BIBLIOTHEK DES TECHNISCHEN WISSENS

Horst Herr †
Ewald Bach
Ulrich Maier
Bernd Mattheus
Volker Jungblut
Falko Wieneke

Technische Physik

Formel- und Tabellensammlung

Mechanik der festen Körper
Mechanik der Fluide
Wärmelehre
Schwingungs- und Wellenlehre
Optik und Akustik
Elektrizitätslehre
Atom- und Kernphysik

7. überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 52514

Technische Physik

Formel- und Tabellensammlung

Autoren:

Horst Herr †	Dipl.-Ing., Fachoberlehrer	Kelkheim/Taunus
Ewald Bach	Oberstudienrat	Uhingen/Fils
Ulrich Maier	Dr. rer. nat., OStR	Heilbronn/Neckar
Bernd Mattheus	Dr. Ing.	Essen
Volker Jungblut	Dipl. Ing., OStD	Eppstein
Falko Wieneke	Dipl. Ing., StD	Essen

Autor bis zur 5. Auflage:

Horst Herr †	Dipl.-Ing., Fachoberlehrer	Kelkheim/Taunus

Lektorat:

Falko Wieneke

Bildbearbeitung:

Design-Studio Wiegand, Hamburg
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

7. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-5270-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co.KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Punkt für Punkt GmbH · Mediendesign, 40549 Düsseldorf
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald; Grafik u. Sound, 50679 Köln
Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Vorwort

Wenn man seinen Weg nicht ganz klar vor sich sieht, dann tut man am besten, zu schweigen und zu warten.

Selma Lagerlöf

Für die Arbeit der Technikerinnen und Techniker gibt es wichtige Grundregeln. Werden eine oder mehrere dieser Grundregeln bewusst oder unbewusst missachtet, ist eine erfolgreiche Arbeit kaum möglich. Eine dieser Regeln besagt, dass eine Weiterarbeit nur dann erfolgen sollte, wenn man von der Richtigkeit jedes folgenden Schrittes uneingeschränkt überzeugt ist. Das diesem Vorwort vorangestellte Motto von Selma Lagerlöf unterstreicht dies sehr deutlich. Wenn Sie sich nämlich gedanklich mit einem Problem auseinander setzen, dann ist es oft so, dass der „Einfall" nicht lange auf sich warten lässt. Eine weitere Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass Sie die naturwissenschaftlichen und technologischen Gesetze und Regeln kennen und anwenden können.

Die Zusammenhänge zwischen den messbaren und berechenbaren Größen in Naturwissenschaft und Technik werden fast immer in ihrer kürzesten Ausdrucksweise, durch **Formeln** repräsentiert. In der vorliegenden Formel- und Tabellensammlung sind alle Formeln aus dem Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik (Europa–Nr. 5231X) komprimiert zusammengestellt und ergänzende Formeln hinzugefügt. Die jeweiligen Formeln sind in diesem Buch unter den gleichen Hauptüberschriften des Lehr- und Aufgabenbuchs angegeben. Dies ermöglicht ein paralleles Arbeiten mit beiden Büchern.

Neben den vielfältigen Formeln werden auch Tabellen, häufig in der Form von DIN–Blättern benötigt. Bitte beachten Sie für die Verwendung der Tabellen den Hinweis am Ende des Inhaltsverzeichnisses auf Seite 7.

Die 7. Auflage wurde überarbeitet und aktualisiert. Wir wünschen unseren Leserinnen und Lesern viel Freude beim Einstieg in die Technische Physik und bei der Anwendung der Gesetze der Physik auf die moderne Technik.

Wenn Sie mithelfen möchten, dieses Buch für die kommenden Auflagen zu verbessern, schreiben Sie uns unter lektorat@europa-lehrmittel.de. Ihre Hinweise und Verbesserungsvorschläge nehmen wir gern auf.

Frühjahr 2023 Autoren und Verlag

Hinweise für die Benutzung

Die Formel- und Tabellensammlung Technische Physik ist – entsprechend dem Gesamtband Technische Physik – in die Teile

A **Mechanik der festen Körper**

B **Mechanik der Fluide**

C **Wärmelehre**

D **Schwingungs- und Wellenlehre**

E **Optik und Akustik**

F **Elektrizitätslehre**

G **Atom- und Kernphysik**

unterteilt. Dies wird durch den **Randdruck der Seiten** besonders hervorgehoben. Im Anhang befindet sich der Teil

T **Tabellen.**

Die Hauptüberschriften sind innerhalb der Teilgebiete durchgehend nummeriert. Diese **Nummerierung** entspricht der Nummer des Hauptabschnittes im Gesamtband Technische Physik (Europa-Nr. 5231X).

Beispiele:

D7 ⟶ Hauptabschnitt 7 im Teil D

T23 ⟶ Tabelle 23

Die Hauptabschnitte der Formel- und Tabellensammlung sind durch ein **besonderes Hinweissystem** miteinander verknüpft.

Beispiele:

(⟶ C16, G3): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten C16, G3.

(⟶ A4, F13, T12): Weitere Informationen in den Hauptabschnitten A4, F13 sowie in der Tabelle T12.

Wegen der identischen Nummerierung sowohl im Gesamtband Technische Physik als auch in der Formel- und Tabellensammlung können beide Bücher sehr gut parallel verwendet werden.

Wir möchten noch darauf verweisen, dass diese Formel- und Tabellensammlung natürlich unabhängig vom Unterrichtswerk „Technische Physik“ verwendet werden kann.

Frühjahr 2023 Autoren und Verlag

Inhaltsverzeichnis

Die Gliederung dieser **Formel- und Tabellensammlung Technische Physik**, 7. Auflage, entspricht in Wortlaut und Reihenfolge dem **Lehr- und Aufgabenbuch Technische Physik**, 7. Auflage!

Seite

A Mechanik der festen Körper ... 9 bis 42

A1 Aufgaben und Methoden der Physik ... 9
A2 Physikalische Größen und ihre Einheiten ... 9
A3 Die Körper ... 9
A4 Messungen an Körpern und Körpersystemen ... 10
A5 Die Teilgebiete der Mechanik ... 11
A6 Gleichförmige geradlinige Bewegung ... 11
A7 Ungleichförmige geradlinige Bewegung ... 11
A8 Zusammensetzen von Geschwindigkeiten ... 14
A9 Freie Bewegungsbahnen ... 14
A10 Beschleunigende Wirkung einer Kraft ... 15
A11 Verformende Wirkung einer Kraft ... 16
A12 Die Kraft als Vektor ... 17
A13 Das Kraftmoment und seine Wirkungen ... 18
A14 Kurzzeitig wirkende Kräfte ... 25
A15 Reibungskräfte ... 26
A16 Reibung auf der schiefen Ebene ... 29
A17 Das Prinzip von d'Alembert ... 31
A18 Arbeit und Energie ... 32
A19 Mechanische Leistung ... 34
A20 Reibungsarbeit, Reibleistung und Wirkungsgrad ... 34
A21 Drehleistung ... 35
A22 Rotationskinematik ... 36
A23 Rotationsdynamik ... 39
A24 Kinetische Energie rotierender Körper ... 39
A25 Gravitation ... 42

