

G. Löffladt (Hrsg.)

# Mathematik – Logik – Philosophie

Ideen und ihre historischen Wechselwirkungen

Verlag  
Harri  
Deutsch



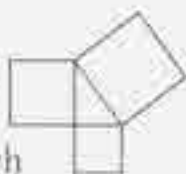
Mathematik – Logik – Philosophie

Günter Löffladt (Hrsg.)

# Mathematik – Logik – Philosophie

Ideen und ihre historischen Wechselwirkungen

Verlag  
Harri  
Deutsch



## Der Herausgeber

Günther Löffelst, Cauchy-Forum-Nürnberg e. V.

## Die Webseite zum Buch

<http://www.harr-deutsch.de/1888.htm>

## Der Verlag

Wissenschaftlicher Verlag Harr|Deutsch|GrüH

GrüHstraße 37

60486 Frankfurt am Main

[verlag@harr-deutsch.de](mailto:verlag@harr-deutsch.de)

[www.harr-deutsch.de](http://www.harr-deutsch.de)

## Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet die Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://dnb.d-nb.de> abrufbar.

**ISBN 978-3-9171-1888-5**

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Drucklego, Mikrolith, oder ein andere Verfahren), auch nicht im Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme veröffentlicht werden.

Zwischenhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hypothesen und Berechnungen sowie für evtl. Druckfehler keine Haftung.

1. Auflage 2012

©Wissenschaftlicher Verlag Harr|Deutsch|GrüH, Frankfurt am Main, 2012

Druck: docupoint GrüH, Magdeburg <[www.docupoint-mb.de](http://www.docupoint-mb.de)>

Printed in Germany

## Inhaltsverzeichnis

GÜNTER LÖFFLADT	
Vorwort	3
KLAUS WUCHERER:	
Grüßwort	7
<b>Wissenschaft im Dialog</b>	<b>11</b>
GÜNTER LÖFFLADT:	
Einführung	11
<b>Wissenschaft als kulturelles Fundament</b>	<b>23</b>
KARL HAHNROCH:	
Denken im Blick auf Leibniz: Das wissenschaftliche Werk von Christian Thiel	23
THOMAS STRÖTTJE:	
The Reader	37
CHRISTIAN THIEL:	
Leibniz, Descartes and the Factors of Analysis	41
<b>Wissenschaft und Erkenntnis</b>	<b>61</b>
RENACIO ANGELELLI:	
Two attempts to understand the consequences numberless	61
MICHAEL BEAUV:	
Über den Sinn und die Bedeutung des Thiel	75
PETER BERNHARD:	
The Remarkable Diagrams of Johann Mooss	83
OSCAR M. ESQUISABEL:	
Lauswert, Representation, symbolische Erkenntnis und lineare Diagramme der Schluss	93
VARICH FELDMAN:	
Dichtung und Wahrheit – zur Geschichte der Arithmetik von Lünner	110
WALTER LEONHARD FISCHER:	
Mathematisches Primat: Historische Rechenschaft im Kulturvergleich - Fundamentale in Mathematikunterricht	141
KLAUS GLASHOFF:	
On Negation in Leibniz' System of Characteristic Numbers	177

GÜNTHER GOHSE	185
Dialogische Logik und mathematischer Unterrichtsdiskurs	
IVAR GRATTAN-GUINNESS	213
How influential was Frege in Russell's work? Cantor?	
HILDEGARDE INHAYES	225
Bild – Legenden	
BARBARA KNOBLOCH	245
Leibniz und sein Meisterwerk zur Infinitesimalgeometrie	
JAVIER LEIBIN	255
Unmögliche Sprache und Grundlagen der Mathematik bei Ernst Schröder	
VERONIC G. LEISLER	271
Euklidensideale, Abkürzungs- und Darstellungsverfahren in der Philosophie des 17. Jahrhunderts	
VALÉRIE PÉCHINACHE	297
Lambert und die blinde Erkenntnis	
ESA PIRKARI	305
Conjunction and Abstraction	
KARL-HEINZ SCHULZE	321
Wie die Algebra sprachlos wurde – Einige Aspekte aus der Auflösungstheorie polynomieller Gleichungen	
PETER ULLSCHNIG	335
Bernhard Bolzano – Theologe, Philosoph und Mathematiker	
<b>Wissenschaft in Anwendung und Visualisierung</b>	<b>367</b>
HELVIG SCHMIDT, KARY TRÜNKER	
Ars inventoria und kreative wissenschaftliche Arbeit: Kreativität und Neue Medien in Theorie und Praxis	367
ERWIK STEIN	
Gottfried Wilhelm Leibniz als Erfinder von Rechenmaschinen, Wind- und Wasserkünsten sowie Förderanrichtungen	377
JÜRGEN GUTTSCHALK	
Bericht eines letzten, noch lebenden Familienanfad der Durchreise in Attila	409
<b>Viten</b>	<b>423</b>

