Erste Hilfe

Auffinden einer Person

Grundsätze

- Ruhe bewahren
- Unfallstelle sichern
- Eigene Sicherheit beachten

Person ggf. aus dem Gefahrenbereich retten

Notruf 112

- Wo geschah es?
- Was geschah?
- Wie viele Verletzte?
- Welche Art von Verletzungen?
- Warten auf Rückfragen!

Bewusstsein prüfen
laut ansprechen, anfassen, rütteln

nicht vorhanden → um Hilfe rufen

Atmung prüfen
Atemwege freimachen, Kopf nackenwärts beugen, Kinn anheben, sehen/hören/fühlen

keine normale Atmung → Notruf, AED[1] holen lassen

30 x Herzdruckmassage
Hände in Brustmitte
Drucktiefe 5 – 6 cm
Arbeitstempo 100 – 120/min

im Wechsel mit

2 x Beatmung
1 s lang Luft in Mund oder Nase einblasen

vorhanden → Situationsgerecht helfen (z.B. Wunde versorgen)

normale Atmung → Stabile Seitenlage

Notruf

Bewusstsein und Atmung überwachen

Unfälle durch elektrischen Strom

- Auf Selbstschutz achten
- Strom sofort unterbrechen

Niederspannung: (bis 1000 Volt)

- Stecker ziehen, ausschalten
- Sicherung herausnehmen bzw. Sicherungsautomat betätigen

Hochspannung: (über 1000 Volt)

- Abstand halten
- Notruf „Elektrounfall"
- Fachpersonal herbeirufen
- Rettung nur durch Fachpersonal!

Maßnahmen am Patienten:

- Ständige Kontrolle von Bewusstsein und Kreislauf (Atmung)
- Ärztliche Behandlung veranlassen

[1] Sofern verfügbar, den Anweisungen des „Automatisierten Externen Defibrillators" AED (Gerät zur Beseitigung von Herzmuskelstörungen) folgen.

Vgl. „Erste Hilfe" BGI/GUV-I 510 der Deutschen Gesetzlichen Unfallversicherung e.V. (DGUV), Mittelstraße 51, 10117 Berlin, www.dguv.de

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges
Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer
Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Tabellenbuch Metall

48., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung
Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung
Europa-Nr.: 10706 XXL, mit Formelsammlung und CD

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Meßstetten
Roland Kilgus	Neckartenzlingen
Volker Menges	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Amtzell
Thomas Rapp	Albstadt
Claudius Scholer	Metzingen
Andreas Stenzel	Balingen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen

Lektorat:
Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter.
Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 357 bis 376) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

48. Auflage 2019, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 6 5 4 (keine Änderung seit der 3. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-1728-4 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1679-9 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1685-0 XXL, mit Formelsammlung und CD

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2019 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten **„Formeln für Metallberufe"** sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die **„Formelsammlung Metall plus+",** die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der CD **„Tabellenbuch Metall digital"** und der Web-Applikation **„Tabellenbuch Metall online"** liegt das Tabellenbuch in digitaler Form vor. Berechnungsmöglichkeiten sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Ergänzt wird das Medienangebot durch eine APP **„Formeln & Tabellen Metall"** für Smartphones und Tablets. Damit können z. B. schnell und einfach Basiseinheiten umgerechnet, Härtewerte oder Toleranzen bestimmt werden. Markierungen im Buch weisen auf den sinnvollen Einsatz der APP hin. Der Zugang zu weiteren Web-Angeboten ist über **„Formeln & Tabellen Metall"** oder www.europa-lehrmittel.de/tm48 möglich.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen und Erweiterungen in der 48. Auflage

- Normänderungen sind bis Januar 2019 berücksichtigt.
- Geometrische Produktspezifikation (GPS) sowie deren Angaben in Zeichnungen.
- Fachbegriffe zu „Industrie 4.0". Wegfall Übersichten Produktionsorganisation und Dokumentationssystematik.
- Konturfräsen mit Schneidplatten.
- Tieflochbohren, Gewindeformen und Gewindefräsen.
- Schweißen mit Maßnahmen zur Qualitätssicherung.
- Schraubenberechnung entsprechend VDI 2230.
- Flächenpressung an Passfederverbindungen.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de **dankbar.**

Sommer 2019 Autoren und Verlag

1 Technische Mathematik 9 … 28 **M**

2 Technische Physik 29 … 56 **P**

3 Technische Kommunikation 57 … 122 **K**

4 Werkstofftechnik 123 … 210 **W**

5 Maschinenelemente 211 … 282 **M**

6 Fertigungstechnik 283 … 426 **F**

7 Automatisierungstechnik 427 … 468 **A**

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M) 9

1.1 Einheiten im Messwesen
SI-Basisgrößen und Einheiten 10
Abgeleitete Größen und Einheiten... 10
Einheiten außerhalb des SI..... 12

1.2 Formeln
Formelzeichen, mathem. Zeichen.... 13
Formeln, Gleichungen, Diagramme.. 14
Umstellen von Formeln..... 15
Größen und Einheiten 16
Rechnen mit Größen 17
Prozent- und Zinsrechnung..... 17