B Mechanik der Fluide ... 43 bis 56

B1 Wirkungen der Molekularkräfte ... 43
B2 Druck in Flüssigkeiten ... 43
B3 Druck in Gasen ... 44
B4 Druckkraft ... 45
B5 Flüssigkeitsgewicht und hydrostatischer Druck ... 46
B6 Der statische Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen ... 48
B7 Flüssigkeitsoberflächen in bewegten Behältern ... 49
B8 Geschwindigkeitsänderungen inkompressibler Fluide ... 50
B9 Energieerhaltung inkompressibler strömender Fluide ... 50
B10 Fluidreibung ... 53
B11 Kräfte am umströmten Körper ... 54
B12 Kontinuität des kompressiblen Massenstroms ... 56

C Wärmelehre ... 57 bis 82
C1 Temperatur und Temperaturmessung ... 57
C2 Wärme als Energieform ... 57
C3 Wärmeausdehnung fester, flüssiger und gasförmiger Körper ... 58
C4 Gasgemische in Umwelt und Technik ... 60
C5 Durchmischung verschiedener idealer Gase ... 61
C6 Diffusion, Osmose, Dialyse und feuchte Luft ... 61
C7 Wärmekapazität fester und flüssiger Stoffe ... 65
C8 Änderung des Aggregatzustandes ... 66
C9 Technische Möglichkeiten der Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit und umgekehrt ... 69
C10 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik ... 69
C11 Thermodynamische Zustandsänderungen ... 71
C12 Die Kreisprozesse im *p,V*-Diagramm (Arbeitsdiagramm) und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik ... 73
C13 Beziehungen der Wärmeenergie zur elektrischen Energie ... 78
C14 Zweiter Hauptsatz und Wärmetransport ... 79

D Schwingungs- und Wellenlehre ... 83 bis 94
D1 Schwingungen ... 83
D2 Pendel- und Drehschwingungen ... 84
D3 Dämpfung von Schwingungen ... 86
D4 Anregung von Schwingungen, Resonanz ... 88
D5 Überlagerung von Schwingungen ... 89
D6 Wellen ... 91

E Optik und Akustik ... 95 bis 112
E1 Geometrische Optik ... 95
E2 Wellenoptik ... 100
E3 Photoeffekt, Photometrie und Farbenlehre ... 103
E4 Akustik ... 106
E5 Schallempfindung, Schallbewertung und Schallausbreitung ... 108
E6 Ultraschall ... 111

F Elektrizitätslehre ... 113 bis 154
F1 Elektrophysikalische Grundlagen ... 113
F2 Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Stromkreis ... 115
F3 Gesetzmäßigkeiten bei Widerstandsschaltungen ... 116
F4 Das elektrische Feld ... 121
F5 Das magnetische Feld ... 125
F6 Elektromagnetische Induktion ... 127
F7 Elektromagnetische Schalter und elektrische Messgeräte ... 129
F8 Der Wechselstromkreis ... 132
F9 Dreiphasenwechselspannung (Drehstrom) ... 138
F10 Transformatoren ... 140
F11 Elektrische Maschinen ... 140
F12 Elektromagnetische Schwingungen ... 141
F13 Grundlagen der Halbleitertechnik ... 143
F14 Erneuerbare Energien ... 145

G Atom- und Kernphysik ... 155 bis 168

G1 Physik der Atomhülle ... 155
G2 Physik des Atomkerns ... 163
G3 Kernenergie ... 165
G4 Dosimetrie und Strahlenschutz ... 166

T Tabellenteil ... 169 bis 193

T1 Physikalische Größen, deren Formelzeichen und Einheiten ... 169
T2 Dichte technisch wichtiger Stoffe ... 174
T3 Haft- und Gleitreibungszahlen ... 176
T4 Ausgewählte Gewindetabellen ... 177
T5 Thermische Längenausdehnungskoeffizienten (Wärmedehnzahlen) ... 180
T6 Elastizitätsmodul von Werkstoffen ... 180
T7 Definition der Einheitennormale (Basiseinheiten) ... 181
T8 Oberflächenspannung ... 181
T9 Kompressibilität ... 182
T10 Kinematische Viskosität ... 182
T11 Thermodynamische Daten von Gasen und Dämpfen ... 182
T12 Spezifische Wärmekapazität, Spezifische Schmelzwärme und spezifische Verdampfungswärme ... 183
T13 Spezifischer Brennwert und spezifischer Heizwert ... 184
T14 Wärmeleitfähigkeit ... 184
T15 Gesamtspektrum der elektromagnetischen Wellen ... 185
T16 Elektrochemische Äquivalente ... 186
T17 Spezifischer elektrischer Widerstand, elektrischer Leitwert ... 186
T18 Spezifischer elektrischer Widerstand von Isolierstoffen ... 187
T19 Elektrochemische Spannungsreihe ... 187
T20 Permittivitätszahlen von Isolierstoffen ... 187
T21 Permeabilitätszahlen ... 188
T22 Strombelastbarkeit ... 188
T23 Wellenlänge der K_α-Linie ... 189
T24 Schwächungskoeffizienten ... 189
T25 Halbwertsdickenn ... 189
T26 Elektronenaustrittsarbeit ... 189
T27 Wichtige Nuklide ... 190
T28 Periodensystem der Elemente ... 192
T29 Naturkonstanten ... 193

Sachwortverzeichnis ... 194
Griechisches Alphabet ... 202

DIN-Normen und Auszüge aus solchen sind wiedergegeben mit Erlaubnis des **DIN** Deutsches Institut für Normung e.V. Maßgebend für das Anwenden der Norm ist deren Fassung mit dem neuesten Ausgabedatum, die bei der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, erhältlich ist.

© Falko Wieneke

A Mechanik der festen Körper

A1 Aufgaben und Methoden der Physik

Klassische Physik → Keine Allgemeingültigkeit in interstellaren und in atomaren Bereichen **(⟶G1 … G4)**.

Moderne Physik → Atom- und Quantenphysik **(⟶G1 … G4)**.
Grenzgeschwindigkeit = Lichtgeschwindigkeit **(⟶E2)**

Teilgebiet	Entwicklungszeitraum
Mechanik der festen Körper	seit Altertum, 16. Jahrhundert
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase	seit Altertum, 17. Jahrhundert
Optik	seit Altertum, 17. Jahrhundert
Akustik	seit Altertum, 18. Jahrhundert
Wärmelehre	19. und 20. Jahrhundert
Schwingungs- und Wellenlehre	19. und 20. Jahrhundert
Elektrizitätslehre	19. und 20. Jahrhundert
Atom- und Kernphysik	20. Jahrhundert

Arbeitsweisen in der Physik
Experiment (Versuch)
Induktion Schluss von n auf $(n+1)$
Deduktion Theoretischer Weg, ausgehend von bestehenden zu neuen Gesetzen bzw. Theorien.

A2 Physikalische Größen und ihre Einheiten

Bestandteile und Eigenschaften einer physikalischen Größe (⟶T1)

Eine **physikalische Größe** besteht aus dem **Produkt eines Zahlenwertes mit einer Einheit**.

Größe und Einheit verhalten sich invariant.

Beispiele: 1 500 m = 1,5 km; 1 bar = 1 000 mbar

SI-Einheitensystem

Grundlage sind die **Basisgrößen** mit den zugehörigen **Basiseinheiten** (nebenstehende Tabelle).