## Vorwort

Zweifellos nimmt der Einfluss von neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen auf die kulturelle Entwicklung immer schneller und fortwährend zu. Bemerkenswert dabei ist dennoch, dass der Dialog zwischen den Natur- und Geisteswissenschaften im Allgemeinen und zwischen Wissenschaft und Öffentlichkeit im Besonderen zunehmend schwieriger wird, sowohl im interdisziplinären Gespräch als auch in der populärwissenschaftlichen Vermittlung. Ebenfalls verliert die Wissenschaftsgeschichte – in beiden Fällen eine, wenn nicht die Brücke für den unverzichtbaren Dialog – an den Universitäten an grundlegender Akzeptanz, sowie in der öffentlichen Wahrnehmung zunehmend an Interesse und Wertschätzung. Die Ursachen für diese Sachverhalte sind vielfältig, aber ein Grund liegt mit Sicherheit in der stürmisch fortschreitenden Forschungsmotivität in fast allen Einzelwissenschaften und der damit verbundenen Informationsfülle. In den damit verbundenen tiefgreifenden Entdeckungen werden Erkenntnisse gewonnen, die nicht oder nur schwer in einem interdisziplinären Zusammenhang darstellbar sind, ganz zu schweigen von öffentlichkeitswirksamer Präsentation. Aber auch das abnehmende historische Bewusstsein in den Fachdisziplinen erschwert die Dialogmöglichkeit. Das betrifft die Natur- und Geisteswissenschaften gleichermaßen, wenn auch mit unterschiedlicher Ausprägung. Damit wird ohne Zweifel auch die Kommunikation zwischen Wissenschaftlern und Lehrenden sowie mit der interessierten, aber nicht fachkundigen Öffentlichkeit komplizierter. Dennoch führt kein Weg vorbei an einer Öffnung und Aufbereitung der wissenschaftlichen Inhalte für eine interessierte Öffentlichkeit, denn diese Informationsweitergabe an die Gesellschaft ist für die weitere kulturelle Entwicklung eines Landes von zwingender Notwendigkeit.

Einen Beitrag in diesem Sinn hat sich der im Jahr 1995 gegründete Förderverein Leibniz-Forum Altdorf-Nürnberg für Mathematik und Philosophie und ihre Beziehungen zu Kultur und Bildung der Gegenwart zur Aufgabe gemacht. Ein Aspekt ist dabei, das Interesse und die Freude an wissenschaftlichen Fragen zu wecken und zu fördern, ein weiteres ist, gleichzeitig die interdisziplinären Verknüpfungen deutlich zu machen. In Referaten, Diskussionen und Fachausstellungen wird der Dialog mit der Öffentlichkeit gesucht. Alle drei Jahre wird im Rahmen einer mehrtägigen internationalen Fachveranstaltung, dem „Leibniz-Forum“, die Möglichkeit gegeben, unter einem Leitthema

umfassenden Gedankenaustausch zu pflegen, so stand das 4. Internationale Leibniz-Forum im Jahr 2005 in Altdorf unter dem Thema „Mathematik – Logik – Philosophie, Ideen und ihre historischen Wechselwirkungen“. Eingebettet in diese Fachveranstaltung waren die Verleihung des „Altdorfer Leibniz-Preises“ sowie das „Christian-Thiel-Kolloquium“. Letzteres war eine Fachtagung zu Ehren des renommierten Philosophen und Logikers Professor Dr. Christian Thiel. Außerdem waren eine Lehrerfortbildung und mehrere Veranstaltungen für die allgemeine Öffentlichkeit sowie zwei Fachausstellungen, die den Universalgelehrten und den Menschen Gottfried Wilhelm Leibniz zum Thema hatten, integriert.

Die Gesamtkonzeption wurde, wie bei den früheren internationalen Fachveranstaltungen des Leibniz-Forums auch, durch den wissenschaftlichen Verein „Caphy-Forum-Nürnberg e. V. – Interdisziplinäres Forum für Mathematik und ihre Grenzgebiete“ erstellt.

Eröffnet wurde dieses 4. Leibniz-Forum durch ein Referat vom Präsidenten der Bayerischen Akademie der Wissenschaften Herrn Professor Dr. rer. nat., Dr. h. c. mult. Heinrich Nöth. Bereits in diesem Festreferat mit dem Thema „Der Spagat zwischen Geistes- und Naturwissenschaften – lässt er sich bewältigen?“ wurde das brisante Spannungsfeld deutlich.