1.3 Winkel und Dreiecke
Winkelarten, Satz des Pythagoras ... 18
Funktionen im Dreieck..... 19

1.4 Längen
Teilung von Längen 20
Gestreckte Längen 21
Rohlängen..... 21

1.5 Flächen
Eckige Flächen 22
Dreieck, Vielecke, Kreis..... 23
Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring..... 24
Ellipse 24

1.6 Volumen und Oberfläche
Würfel, Zylinder, Pyramide 25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel 26
Zusammengesetzte Körper..... 27

1.7 Masse
Allgemeine Berechnung 27
Längenbezogene Masse 27
Flächenbezogene Masse 27

1.8 Schwerpunkte
Linienschwerpunkte..... 28
Flächenschwerpunkte 28

2 Technische Physik (P) 29

2.1 Bewegungen
Konstante Bewegungen 30
Beschleunigte Bewegungen 30
Geschwindigkeiten an Maschinen ... 31

2.2 Kräfte
Zusammensetzen und Zerlegen..... 32
Kräftearten..... 34
Drehmoment..... 35

2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad
Mechanische Arbeit 35
Einfache Maschinen..... 36
Energie 36
Leistung und Wirkungsgrad 37

2.4 Reibung
Reibungskraft, Reibungszahlen 38
Rollreibungszahlen..... 38

2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen
Druck 39
Auftrieb 39
Hydraulische Kraftübersetzung..... 39
Druckübersetzung 40
Durchflussgeschwindigkeit 40
Zustandsänderung bei Gasen..... 40

2.6 Festigkeitslehre
Belastungsfälle, Grenzspannungen .. 41
Statische Festigkeit..... 42
Elastizitätsmodul 42
Zug, Druck, Flächenpressung 43
Abscherung, Torsion, Biegung 44
Biegebelastung auf Bauteile..... 45
Widerstandsmomente..... 46
Knickung, Zus. Beanspruchung 47
Dynamische Festigkeit..... 48
Gestaltfestigkeit 49

2.7 Wärmetechnik
Temperaturen, Längenänderung 51
Schwindung 51
Wärmemenge..... 51
Heizwerte..... 52

2.8 Elektrotechnik
Größen und Einheiten..... 53
Ohmsches Gesetz..... 53
Leiterwiderstand..... 53
Stromdichte..... 54
Schaltung von Widerständen 54
Stromarten 55
Elektrische Arbeit und Leistung 56
Transformator..... 56

3 Technische Kommunikation (K) 57

3.1 Diagramme
Kartesisches Koordinatensystem 58
Polarkoordinatensystem 59
Flächendiagramme 59

3.2 Geom. Grundkonstruktionen
Strecken, Lote, Winkel 60
Tangenten, Kreisbögen 61
Inkreis, Ellipse, Spirale..... 62
Zykloide, Evolvente, Hyperbel 63

3.3 Zeichnungselemente
Schriftzeichen 64
Normzahlen, Radien, Maßstäbe 65
Zeichenblätter 66
Stücklisten, Positionsnummern 67
Linienarten 68
3.4 Darstellung
Projektionsmethoden 70
Ansichten 72
Schnittdarstellung 74
Schraffuren 76
3.5 Maßeintragung
Maßlinien, Maßzahlen 77
Bemaßungsregeln 78
Zeichnungselemente 79
Toleranzangaben 81
Maßarten 82
Zeichnungsvereinfachung 84
3.6 Maschinenelemente
Zahnräder 85
Wälzlager 86
Dichtungen 87
Sicherungsringe, Federn 88
3.7 Werkstückelemente
Butzen, Werkstückkanten 89
Gewindeausläufe und -freistiche 90
Gewinde, Schraubenverbindungen . . 91
Zentrierbohrungen, Rändel 92
Freistiche 93
3.8 Schweißen und Löten
Sinnbilder 94
Bemaßungsbeispiele 96
3.9 Oberflächen
Härteangaben in Zeichnungen 98
Gestaltabweichungen, Rauheit 99
Oberflächenprüfung, -angaben 100
Erreichbare Rauheit 102
Verzahnungsqualität 103
3.10 Toleranzen, Passungen
Grundlagen 104
ISO-Passungen 106
Allgemeintoleranzen 112
Wälzlagerpassungen 112
Passungsempfehlungen, -auswahl . . 113
Geometrische Produktspezifikation . . 114
Geometrische Tolerierung 117