Alle **abgeleiteten Größen** lassen sich auf die sieben Basisgrößen zurückführen.

Beispiel: Geschwindigkeit $= \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ **(⟶A6)**

$v = \frac{s}{t} \rightarrow [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ z. B.: $5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Die **Definition der Basiseinheiten** erfolgt durch die **Einheitennormale**. **(⟶T7)**

Basisgröße	Basiseinheit	Kurzzeichen
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	Kelvin	K
Lichtstärke	Candela	cd
Stoffmenge	Mol	mol

A3 Die Körper

Aggregatzustand (Zustandsform)			Eigenschaften
Festkörper	→	fest	**Große Kohäsionskräfte** und **Festigkeit**, definierte Form.
Fluide	**Flüssigkeit** →	flüssig	**Kleine Kohäsionskräfte**, nehmen Gefäßform an.
	Gas, **Dampf** →	gasförmig	**Sehr kleine Kohäsionskräfte**, i. d. R. Verteilung im ganzen zur Verfügung stehenden Raum, oft auch als **Fluidgemische**.

A

A4 Messungen an Körpern und Körpersystemen

Messen und Messwert

Messen → Vergleichen einer **Größe** mit einer **Einheit (⟶A2, T1, T7)**

Messwert → Produkt aus Zahlenwert und Einheit (z. B.: 7,5 kg)

Dezimale Teile und dezimale Vielfache von Einheiten

Bei sehr großen oder sehr kleinen Messwerten: **Zehnerpotenzen** oder gemäß folgender Tabelle:

Vorsilbe	Abkürzung	Vielfaches der Einheit	Beispiel					
Tera-	T	10^{12}	TW	=	Terawatt	=	10^{12}	W
Giga-	G	10^{9}	Gm	=	Gigameter	=	10^{9}	m
Mega-	M	10^{6}	MJ	=	Megajoule	=	10^{6}	J
Kilo-	k	10^{3}	km	=	Kilometer	=	10^{3}	m
Hekto-	h	10^{2}	hl	=	Hektoliter	=	10^{2}	l
Deka-	da	10^{1}	daN	=	Dekanewton	=	10	N
Dezi-	d	10^{-1}	dm	=	Dezimeter	=	10^{-1}	m
Zenti-	c	10^{-2}	cl	=	Zentiliter	=	10^{-2}	l
Milli-	m	10^{-3}	mV	=	Millivolt	=	10^{-3}	V
Mikro-	µ	10^{-6}	µm	=	Mikrometer	=	10^{-6}	m
Nano-	n	10^{-9}	ns	=	Nanosekunde	=	10^{-9}	s
Pico-	p	10^{-12}	pF	=	Picofarad	=	10^{-12}	F
Femto-	f	10^{-15}	fm	=	Femtometer	=	10^{-15}	m

Grundlegende mechanische Größen (⟶T1)

Messgröße	gebräuchliche SI-Einheiten und SI-fremde Einheiten	Hinweise, wichtige Zusammenhänge
Länge	µm, mm, cm, dm, km sm = **Seemeile** in = **inch** = **Zoll**	1 m = 10^6 µm, 1 km = 1 000 m 1 sm = 1 852 m = 1,852 km 1 Zoll = 1″ = 1 inch = 1 in = 25,4 mm
Fläche	mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2 **Ar** (a), **Hektar** (ha)	1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2 1 km^2 = 1 000 000 m^2 1 a = 100 m^2, 1 ha = 100 a = 10 000 m^2
Volumen	mm^3, cm^3, dm^3, m^3, km^3 **Liter** (l)	1 l = 10^{-3} m^3 = 1 dm^3 = 10^3 cm^3
Zeit	**Tag** (d), **Stunde** (h), **Minute** (min), **Sekunde** (s)	1 d = 24 h = 1 440 min = 86 400 s 1 h = 60 min = 3 600 s 1 min = 60 s
Winkel	**Grad** (°), **Minute** (′), **Sekunde** (″) **Radiant** (rad)	1° = 60′ = 3 600″, 1 rad ≈ 57,3°

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha° \quad (1)$$

Winkel im Bogenmaß

$$\alpha° = \frac{180°}{\pi} \cdot \widehat{\alpha} = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{b}{r} \quad (2)$$

Winkel im Gradmaß

$$b = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha° \cdot r \quad (3)$$

Bogenlänge

$\alpha°$	Winkel in Gradmaß	°, ′, ″
$\widehat{\alpha}$	Winkel im Bogenmaß	rad
b	Bogenlänge des Kreisausschnittes	m, mm
r	Radius des Kreises	m, mm

Masse	**Kilogramm** (kg), **Tonne** (t) **(⟶A10)** **atomare Masseneinheit** u **(⟶C4, G2)** **metrisches Karat** (Kt)	1 t = 10^3 kg = 1 Mg; 1 kg = 1 000 g 1 Kt = 0,2 g 1 u = 1,6605655 · 10^{-27} kg

$\varrho = \frac{m}{V}$ (1) **Dichte**

ϱ	Dichte	kg/m^3
m	Masse (⟶A10)	kg
V	Volumen	m^3

A5 Die Teilgebiete der Mechanik

Statik → Lehre vom **Kräftegleichgewicht** an ruhenden Körpern (⟶**A12**).

Kinematik → Lehre von den Bewegungen ohne Beachtung der wirkenden **Kräfte**.

Kinetik → Einfluss der die Bewegung verursachenden Kräfte wird berücksichtigt.

Dynamik → Wie Kinetik. Außerdem werden die Beziehungen zwischen den **Beschleunigungen** und den sie verursachenden **Kräften** einbezogen.

Bewegungskriterien

Zeitliche Kriterien → **Bewegungszustand** → Beispiele: Geschwindigkeit ist konstant, Körper wird beschleunigt.

Räumliche Kriterien → **Bewegungsbahn** → Beispiele: Bewegungsrichtung ist konstant, Körper ändert seine Bewegungsrichtung (z. B. Flugbahn einer Rakete).

Freiheitsgrade eines Festkörpers

Freiheitsgrad = Bewegungsmöglichkeit

R **Rotationsbewegung**, T **Translationsbewegung**

3 Freiheitsgrade in der Ebene (2 x T, 1 x R)
6 Freiheitsgrade im Raum (3 x T, 3 x R)

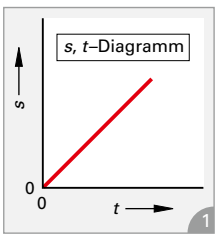
A6 Gleichförmige geradlinige Bewegung

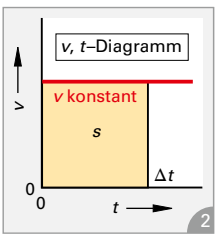
Bei einer **gleichförmigen geradlinigen Bewegung** bewegt sich ein Körper mit **konstanter Geschwindigkeit** v auf geradliniger Bahn.

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (2) **Geschwindigkeit** in $\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$, ...

