = \frac{44 \text{ cm}^2 \cdot 100\%}{160 \text{ cm}^2} = \mathbf{27,5\%}$$

**20/13. Zugfestigkeit**

$$\frac{1250 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 100\%}{142\%} = 880,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx \mathbf{880 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

**20/14. Kreisschaubild**

36,0% Eisen	≅	586,80 kg
24,0% Mangan	≅	391,20 kg
31,8% Gangart	≅	518,34 kg
7,3% Quarz	≅	118,99 kg
0,3% Schwefel	≅	4,89 kg
0,6% Phosphor	≅	9,78 kg
<hr/>		
100% Eisenerz	≅	1 630,00 kg

**20/15. Gehäusegewicht**

$$1 \text{ mm Blechdicke bei } \rho = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cong 100 \%$$

$$2 \text{ mm Blechdicke bei } \rho = 2,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cong ? \%$$

$$\text{Neues Gewicht} = \frac{100 \% \cdot 2,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 2}{7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \mathbf{66,24 \%}$$

$$\text{Gewichtsverminderung} = 100 \% - 66,24 \% = \mathbf{33,76 \%}$$

**20/16. Rundstahl**

$$\text{Werkstoffverlust} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (30 \text{ mm})^2 - \frac{\pi}{4} \cdot (25 \text{ mm})^2}{\frac{\pi}{4} \cdot (30 \text{ mm})^2} \cdot 100 \% = \frac{900 \text{ mm}^2 - 625 \text{ mm}^2}{900 \text{ mm}^2} \cdot 100 \% = \mathbf{30,55 \%}$$

**20/17. Strommesser**

$$\text{Anzeigefehler} = \frac{12 \text{ A} \cdot 1,5 \%}{100 \%} = \pm \mathbf{0,18 \text{ A}}$$

$$12 \text{ A} + 0,18 \text{ A} = \mathbf{12,18 \text{ A}}; \quad 12 \text{ A} - 0,18 \text{ A} = \mathbf{11,82 \text{ A}}$$

**1.8 | Flächen****22.1 Blechschnitt**

$$A_{\text{Joch}} = 6 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = \mathbf{6 \text{ cm}^2}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{ges}} &= 2 \cdot A_1 + A_2 + A_3 \\ &= 2 \cdot (3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) + (3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}) + (6 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) \\ &= \mathbf{18 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

**22/2. Isolierplatte**

$$A_{\square} = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square} = 2,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\nabla} = \frac{2,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2} = 2,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{ges}} = \mathbf{12,5 \text{ cm}^2}$$