4 Werkstofftechnik (W) 123

4.1 Stoffe
Stoffwerte 124
Periodisches System der Elemente . . 126
Chemikalien der Metalltechnik 127
4.2 Bezeichnungssystem der Stähle
Definition und Einteilung 128
Normung von Stahlprodukten 129
Werkstoffnummern 130
Bezeichnungssystem 131
4.3 Stahlsorten
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht 135
Stähle, Übersicht 136
Baustähle 138
Einsatzstähle 141
Vergütungsstähle 142
Werkzeugstähle 144
Nichtrostende Stähle 145
Federstähle 147
Stähle für Blankstahlerzeugnisse 148
4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse
Bleche, Bänder, Rohre 150
Profile 154
Längen- u. flächenbezogene Masse . . 163
4.5 Wärmebehandlung
Kristallgitter, Legierungssysteme 164
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm 165
Wärmebehandlung der Stähle 166
4.6 Gusseisen-Werkstoffe
Bezeichnung, Werkstoffnummern 171
Gusseisenarten 172
4.7 Gießereitechnik 175
4.8 Leichtmetalle
Übersicht Al-Legierungen 177
Aluminium-Knetlegierungen 179
Aluminium-Gusslegierungen 181
Aluminium-Profile 182
Magnesium- u. Titanlegierungen 185
4.9 Schwermetalle
Bezeichnungssystem 187
Kupfer-Legierungen 188
4.10 Sonstige Werkstoffe 190
4.11 Kunststoffe
Übersicht 192
Duroplaste 195
Thermoplaste 196
Elastomere, Schaumstoffe 199
Kunststoffverarbeitung 200
Polyblends, Schichtpressstoffe 201
Kunststoffprüfung 202
4.12 Werkstoffprüfung
Übersicht 203
Zugversuch 205
Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch . . . 206
Härteprüfung 207
4.13 Korrosion, Korrosionsschutz 210

5 Maschinenelemente (M) 211

5.1 Gewinde
Gewindearten, Übersicht 212
Ausländische Gewinde-Normen 213
Metrisches ISO-Gewinde 214
Sonstige Gewinde 215
Gewindetoleranzen 217

5.2 Schrauben
Schraubenarten, Übersicht 218
Bezeichnung 219
Festigkeit 220
Sechskantschrauben 221
Zylinderschrauben 224
Sonstige Schrauben 225
Berechnung von Schrauben 230
Schraubensicherungen, Übersicht . . . 234
Schraubenantriebe 235

5.3 Senkungen
Senkungen für Senkschrauben 236
Senkungen für Zylinderschrauben . . . 237

5.4 Muttern
Mutternarten, Übersicht 238
Bezeichnung 239
Festigkeit 240
Sechskantmuttern 241
Sonstige Muttern 243

5.5 Scheiben
Bauarten, Übersicht 245
Flache Scheiben 246
Sonstige Scheiben 247

5.6 Stifte und Bolzen
Bauarten, Übersicht 248
Zylinderstifte, Spannstifte 249
Kerbstifte, Bolzen 250

5.7 Welle-Nabe-Verbindungen
Verbindung, Übersicht 251
Keile 252
Passfedern, Scheibenfedern 253
Werkzeugkegel 254

5.8 Sonstige Maschinenelemente
Federn 255
Gewindestifte, Druckstücke, Kugelköpfe 258
Griffe, Aufnahmen 259
Schnellspann-Bohrvorrichtung 261

5.9 Antriebselemente
Riemen 263
Stirnräder, Maße 266
Kegel- u. Schneckenräder, Maße 268
Übersetzungen 269

5.10 Lager
Gleitlager 270
Wälzlager 272
Schmieröle und Schmierfette 281

6 Fertigungstechnik (F) 283

6.1 Messtechnik
Prüfmittel 284
Messergebnis 285

6.2 Qualitätsmanagement
Normen, Begriffe 286
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung . . 288
Statistische Auswertung 289
Qualitätsfähigkeit 291
Statistische Prozesslenkung 292

6.3 Maschinenrichtlinie 295

6.4 Industrie 4.0
Y-Modell, Begriffe 297

6.5 Produktionsorganisation
Erzeugnisgliederung 299
Arbeitsplanung 300
Kalkulation 304

6.6 Instandhaltung
Wartung, Instandsetzung 307
Instandhaltungskonzepte 308

6.7 Spanende Fertigung
Zeitspanungsvolumen 310
Kräfte beim Spanen 311
Drehzahldiagramm 312
Schneidstoffe 314
Wendeschneidplatten 316
Werkzeug-Aufnahmen 317
Kühlschmierung 318
Drehen 320
Fräsen 332
Bohren, Senken, Reiben 343
Schleifen 351
Honen 356
CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte . 357
Werkzeug-/Bahnkorrekturen 358
CNC-Fertigung nach DIN 359
CNC-Drehen nach PAL 362
CNC-Fräsen nach PAL 368

6.8 Abtragen
Drahterodieren, Senkerodieren 377
Einflüsse auf das Verfahren 378

6.9 Trennen durch Schneiden
Schneidkraft, Pressen 379
Schneidwerkzeug 380
Werkzeug- und Werkstückmaße 382
Streifenausnutzung 383
6.10 Umformen
Biegen: Werkzeug, Verfahren 384
Biegeradien, Zuschnitt 386
Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren 388
Zuschnittdurchmesser, Ziehspalt 390
6.11 Spritzgießen
Spritzgießwerkzeug 392
Schwindung, Kühlung, Dosierung . . . 395
6.12 Fügen
Schmelzschweißen 397
Schutzgasschweißen 399
Lichtbogenschweißen 401
Schweißanweisung 403
Brennschneiden 404
Kennzeichnung von Gasflachen 406
Löten 408
Kleben 411
6.13 Arbeits- und Umweltschutz
Gefahren am Arbeitsplatz 413
Gefahrstoffverordnung 414
Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen 423
Kennzeichnung von Rohrleitungen . . 425
Schall und Lärm 426