$v = \frac{s}{t}$ (3) $s = v \cdot t$ (4) $t = \frac{s}{v}$ (5) $1\,\frac{m}{s} = 3{,}6\,\frac{km}{h}$ (6)

Im ***v,t*-Diagramm** (⟶Bild 2) stellt sich der Weg s als Rechteckfläche dar.





v	Geschwindigkeit	m/s
$\Delta s = s$	zurückgelegter Weg (Strecke)	m
$\Delta t = t$	Zeitspanne	s

A7 Ungleichförmige geradlinige Bewegung

Merkmale einer ungleichförmigen Bewegung

Bei einer **ungleichförmigen Bewegung** ändert sich die Geschwindigkeit, der Körper wird beschleunigt oder verzögert.

a	Beschleunigung (Verzögerung)	m/s^2
Δv	Geschwindigkeitsänderung	m/s
Δt	Zeitspanne	s

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (7) **Beschleunigung**

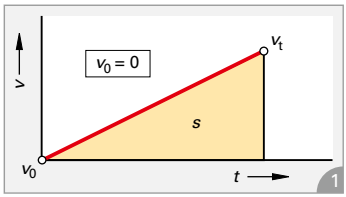
a positiv: **Beschleunigung** → Geschwindigkeitszunahme
a negativ: **Verzögerung** → Geschwindigkeitsabnahme

a = konstant → **gleichmäßig beschleunigte bzw. gleichmäßig verzögerte Bewegung**

a = variabel → **ungleichmäßig beschleunigte bzw. ungleichmäßig verzögerte Bewegung**

A

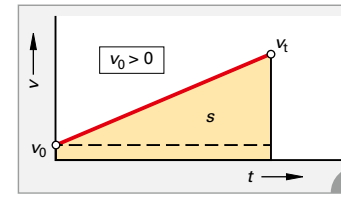
Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung mit $v_0 = 0$ und $v_0 > 0$



v,t-Diagramme

a = konst. und positiv

$t = \Delta t$ (1)



a	Beschleunigung	m/s^2
s	Weg	m
t	Zeit	s
v	Geschwindigkeit	m/s

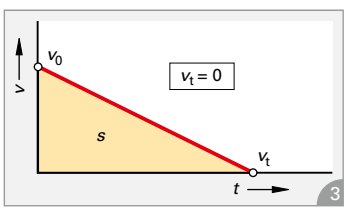
v_0 = Anfangsgeschwindigkeit

v_t = Endgeschwindigkeit

Anfangsgeschwindigkeit	$v_0 = 0$	$v_0 > 0$	m/s
Beschleunigung a	$a = \frac{v_t}{t}$ (2)	$a = \frac{v_t - v_0}{t}$ (3)	m/s^2
	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ (4)	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2} - \frac{2 \cdot v_0}{t}$ (5)	m/s^2
	$a = \frac{v_t^2}{2 \cdot s}$ (6)	$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot s}$ (7)	m/s^2
Endgeschwindigkeit v_t	$v_t = a \cdot t$ (8)	$v_t = v_0 + a \cdot t$ (9)	m/s
	$v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ (10)	$v_t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s + v_0^2}$ (11)	m/s
	$v_t = \frac{2 \cdot s}{t}$ (12)	$v_t = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0$ (13)	m/s
Weg s	$s = \frac{v_t}{2} \cdot t$ (14)	$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ (15)	m
	$s = \frac{v_t^2}{2 \cdot a}$ (16)	$s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$ (17)	m
	$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ (18)	$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ (19)	m
Zeit t (Zeitspanne Δt)	$t = \frac{v_t}{a}$ (20)	$t = \frac{v_t - v_0}{a}$ (21)	s
	$t = \frac{2 \cdot s}{v_t}$ (22)	$t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ (23)	s
	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ (24)	$t = \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot s + v_0^2} - v_0}{a}$ (25)	s

Gleichmäßig verzögerte geradlinige Bewegung mit $v_t = 0$ und $v_t > 0$

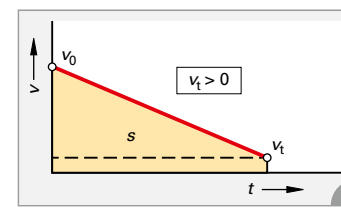
Formeln auf Seite 13



v,t-Diagramme

a = konst. und negativ

$t = \Delta t$ (26)



Endgeschwindigkeit	$v_t = 0$	$v_t > 0$	m/s
Verzögerung a (Bei diesen Gleichungen ist der Betrag von a, d. h. $\lvert a \rvert$ einzusetzen)	$a = \frac{v_0}{t}$ (1)	$a = \frac{v_0 - v_t}{t}$ (2)	m/s²
	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ (3)	$a = \frac{2 \cdot v_0}{t} - \frac{2 \cdot s}{t^2}$ (4)	m/s²
	$a = \frac{v_0^2}{2 \cdot s}$ (5)	$a = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot s}$ (6)	m/s²
Anfangsgeschwindigkeit v_0	$v_0 = a \cdot t$ (7)	$v_0 = v_t + a \cdot t$ (8)	m/s
	$v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ (9)	$v_0 = \sqrt{v_t^2 + 2 \cdot a \cdot s}$ (10)	m/s
	$v_0 = \frac{2 \cdot s}{t}$ (11)	$v_0 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_t$ (12)	m/s
Weg s	$s = \frac{v_0}{2} \cdot t$ (13)	$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$ (14)	m
	$s = \frac{v_0^2}{2 \cdot a}$ (15)	$s = \frac{v_0^2 - v_t^2}{2 \cdot a}$ (16)	m
	$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ (17)	$s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$ (18)	m
Zeit t (Zeitspanne Δt)	$t = \frac{v_0}{a}$ (19)	$t = \frac{v_0 - v_t}{a}$ (20)	s
	$t = \frac{2 \cdot s}{v_0}$ (21)	$t = \frac{2 \cdot s}{v_0 + v_t}$ (22)	s

Freier Fall und senkrechter Wurf nach oben (⟶A9, A10, A18)

Freier Fall → gleichmäßige Beschleunigung

Senkrechter Wurf nach oben → gleichmäßige Verzögerung

$s \triangleq h$ Fallhöhe bzw. Steighöhe
$a \triangleq g$ **Fallbeschleunigung (⟶A10)**

g_n **Normfallbeschleunigung** $g_n = 9{,}80665\ \text{m/s}^2$

Die **Fallgesetze** gelten streng genommen nur im **Vakuum**.

$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (25) **Fallhöhe**

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ (26) **Fallzeit = Steigzeit**

$v_t = g \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ (27) **Fallgeschwindigkeit**

$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (28) **Wurfhöhe zur Zeit *t***

$h_{max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$ (29) **Gipfelhöhe, Steighöhe**

$g_h = g \cdot \left(\frac{r}{r + h'}\right)^2$ (30) **Fallbeschleunigung in der Höhe *h'***

$g_{max} \approx$ **9,83 m/s²** an den Erdpolen
$g_{min} \approx$ **9,78 m/s²** am Äquator
Durchschnittswert: $g \approx 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

h	Fallhöhe, Steighöhe	m
t	Fallzeit, Steigzeit	s
v_t	Geschwindigkeit zur Zeit t	m/s
v_0	Abwurfgeschwindigkeit	m/s
h'	Höhe über der Erdoberfläche	m
r	**mittlerer Erdradius** ($6{,}378 \cdot 10^6$ m)	m

Himmelskörper	Fallbeschleunigung in m/s²
Sonne	275
Mond	1,62
Merkur	3,6
Venus	8,3
Erde	9,81
Mars	3,6
Jupiter	24
Saturn	10
Uranus	8
Neptun	11
Pluto	0,2 (?)

A

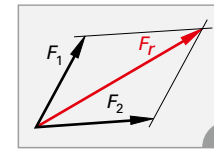
A8 Zusammensetzen von Geschwindigkeiten

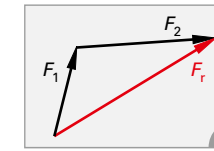
Skalare und Vektoren

Skalar → **ungerichtete physikalische Größe**, z. B.: Temperatur, Volumen, Zeit, Energie …

Vektor → **gerichtete physikalische Größe**, z. B.: Kraft, elektrischer Strom, Geschwindigkeit …

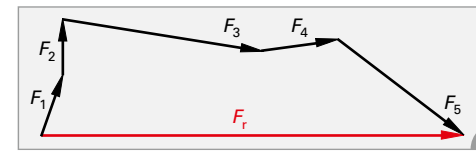
Vektoren werden addiert, indem man sie unter Beachtung ihrer **Größe** und **Richtung** aneinanderreiht. **Summenvektor** bzw. **Resultierende:** Strecke zwischen dem Anfangspunkt des ersten Vektors und dem Endpunkt des letzten Vektors.





Bei zwei Vektoren: Parallelogrammkonstruktion (⟶Bild 1), z. B. **Kräfteparallelogramm** oder mit einer Dreieckskonstruktion (⟶Bild 2), z. B.: **Geschwindigkeitsdreieck** oder **Kräftedreieck**.

Bei mehr als zwei Vektoren: **Vektorvieleck** bzw. **Vektorpolygon** (⟶Bild 3), z. B. **Kräftepolygon** bzw. **Krafteck**.



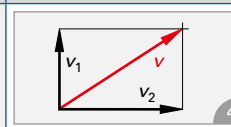
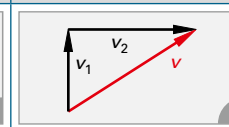
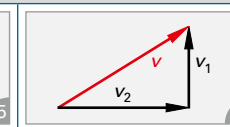
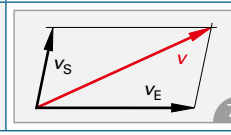
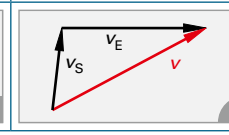
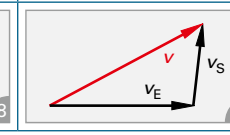
Rechnerische Lösung (⟶A12)

Weitergehende Lehrinhalte: **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik** (Europa-Nr. 52212)

Geschwindigkeit als Vektor

Rechnerische Lösung (⟶A12)

Die **Geschwindigkeit** ist eine **vektorielle Größe**. Die Ermittlung der **Gesamtgeschwindigkeit = resultierende Geschwindigkeit** erfolgt entsprechend der **Addition von Kräften**, d. h. durch eine vektorielle Addition.

Beispiel für Einzelgeschwindigkeiten	Geschwindigkeitsparallelogramm	Mögliche Geschwindigkeitsdreiecke	
Laufkran mit Laufkatze			
Flugzeug mit Seitenwind			

A9 Freie Bewegungsbahnen

Der Grundsatz der Unabhängigkeit

Unabhängig davon, ob ein Körper mehrere **Einzelbewegungen** gleichzeitig oder zeitlich nacheinander ausführt, gelangt er immer an den gleichen Ort.

Die kürzeste Zeit zur Realisierung der **Ortsveränderung** eines Körpers ergibt sich, wenn alle Einzelbewegungen gleichzeitig ablaufen.

Erzwungene Bewegungsbahnen → z. B.: Schwenken einer Tür, rollen der Eisenbahn auf Schienen, Mutter auf Schraube, Führungen …

Freie Bewegungsbahnen → z. B.: Freier Fall, senkrechter Wurf **(⟶A7)**, schiefer Wurf, waagerechter Wurf …

Der schiefe Wurf (⟶Bild 1) (⟶A6, A7)

$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ (1) **Geschwindigkeit in *x*-Richtung**

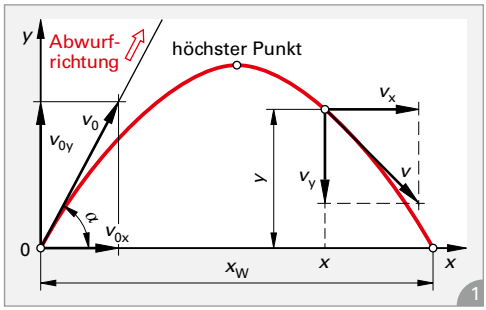
$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$ (2) **Geschwindigkeit in *y*-Richtung**

$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ (3) **Weg in *x*-Richtung**

$y = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ (4) **Weg in *y*-Richtung**

$t_w = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ (5) **Wurfzeit**

$x_w = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$ (6) **Wurfweite**



α	Abwurfwinkel	Grad
v_0	Abwurfgeschwindigkeit	m/s
g	Fallbeschleunigung (⟶A7)	m/s²
t	Zeit (Δt)	s

Beim **schiefen Wurf** wird die größte Wurfweite $x_{w\,max}$ bei einem **Abwurfwinkel** von α **= 45°** – wegen $\sin 2\alpha = \sin 90° = 1$ – erreicht.

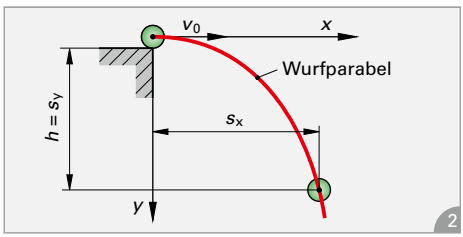
Der **schiefe Wurf (schräger Wurf)** setzt sich in jedem Augenblick aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung (*x*-Richtung) und einer senkrechten beschleunigten Bewegung (*y*-Richtung) zusammen.

Der waagerechte Wurf (⟶Bild 2) (⟶A6, A7)

$s_y = h = \frac{g}{2} \cdot \frac{s_x^2}{v_0^2}$ (7) **Weg in *y*-Richtung** (Fallhöhe)

$s_x = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ (8) **Weg in *x*-Richtung** (Wurfweite)

$v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ (9) **Geschwindigkeit in *y*-Richtung**



Beim **waagerechten Wurf (horizontaler Wurf)** gelten die Gesetze des schiefen Wurfs, und zwar mit dem Abwurfwinkel $\alpha = 0°$ (*y* positiv nach unten).

A10 Beschleunigende Wirkung einer Kraft

Das erste Newton'sche Axiom bzw. Trägheitsgesetz bzw. Beharrungsgesetz

Der Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung (⟶A6) wird von einem Körper so lange beibehalten, wie keine äußere Kraft auf ihn wirkt.