7 Automatisierungstechnik (A) 427

7.1 Pneumatik, Hydraulik
Schaltzeichen, Wegeventile 428
Proportionalventile 430
Schaltpläne, Kennzeichnungs-
systeme 431
Pneumatische Steuerung 435
Pneumatikzylinder 436
Hydraulik-, Pneumatikzylinder,
-pumpen 437
Rohre 439
7.2 Grafcet
Grundstruktur 440
Schritte, Transitionen 441
Aktionen 442
Verzweigung 444
7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik
Schaltzeichen 446
Stromlaufpläne, Kennzeichnung 447
Sensoren 449
Elektropneumatische Steuerung 450
7.4 SPS-Steuerungen
SPS-Programmiersprachen 451
Binäre Verknüpfungen 455
Ablaufsteuerungen 456
7.5 Regelungstechnik
Grundbegriffe, Kennbuchstaben 458
Bildzeichen 459
Regler 460
7.6 Handhabungs-, Robotertechnik
Koordinatensysteme, Achsen 462
Aufbau von Robotern 463
Greifer, Arbeitssicherheit 464
7.7 Motoren und Antriebe
Schutzmaßnahmen, Schutzarten 465
Elektromotoren, Anschlüsse,
Berechnung 468

Normenverzeichnis 469

Sachwortverzeichnis 474

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

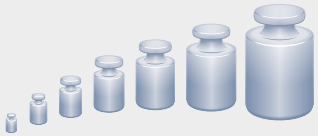
Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN 10027-2 (2013-09)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Neufassung DIN EN 10027-2 (2015-07) mit Werkstoffnummern für Stähle lag der Öffentlichkeit z. B. von September 2013 bis Februar 2014 für Einsprüche als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

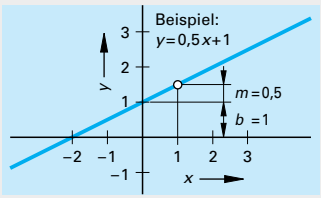
Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	**I**nternational **O**rganisation for **S**tandardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	**E**uropäische **N**ormungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	**D**eutsches **I**nstitut für **N**ormung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	**V**erein **D**eutscher **I**ngenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	**V**erband **d**er **E**lektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	**D**eutsche **G**esellschaft für **Q**ualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

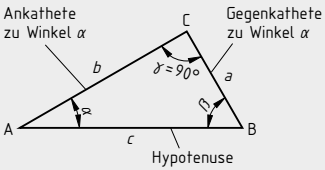
1 Technische Mathematik



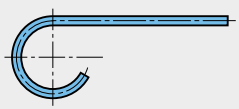
1.1 Einheiten im Messwesen
SI-Basisgrößen und Einheiten 10
Abgeleitete Größen und Einheiten 10
Einheiten außerhalb des SI 12



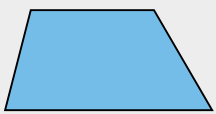
1.2 Formeln
Formelzeichen, mathematische Zeichen 13
Formeln, Gleichungen, Diagramme 14
Umstellen von Formeln 15
Größen und Einheiten 16
Rechnen mit Größen 17
Prozent- und Zinsrechnung 17



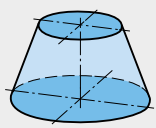
1.3 Winkel und Dreiecke
Winkelarten, Satz des Pythagoras. 18
Strahlensatz. 18
Funktionen im Dreieck 19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck 19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck 19



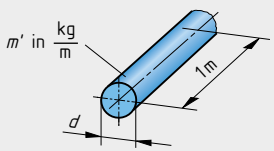
1.4 Längen
Teilung von Längen 20
Bogenlänge 20
Gestreckte Längen 21
Federdrahtlänge 21
Rohlänge 21



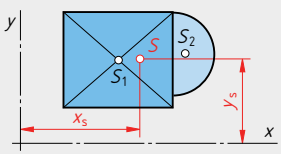
1.5 Flächen
Eckige Flächen. 22
Dreieck, Vielecke, Kreis. 23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring 24
Ellipse. 24



1.6 Volumen und Oberfläche
Würfel, Zylinder, Pyramide 25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel. 26
Zusammengesetzte Körper 27



1.7 Masse
Allgemeine Berechnung. 27
Längenbezogene Masse. 27
Flächenbezogene Masse 27



1.8 Schwerpunkte
Linienschwerpunkte 28
Flächenschwerpunkte. 28

Einheiten im Messwesen

M

SI[1]-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basiseinheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

[1] Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Einheit Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	**Meter**	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m^2 a ha	$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$ $1\ a = 100\ m^2$ $1\ ha = 100\ a = 10\,000\ m^2$ $100\ ha = 1\ km^2$	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m^3 l, L	$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$ $1\ l = 1\ L = 1\ dm^3 = 10\ dl = 0{,}001\ m^3$ $1\ ml = 1\ cm^3$	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	α, β, γ …	Radiant Grad Minute Sekunde	rad ° ′ ″	$1\ rad = 1\ m/m = 57{,}2957…° = 180°/\pi$ $1° = \frac{\pi}{180}\ rad = 60'$ $1' = 1°/60 = 60''$ $1'' = 1'/60 = 1°/3600$	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33° 17' 27{,}6''$ besser $\alpha = 33{,}291°$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradiant	sr	$1\ sr = 1\ m^2/m^2$	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit r = 1 m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_O = 1\ m^2$.
Mechanik					
Masse	m	**Kilogramm** Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	$1\ kg = 1000\ g$ $1\ g = 1000\ mg$ $1\ t = 1000\ kg = 1\ Mg$ $0{,}2\ g = 1\ Kt$	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	$1\ kg/m = 1\ g/mm$	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m^2	$1\ kg/m^2 = 0{,}1\ g/cm^2$	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ϱ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m^3	$1000\ kg/m^3 = 1\ t/m^3 = 1\ kg/dm^3 = 1\ g/cm^3 = 1\ g/ml = 1\ mg/mm^3$	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Einheit Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$kg \cdot m^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	1 N = $1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1 \frac{J}{m}$ 1 MN = 10^3 kN = 1 000 000 N	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b M_T, T	Newton mal Meter	N · m	1 N · m = $1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	kg · m/s	1 kg · m/s = 1 N · s	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm²	1 Pa = 1 N/m² = 0,01 mbar 1 bar = 100 000 N/m² = 10 N/cm² = 10^5 Pa 1 mbar = 1 hPa 1 N/mm² = 10 bar = 1 MN/m² = 1 MPa 1 daN/cm² = 0,1 N/mm²	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m⁴ cm⁴	1 m⁴ = 100 000 000 cm⁴	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	1 J = 1 N · m = 1 W · s = 1 kg · m²/s²	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A = 1 m² · kg/s³	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	**Sekunde** Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h = 86 400 s	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	1 Hz = 1/s	1 Hz ≙ 1 Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	1/s = 60/min = 60 min^{-1} 1/min = 1 min^{-1} = $\frac{1}{60\ s}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	1 m/s = 60 m/min = 3,6 km/h 1 m/min = $\frac{1\ m}{60\ s}$ 1 km/h = $\frac{1\ m}{3{,}6\ s}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): 1 kn = 1,852 km/h mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von n = 2/s beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\ \pi$/s.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s²	1 m/s² = $\frac{1\ m/s}{1\ s}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. g = 9,81 m/s² ≈ 10 m/s²

Einheiten im Messwesen

M

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Einheit Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	**Ampere**	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	1 V = 1 W/1 A = 1 J/C	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	1 Ω = 1 V/1 A	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	1 S = 1 A/1 V = 1/Ω	
Spezifischer Widerstand	ϱ	Ohm mal Meter	Ω · m	10^{-6} Ω · m = 1 Ω · mm²/m	$\varrho = \frac{1}{\varkappa}$ in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
Leitfähigkeit	$\gamma, \varkappa$	Siemens pro Meter	S/m		$\varkappa = \frac{1}{\varrho}$ in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	f	Hertz	Hz	1 Hz = 1/s 1000 Hz = 1 kHz	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3,6 MJ 1 W · h = 3,6 kJ	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}$, $C = \frac{Q}{U}$, $Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C	1 C = 1 A · 1 s; 1 A · h = 3,6 kC	
Elektr. Kapazität	C	Farad	F	1 F = 1 C/V	
Induktivität	L	Henry	H	1 H = 1 V · s/A	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in V · A
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Größe	**Formelzeichen**	**Einheit Name**	**Einheit Zeichen**	**Beziehung**	**Bemerkung Anwendungsbeispiele**
Thermodynamische Temperatur	T, Θ	**Kelvin**	K	0 K = – 273,15 °C	Kelvin (K) und Grad Celsius (°C) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0$; $T_0 = 273{,}15$ K Umrechnung in °F: Seite 51
Celsius-Temperatur	t, ϑ	Grad Celsius	°C	0 °C = 273,15 K 0 °C = 32 °F 0 °F = – 17,77 °C	
Wärmemenge	Q	Joule	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3600000 J = 3,6 MJ	1 kcal ≙ 4,1868 kJ
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm	J/kg	1 MJ/kg = 1000000 J/kg	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.
		Joule pro Meter hoch drei	J/m³	1 MJ/m³ = 1000000 J/m³	

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge		Fläche		Volumen		Masse		Energie, Leistung	
1 inch (in)	= 25,4 mm	1 sq.in	= 6,452 cm²	1 cu.in	= 16,39 cm³	1 oz	= 28,35 g	1 PSh	= 0,735 kWh
1 foot (ft)	= 0,3048 m	1 sq.ft	= 9,29 dm²	1 cu.ft	= 28,32 dm³	1 lb	= 453,6 g	1 PS	= 0,7355 kW
1 yard (yd)	= 0,9144 m	1 sq.yd	= 0,8361 m²	1 cu.yd	= 764,6 dm³	1 t	= 1000 kg	1 kcal	= 4186,8 Ws
1 See-meile	= 1,852 km	1 acre	= 4046,873 m²	1 gallon (US)	= 3,785 l	1 short ton	= 907,2 kg	1 kcal	= 1,166 Wh
1 Land-meile	= 1,6093 km	**Druck, Spannung**		1 gallon (UK)	= 4,546 l	1 Karat	= 0,2 g	1 kpm/s	= 9,807 W
		1 bar	= 14,5 pound/in²	1 barrel (US)	= 158,9 l	1 pound/in³	= 27,68 g/cm³	1 Btu	= 1055 Ws
		1 N/mm²	= 145,038 pound/in²	1 barrel (UK)	= 159,1 l			bhp	= 745,7 W