Das zweite Newton'sche Axiom bzw. Dynamisches Grundgesetz

$F = m \cdot a$ (10) **Massenträgheitskraft**

$F_G = m \cdot g$ (11) **Gewichtskraft**

F	Kraft	N
m	Masse	kg
a	Beschleunigung } (⟶A7)	m/s²
g	Fallbeschleunigung } (⟶A7)	m/s²

Die Krafteinheit

$[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\textbf{kgm}}{\textbf{s}^2}$

$1\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 1 \text{ Newton} = 1 \text{ N}$ (12)

Ein **Newton** ist gleich der Kraft, die einem Körper mit der Masse $m = 1$ kg die Beschleunigung $a = 1$ m/s² erteilt.

1 daN	= 1 Dekanewton = 10 N	je nach Größenordnung der Kraft
1 kN	= 1 Kilonewton = 10^3 N	
1 MN	= 1 Meganewton = 10^6 N	

A

Das dritte Newton'sche Axiom bzw. Wechselwirkungsgesetz

Wirkende Kraft = zurückwirkende Kraft bzw. Aktionskraft = Reaktionskraft (actio = reactio) 1

A11 Verformende Wirkung einer Kraft

Hooke'sches Gesetz

Nur im **elastischen Verformungsbereich** gültig.

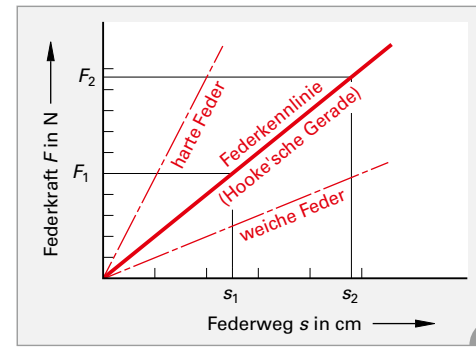
$F = c \cdot s$ 2 **Hooke'sches Gesetz**

$c = \frac{F}{s}$ 3 **Federkonstante (⟶A18)**

Die **Federkonstante** wird auch als **Federrate** oder **Federsteifigkeit** bezeichnet. Sie gibt an, welche Kraft F in N für einen **Federweg** s (Federverlängerung) in mm oder in m erforderlich ist.

$1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}} = 10^3\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$ 4 **(⟶A18) → Federspannarbeit**

Obige Gleichungen gelten nur bei Federn mit **linearer Federkennlinie** (⟶Bild 1), nicht bei progressivem oder degressivem Verhalten.



1

F	Federkraft	N
c	Federkonstante	N/m, N/mm
s	Federweg	m, mm

Deformation kompakter Körper (⟶Bild 2)

$\Delta l = l - l_0$ 5 **Längenänderung**

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ 6 **Dehnung** $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\,\%$ **Dehnung in %**

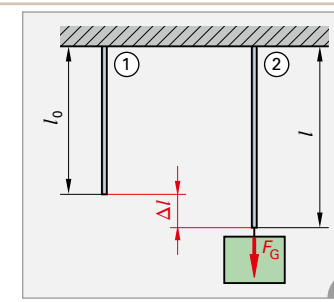
$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma$ 7 **Hooke'sches Gesetz** → $\alpha = \frac{1}{E}$ Somit:

$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\sigma}{E}$ 8 **Hooke'sches Gesetz**

$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma^n$ 9 **Bach-Schüle-Potenzgesetz**

Der **E-Modul** ist stark temperaturabhängig.

$n = 1$: Hooke, z. B. alle Stähle
$n < 1$: z. B. Leder, viele Kunststoffe
$n > 1$: z. B. GG, Cu, Steine, Mörtel



2

Δl	Längenänderung	mm
l_0	Ausgangslänge	mm
l	Endlänge	mm
E	Elastizitätsmodul **(⟶T6)**	N/mm²
σ	Spannung (Zug oder Druck)	N/mm²
n	Exponent (nebenst. Tabelle)	1

Querkontraktion (⟶Bilder 3 + 4)

$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{\Delta s}{s_0}$ 10 **Querkontraktion**

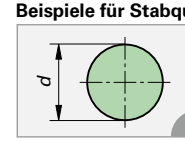
$\varepsilon_q = \mu \cdot \varepsilon = \mu \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$ 11 **Querkontraktion,** auch **Querdehnung, Querkürzung**

$\mu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon}$ 12 **Poisson'sche Zahl**

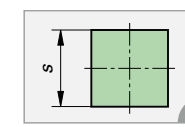
Bei Stahl und beinahe allen Metallen ist

$\mu \approx 0{,}3$ → **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik**

Beispiele für Stabquerschnitte:



3

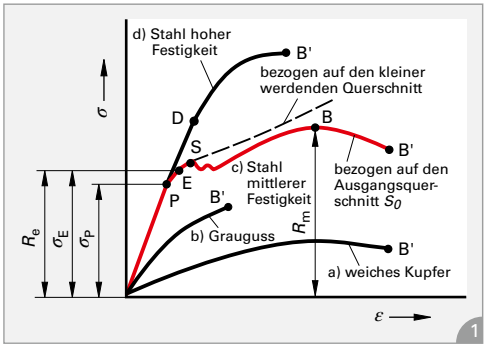


4

d	Enddurchmesser	mm
d_0	Ausgangsdurchmesser	mm
s	Endkantenlänge	mm
s_0	Ausgangskantenlänge	mm
ε	Dehnung	1
l	Endlänge	mm
l_0	Ausgangslänge	mm

Spannungs-, Dehnungs-Diagramm für Zug (⟶Bild 1) und Belastungsgrenzen

Punkt im σ, ε-Diagramm	Grenzspannung in N/mm²
P → Proportionalitätsgrenze	σ_P
E → Elastizitätsgrenze	σ_E
S → Streckgrenze oder Fließgrenze	R_e
B → Zugfestigkeit	R_m
D → 0,2%-Dehngrenze	$R_{P\,0,2}$



Außer durch **Zug** sind Verformungen bei **Druck**, **Scherung**, **Flächenpressung**, **Biegung**, **Torsion** und **Knickung** möglich.

→ **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik**

A12 Die Kraft als Vektor

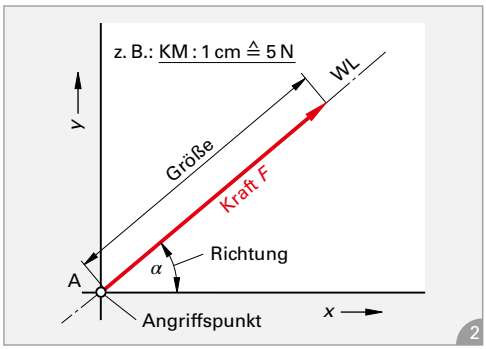
Merkmale einer Kraft (⟶Bild 2)

Größe → Dies ist der **Betrag der Kraft**, der in Verbindung mit einem **Kräftemaßstab (KM)** bestimmt wird.

Richtung → Diese entspricht der Richtung der **Wirkungslinie (WL)**. Sie ist durch einen Winkel α gegenüber der x-Achse festgelegt.

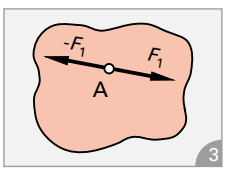
Angriffspunkt → Ort, an dem die Kraft F am Körper angreift.

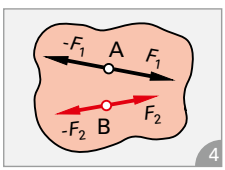
Sinn → **Zugkraft** oder **Druckkraft**. Festlegung mittels **Vorzeichen**.