M

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ϱ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				$Q, \dot{V}, q_v$	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ϱ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	$\gamma, \varkappa$	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, Θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
		λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
$\Delta T, \Delta t, \Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz	α	Wärmeübergangs-	c	spezifische Wärme-
t, ϑ	Celsius-Temperatur		koeffizient		kapazität
α_l, α	Längenausdehnungs- koeffizient	k	Wärmedurchgangs- koeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_P	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel

Mathematische Zeichen

vgl. DIN 1302 (1999-12)

Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	log	Logarithmus (allgemein)
$\hat{=}$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	lg	dekadischer Logarithmus
...	und so weiter	$\sqrt{}$	Quadratwurzel aus	ln	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
=	gleich	$\lvert x \rvert$	Betrag von x	sin	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	cos	Kosinus
$\overset{\text{def}}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	tan	Tangens
<	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	cot	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	(), [], {}	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
>	größer als	$\sphericalangle$	Winkel		
$\geq$	größer oder gleich	$\triangle$	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
+	plus	$\cong$	kongruent zu		
−	minus	Δx	Delta x	$\overline{AB}$	Strecke AB
·	mal, multipliziert mit		(Differenz zweier Werte)	$\overset{\frown}{AB}$	Bogen AB
–, /, :	durch, geteilt durch, zu, pro	%	Prozent, vom Hundert	a′, a″	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

M

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. · für Multiplikation, + für Addition, – für Subtraktion, — (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (pi) = 3,14159 …
- Zahlen, z. B. 10, 15 …

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit,** z. B. 4,5 m, 15 s

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$/min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200\ \text{mm} \cdot 630\ \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200\ \text{mm} \cdot \frac{1\ \text{m}}{1000\ \text{mm}} \cdot 630\ \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395{,}84\ \frac{m}{min}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$/min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750}\ \text{N} \cdot \text{m} = \mathbf{191\ N \cdot m}$$

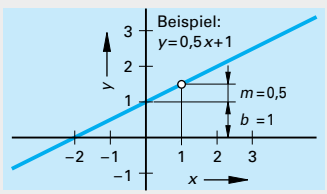
vorgeschriebene Einheiten		
Bezeichnung		Einheit
M	Drehmoment	N · m
P	Leistung	kW
n	Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x, mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x-y-Koordinatensystem.

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$



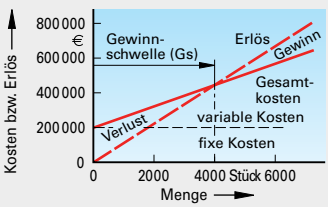
1. Beispiel:

$y = 0{,}5\ x + 1$

x	–2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$



2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$K_G = 60$ €/Stck · $M + 200\,000$ €

$E = 110$ €/Stck · M

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

K_G Gesamtkosten → abhängige Variable
M Menge → unabhängige Variable
K_f Fixe Kosten → y-Koordinatenabschnitt
K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion
E Erlös → abhängige Variable

Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_V \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

M

Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite	=	Veränderungen auf der rechten Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$|\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$|: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formelseite = rechte Formelseite

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1	$L = l_1 + l_2$	$\|- l_1$	l_1 subtrahieren	3	$L - l_1 = l_2$	Seiten vertauschen
2	$L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$		subtrahieren durchführen	4	$l_2 = L - l_1$	umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1	$A = l \cdot b$	$\|: b$	dividieren durch b	3	$\frac{A}{b} = l$	Seiten vertauschen
2	$\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$		kürzen mit b	4	$l = \frac{A}{b}$	umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1	$n = \frac{l}{l_1 + s}$	$\|\cdot (l_1 + s)$	mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4	$n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$	$\|: n$	subtrahieren dividieren durch n
2	$n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$		rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5	$\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$		kürzen mit n
3	$n \cdot l_1 + n \cdot s = l$	$\|- n \cdot l_1$	$- n \cdot l_1$ subtrahieren	6	$s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$		umgestellte Formel

Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\|()^2$	Formel quadrieren	4	$a^2 = c^2 - b^2$	$\|\sqrt{\ }$	radizieren
2	$c^2 = a^2 + b^2$	$\|- b^2$	b^2 subtrahieren	5	$\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$		Ausdruck vereinfachen
3	$c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$		subtrahieren, Seite tauschen	6	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$		umgestellte Formel

Größen und Einheiten

M

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe

10 mm

Zahlenwert Einheit

Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert,** der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit,** z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Vorsatz-Zeichen	Vorsatz-Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	12 000 000 000 000 N = 12 · 10^{12} N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10^{9}	Milliarde	45 000 000 000 W = 45 · 10^{9} W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10^{6}	Million	8 500 000 V = 8,5 · 10^{6} V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10^{3}	Tausend	12 600 W = 12,6 · 10^{3} W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^{2}	Hundert	500 l = 5 · 10^{2} l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10^{1}	Zehn	32 m = 3,2 · 10^{1} m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10^{0}	Eins	1,5 m = 1,5 · 10^{0} m
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	0,5 l = 5 · 10^{-1} l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10^{-2} m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10^{-3} A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	0,000 052 m = 52 · 10^{-6} m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	0,000 000 075 m = 75 · 10^{-9} m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	0,000 000 000 006 F = 6 · 10^{-12} F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm^2 in m^2. Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10\ mm}{1\ cm} = \frac{1000\ mm}{1\ m} = \frac{1\ m}{1000\ mm} = \frac{1\ km}{1000\ m}$	Zeit	$1 = \frac{60\ min}{1\ h} = \frac{3600\ s}{1\ h} = \frac{60\ s}{1\ min} = \frac{1\ min}{60\ s}$
Flächen	$1 = \frac{100\ mm^2}{1\ cm^2} = \frac{100\ cm^2}{1\ dm^2} = \frac{1\ cm^2}{100\ mm^2} = \frac{1\ dm^2}{100\ cm^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1°} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1°} = \frac{1°}{60\ s}$
Volumen	$1 = \frac{1000\ mm^3}{1\ cm^3} = \frac{1000\ cm^3}{1\ dm^3} = \frac{1\ cm^3}{1000\ mm^3} = \frac{1\ dm^3}{1000\ cm^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416\ mm^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416\ mm^3 = \frac{1\ cm^3 \cdot 3416\ mm^3}{1000\ mm^3} = \frac{3416\ cm^3}{1000} = \mathbf{3{,}416\ cm^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42°\,16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel 16′ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (′) hat.

$$\alpha = 42° + 16' \cdot \frac{1°}{60'} = 42° + \frac{16 \cdot 1°}{60} = 42° + 0{,}267° = \mathbf{42{,}267°}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

- **Addition und Subtraktion**

  Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$L = l_1 + l_2 - l_3$ mit $l_1 = 124$ mm, $l_2 = 18$ mm, $l_3 = 44$ mm; $L = ?$

$\boldsymbol{L} = 124\text{ mm} + 18\text{ mm} - 44\text{ mm} = (124 + 18 - 44)\text{ mm} = \mathbf{98\text{ mm}}$

- **Multiplikation und Division**

  Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ mit $F_1 = 180$ N, $l_1 = 75$ mm, $l_2 = 105$ mm; $F_2 = ?$

$$\boldsymbol{F_2} = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180\text{ N} \cdot 75\text{ mm}}{105\text{ mm}} = 128{,}57\,\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128{,}57\text{ N}}$$

- **Multiplizieren und Dividieren von Potenzen**

  Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$W = \frac{A \cdot a^2}{e}$ mit $A = 15\text{ cm}^2$, $a = 7{,}5$ cm, $e = 2{,}4$ cm; $W = ?$

$$\boldsymbol{W} = \frac{15\text{ cm}^2 \cdot (7{,}5\text{ cm})^2}{2{,}4\text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56{,}25\text{ cm}^{2+2}}{2{,}4\text{ cm}^1} = 351{,}56\text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351{,}56\text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a	Basis
$m, n \ldots$	Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$a^1 = a$ $\quad$ $a^0 = 1$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.
Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.
Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent $\quad$ P_w Prozentwert $\quad$ G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$\boldsymbol{P_w} = \frac{G_w \cdot P_s}{100\,\%} = \frac{250\text{ kg} \cdot 2\,\%}{100\,\%} = \mathbf{5\text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\,\%}$$

Zinsrechnung

K_0	Anfangskapital	Z	Zinsen	t	Laufzeit in Tagen,
K_t	Endkapital	p	Zinssatz pro Jahr		Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$K_0 = 2800{,}00$ €; $p = 6\,\frac{\%}{\text{a}}$; $t = ½$ a; $Z = ?$

$$\boldsymbol{Z} = \frac{2800{,}00\text{ €} \cdot 6\,\frac{\%}{\text{a}} \cdot 0{,}5\text{ a}}{100\,\%} = \mathbf{84{,}00\text{ €}}$$

2. Beispiel:

$K_0 = 4800{,}00$ €; $p = 5{,}1\,\frac{\%}{\text{a}}$; $t = 50$ d; $Z = ?$

$$\boldsymbol{Z} = \frac{4800{,}00\text{ €} \cdot 5{,}1\,\frac{\%}{\text{a}} \cdot 50\text{ d}}{100\,\% \cdot 360\,\frac{\text{d}}{\text{a}}} = \mathbf{34{,}00\text{ €}}$$

Zins

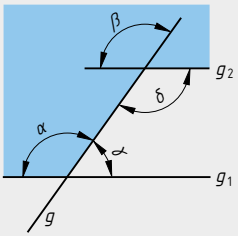
$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\,\% \cdot 360}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)
360 d = 12 Monate
1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

M

Winkelarten



g Gerade
g_1, g_2 parallele Geraden
α, β Stufenwinkel
β, δ Scheitelwinkel
α, δ Wechselwinkel
α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel
$$\alpha = \beta$$