Erweiterungssatz

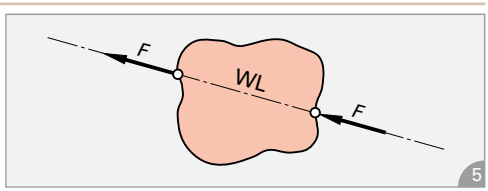
Bei einem **Kräftesystem** (⟶Bild 3) dürfen Kräfte hinzugefügt oder weggenommen werden, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind und auf derselben WL liegen (⟶Bild 4).





Längsverschiebungssatz

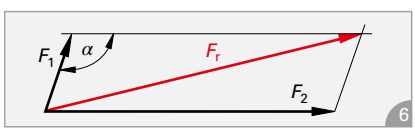
Eine Kraft darf auf ihrer WL verschoben werden (⟶Bild 5). Dadurch ändert sich ihre Wirkung auf den Körper nicht.



Zusammensetzen von Einzelkräften im zentralen Kräftesystem (⟶Bild 6)

Zeichnerische Lösung **(⟶A8)**

Allgemeines Kräftesystem → **Formel- und Tabellensammlung Technische Mechanik**



A

Zwei Kräfte im zentralen Kräftesystem (⟶Bild 6, Seite 17)

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha} \quad (1)$$

Größe von F_r

F_r ist die **resultierende Kraft**, kurz: **Resultierende (Ersatzkraft)**.

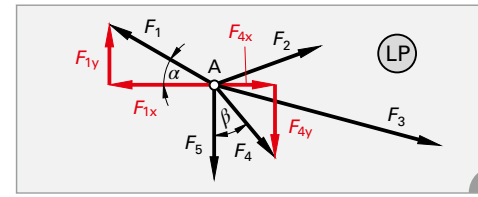
Beliebig viele Kräfte im zentralen Kräftesystem (⟶Bilder 1 und 2)

Gemäß dem **Lageplan** (LP) (⟶Bild 1) alle **Horizontalkomponenten** (F_{1x}, F_{2x} ...) und alle **Vertikalkomponenten** (F_{1y}, F_{2y} ...) ermitteln, und zwar unter Beachtung der **Vorzeichen**.

Unverbindlicher Vorschlag zur **Vorzeichenwahl**:

← ↓ Nach links und nach unten gerichtete Kräfte: minus (–)
→ ↑ Nach rechts und nach oben gerichtete Kräfte: plus (+)

z. B. (Bild 1): $F_{1x} = -F_1 \cdot \cos\alpha$; $F_{1y} = +F_1 \cdot \sin\alpha$

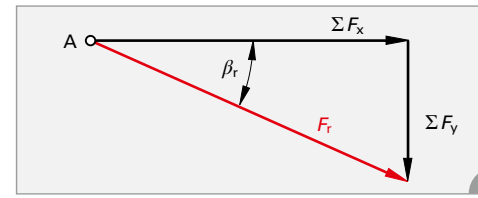


$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots \quad (2)$$

Summe der Horizontalkomponenten

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots \quad (3)$$

Summe der Vertikalkomponenten



$$F_r = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad (4)$$

Größe von F_r

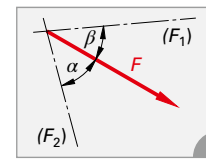
Bei **Kräften auf derselben Wirkungslinie: $F_r = \Sigma F$**

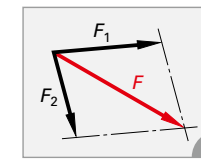
$$\tan\beta_r = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \quad (5)$$

Richtung von F_r (mit den Bezeichnungen der Bilder 1 und 2)

Zerlegung von Einzelkräften in Kraftkomponenten

Die **Richtungen beider Komponenten sind bekannt** (⟶Bild 3). Lösung entsprechend Bild 4. Sonderfall: Die Komponenten sind horizontal und vertikal gerichtet (⟶Bild 5).



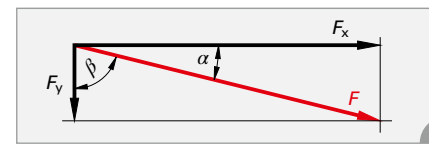


$$F_x = F \cdot \cos\alpha = F \cdot \sin\beta \quad (6)$$

Horizontalkomponente

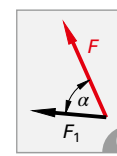
$$F_y = F \cdot \sin\alpha = F \cdot \cos\beta \quad (7)$$

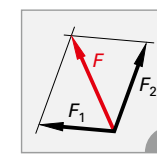
Vertikalkomponente

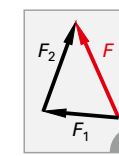


Werden nur die Wirkungslinien der Kräfte gezeichnet (⟶Bild 3), setzt man die Kraftbezeichnungen in runde Klammern.

Größe und Richtung einer Kraftkomponente ist bekannt (⟶Bild 6). Lösung mit **Kräfteparallelogramm** (⟶Bild 7) oder mit **Kräftedreieck** (⟶Bild 8).





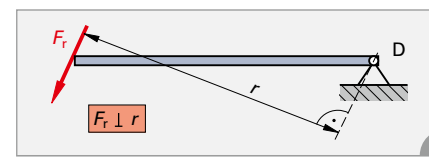


Die zu zerlegende Kraft F ist im Kräfteparallelogramm die Diagonale.

A13 Das Kraftmoment und seine Wirkungen

Das Kraftmoment als physikalische Größe

DIN 1304: Das **Kraftmoment** M ist gleich dem Produkt aus der Kraft F und dem senkrechten Abstand ihrer Wirkungslinie r zu einem bestimmten Punkt, dem Drehpunkt D (⟶Bild 9).



$M_d = F_r \cdot r$ (1) **Kraftmoment** bzw. **Drehmoment**

Geht die Wirkungslinie WL von F_r nicht durch den Drehpunkt D eines Drehkörpers, dann erzeugt F_r ein Kraftmoment (Drehmoment).

M_d	Kraftmoment (Drehmoment)	Nm
F_r	Resultierende (oder Einzelkraft)	N
r	Hebelarm senkrecht zur Kraft	m

Einheit des Drehmomentes: Newtonmeter

Drehsinn und Vorzeichen von M_d (⟶Bilder 1 und 2)

positives Drehmoment → → ⊕ → **Linksdrehsinn** (entgegen dem Uhrzeigersinn)

negatives Drehmoment → → ⊖ → **Rechtsdrehsinn** (im Uhrzeigersinn)

Resultierendes Drehmoment und Wirkung von Schrägkräften

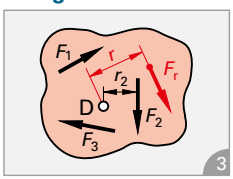
Das **Gesamtdrehmoment = resultierendes Drehmoment** M_{dr} entspricht der Summe der Einzeldrehmomente (⟶Bild 3).

Vorzeichenregel beachten! Somit:

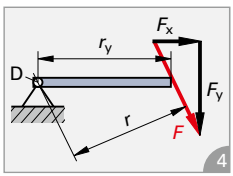
$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \ldots$ (2) **resultierendes Drehmoment**

Bei **Schrägkräften** (⟶Bild 4) ist der im rechten Winkel zur Kraft F gerichtete Hebelarm in die Rechnung einzusetzen.