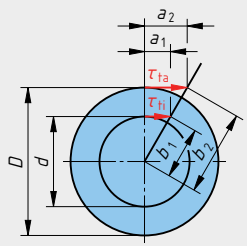
Scheitelwinkel
$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel
$$\alpha + \gamma = 180°$$

Strahlensatz

τ_{ta} Torsionsspannung außen
τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

$D = 40$ mm, $d = 30$ mm,
$\tau_{ta} = 135$ N/mm²; $\tau_{ti} = ?$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

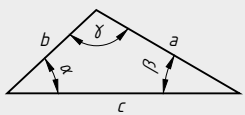
$$= \frac{135\ \text{N/mm}^2 \cdot 30\ \text{mm}}{40\ \text{mm}} = \mathbf{101{,}25\ N/mm^2}$$

Strahlensatz
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{D}{2}}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



a, b, c Dreieckseiten
α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

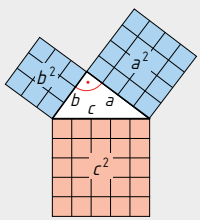
$\alpha = 21°$, $\beta = 95°$, $\gamma = ?$

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 21° - 95° = \mathbf{64°}$

Winkelsumme im Dreieck
$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete
b Kathete
c Hypotenuse

1. Beispiel:

$c = 35$ mm; $a = 21$ mm; $b = ?$

$\boldsymbol{b} = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35\ \text{mm})^2 - (21\ \text{mm})^2} = \mathbf{28\ mm}$

2. Beispiel:

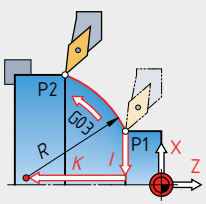
CNC-Programm mit $R = 50$ mm und $I = 25$ mm.
$K = ?$

$c^2 = a^2 + b^2$

$R^2 = I^2 + K^2$

$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2\ \text{mm}^2 - 25^2\ \text{mm}^2}$

$\boldsymbol{K} = \mathbf{43{,}3\ mm}$



Quadrat über der Hypotenuse
$$c^2 = a^2 + b^2$$

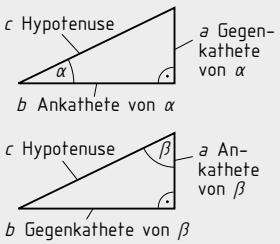
Länge der Hypotenuse
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Funktionen im Dreieck

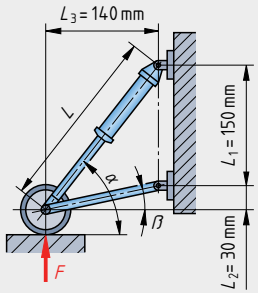
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c	Hypotenuse (längste Seite)
a, b	Katheten Bezogen auf den Winkel α ist – b die Ankathete und – a die Gegenkathete
α, β, γ	Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90°$
sin	Schreibweise für Sinus
cos	Schreibweise für Kosinus
tan	Schreibweise für Tangens
sinα	Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$



1. Beispiel

$L_1 = 150$ mm, $L_2 = 30$ mm, $L_3 = 140$ mm; Winkel $\alpha = ?$

$$\tan\alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180\text{ mm}}{140\text{ mm}} = 1{,}286$$

Winkel $\alpha = 52°$

2. Beispiel

$L_1 = 150$ mm, $L_2 = 30$ mm, $\alpha = 52°$; Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin\alpha} = \frac{180\text{ mm}}{\sin 52°} = \mathbf{228{,}42\text{ mm}}$$

Bezogen auf den Winkel α ist:

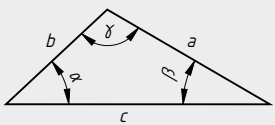
$\sin\alpha = \frac{a}{c}$	$\cos\alpha = \frac{b}{c}$	$\tan\alpha = \frac{a}{b}$

Bezogen auf den Winkel β ist:

$\sin\beta = \frac{b}{c}$	$\cos\beta = \frac{a}{c}$	$\tan\beta = \frac{b}{a}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad (°) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arcsin.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite a → Gegenwinkel α
Seite b → Gegenwinkel β
Seite c → Gegenwinkel γ

Sinussatz

$$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

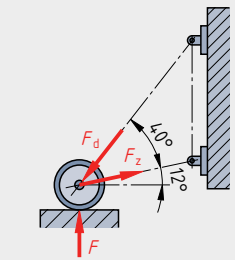
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{b \cdot \sin\gamma}{\sin\beta}$$



Beispiel

$F = 800$ N, $\alpha = 40°$, $\beta = 38°$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

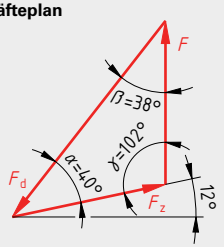
$$\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{F_z}{\sin\beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{F_z} = \frac{800\text{ N} \cdot \sin 38°}{\sin 40°} = \mathbf{766{,}24\text{ N}}$$

$$\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{F_d}{\sin\varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin\varphi}{\sin\alpha}$$

$$\boldsymbol{F_d} = \frac{800\text{ N} \cdot \sin 102°}{\sin 40°} = \mathbf{1217{,}38\text{ N}}$$

Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad (°) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arccos.

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

Umstellung, z. B.

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$