$M_d = F \cdot r = F_y \cdot r_y$ (3) **Drehmoment bei Schrägkräften** (⟶Bild 4)



3



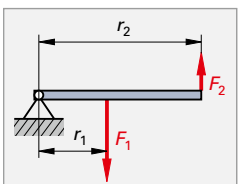
4

M_{dr}	resultierendes Drehmoment	Nm
F_r	Resultierende	N
r	senkrechter Hebelarm von F_r	m
F_1, F_2	Einzelkräfte	N
F_y	senkrechte Komponente von F	N
r_y	senkrechter Hebelarm von F_y	m

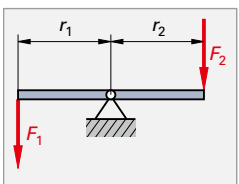
Hebelarten und Hebelgesetz

Einseitiger (einarmiger) Hebel → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt an einem Ende

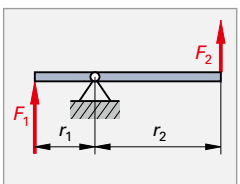
Zweiseitiger (zweiarmiger) Hebel → der stabförmige Hebel hat seinen Drehpunkt zwischen seinen beiden Enden



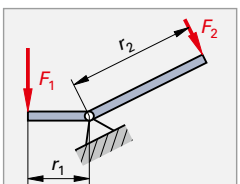
einseitiger Hebel 5



zweiseitig gleicharmiger Hebel 6



zweiseitig ungleicharmiger Hebel 7



Winkelhebel 8

Unabhängig von der **Hebelart** werden die **Hebelarme** vom Angriffspunkt der Kraft bis zum Drehpunkt, d. h. bis zum Hebellager, gemessen ($F \perp r$).

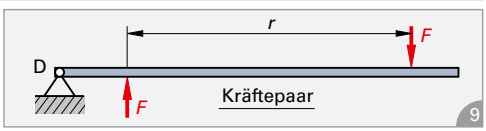
$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$ (4) **Hebelgesetz**

$\Sigma M_d = 0$ (5) **Momentengleichgewicht**

F_1, F_2	Kräfte	N
r_1, r_2	Hebelarme	m

Kräftepaar und Parallelverschiebungssatz

Zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete und parallele Kräfte (Abstand r, Bild 9) heißen **Kräftepaar**.



9

A

$M_d = F \cdot r$ (1) **Moment des Kräftepaares** ⟶

Der Abstand des Kräftepaares vom Drehpunkt beeinflusst nicht das vom Kräftepaar erzeugte Drehmoment M_d.

Daraus folgt der **Parallelverschiebungssatz**:

Verschiebt man eine Kraft F um das Maß r auf eine zu ihr parallele WL, so wird mit einem entgegenwirkenden Kraftmoment $F \cdot r$ **Momentengleichgewicht** erreicht.

Rechnerische Ermittlung von F_r mit Hilfe des Momentensatzes

$$M_{dr} = F_r \cdot r = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \ldots \quad (2)$$

Momentensatz bzw. **resultierendes Drehmoment**

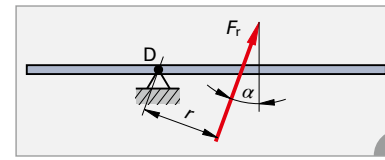
$$r = \frac{M_{dr}}{F_r} = \frac{\Sigma M_d}{F_r} = \frac{F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + \ldots}{F_r} \quad (3)$$

Lage von F_r (⟶Bild 1)

$$F_r = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad (4)$$

$$\tan \alpha = \frac{\Sigma F_x}{\Sigma F_y} \quad (5)$$

Größe und **Richtung von F_r**



1

Auflagerkräfte beim Träger auf zwei Stützen (⟶Bild 2)

$$\Sigma M_{d\,(A)} = 0 \quad (6)$$

$$\Sigma M_{d\,(B)} = 0 \quad (7)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad (8)$$

→

$$F_{Ay} = \frac{\Sigma(F_y \cdot b)}{l} \quad (9)$$

$$F_B = \frac{\Sigma(F_y \cdot a)}{l} \quad (10)$$

→ Kontrolle:

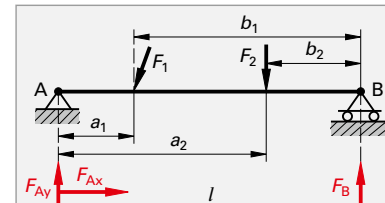
$$F_{Ay} + F_B = \Sigma F_y \quad (11)$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad (12)$$

→

$$F_{Ax} = -\Sigma F_x \quad (13)$$

Vorzeichenregel beachten.



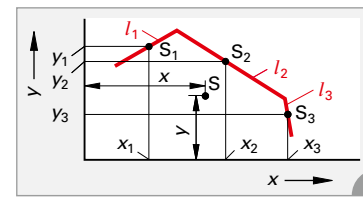
2

Bestimmung von Schwerpunkten mittels Momentensatz

Linienschwerpunkte (⟶Bild 3)

Der **Momentensatz** kann im erweiterten Sinn zur Anwendung kommen. Statt mit Kraftmomenten wird mit **Liniemomenten** gearbeitet.

Linienmoment: Produkt aus Linienlänge und dem Abstand ihres Schwerpunktes zu einem Drehpunkt oder einer Drehachse (⟶Bild 3).



3

l_1, l_2	Linienlängen	m
x_1, y_1; x_2, y_2	Schwerpunktabstände	m

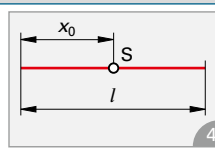
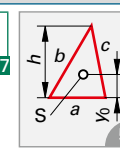
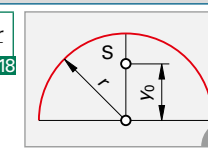
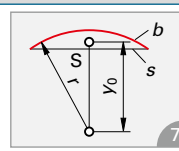
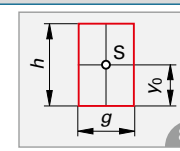
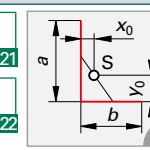
$$x = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \ldots}{l_1 + l_2 + \ldots} \quad (14)$$

***x*-Komponente**

$$y = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \ldots}{l_1 + l_2 + \ldots} \quad (15)$$

***y*-Komponente**

Bei gekrümmten Linienzügen teilt man diese in viele kurze gerade Stücke ein und kommt so mit dem Momentensatz zu einer Näherungslösung.

gerader Linienzug	Umfang eines Dreiecks	Halbkreisbogen
$x_0 = \frac{l}{2}$ (16)	$y_0 = \frac{h \cdot (b + c)}{2 \cdot (a + b + c)}$ (17)	$y_0 = \frac{2 \cdot r}{\pi}$ (18)
 4	 5	 6
Kreisbogen	**Umfang eines Rechteckes**	**rechter Winkel**
$y_0 = r \cdot \frac{s}{b}$ (19)	$y_0 = \frac{h}{2}$ (20)	$x_0 = \frac{b^2}{2 \cdot (a + b)}$ (21); $y_0 = \frac{a^2}{2 \cdot (a + b)}$ (22)
 7	 8	 9