In weiteren 22 Referaten wurde in den folgenden Tagen der Bogen zwischen Logik, Mathematik und Philosophie gespannt. Die historischen Entwicklungen und die vielfältigen Wechselwirkungen kamen dabei ebenso zum Zug wie die gegenwärtige Diskussion und die Perspektiven für die Zukunft. Aus diesem Grunde ist es mir eine besondere Freude, diese Vielfalt der aufgezeigten Ideen, Gedanken und Worte in Form dieser Publikation dokumentieren zu können. Ich danke deshalb allen Autorinnen und Autoren, die mit ihren Beiträgen diesen Band ermöglicht haben, sehr herzlich.

Die finanzielle Basis für alle diese internationalen Fachveranstaltungen wurde durch den Förderverein des „Leibniz-Forums Altdorf-Nürnberg“ und durch die einzigartige Unterstützung der Firma Siemens AG, namentlich in beiden Fällen durch Herrn Professor Dr.-Ing. Klaus Wucherer geschaffen. Herrn Wucherer, dem Präsidenten des Fördervereins, gilt deshalb ein besonderer Dank, denn ohne diese großzügigen Zuwendungen wäre die Organisation und die Durchführung der Veranstaltungen in dieser Größenordnung nicht möglich gewesen. Aber auch dem Bürgermeister der Stadt Altdorf und Vizepräsidenten des Fördervereins, Herrn Rainer Pohl, sei bestens für seine Unterstützung gedankt.

Mein ganz besonderer Dank gilt in aller freundschaftlichen Verbundenheit jedoch dem langjährigen wissenschaftlichen Berater und Begleiter dieser internationalen Leibniz-Forum, Herrn Professor Dr. Christian Thiel. Durch seine stets wohlwollende Hilfe und durch seine wertvollen Ratschläge konnten diese Fachveranstaltungen zu einem anerkannten wissenschaftlichen Forum mit gro-



ber inhaltlicher Spannweite werden. Ganz wesentlichen Anteil hat Herr Thiel auch am Zustandekommen dieser Veröffentlichung. Besonders herzlich danke ich ihm deshalb auch für die große Sorgfalt, die er der endgültigen Fassung dieses Buches angedeihen ließ und mich dadurch vor gravierenden Fehlern und Ungenauigkeiten bewahrt hat.

Ebenso danke ich Herrn Professor Dr. Peter Bernhardt sehr herzlich, sowohl für seine Unterstützung bei der Konzeption und Durchführung des „Christian-Thiel-Kolloquiums“ als auch für seine intensive und zuverlässige Hilfe bei der Korrektur der Beiträge.

Jedoch möchte ich bemerken, dass ich allein für alle Fehler – die andere vielleicht noch entdecken mögen – verantwortlich bin.

Ein besonders herzlicher Dank gilt auch dem Verlag Harrt Deutsch, namentlich Herrn Martin Kegel, für seine große Geduld, Freundlichkeit und sein Verständnis während der nicht einfachen Entstehungszeit dieses Buches und seine stets verständnisvolle Unterstützung sowie für die vorzügliche Ausstattung dieses Buches. Auch danke ich Frau Birgit Carlsena bestens für die sorgfältige Bearbeitung des Manuskripts bis hin zu der Druckfertigstellung. Ebenso danke ich sehr herzlich dem Lektor Klaus Horn für seine wohlwollende Hilfe und Unterstützung bei der Endredaktion.

Nicht zuletzt möchte ich auch meiner Frau Monika und meinen beiden Kindern Sandra und Frank für alles danken, was mir geholfen hat, dieses Buch zu einem erfolgreichen Ende zu führen.

Wenn auch diese Veröffentlichung in erster Linie der Dokumentation der wissenschaftlichen Inhalte des 4. Internationalen Leibniz-Forums gewidmet ist, mit auch für einen größeren Interessentenkreis zugänglich zu werden, so soll doch eine zweite Intention nicht unerwähnt bleiben, nämlich Impulsgeber für einen intermathematischen und einer interdisziplinären Gedankenaustausch zu sein. Der Facettenreichtum der Mathematik bietet dabei ein ideales Fundament. Auch wird dabei deutlich, dass Mathematik mehr ist als die Summe ihrer einzelnen Fachkategorien, und dass zu einer Gesamtbetrachtung und einer umfassenden Bewertung mathematischer Fakten und Ideen auch die Wechselwirkungen zu den grundlegenden logischen Strukturen sowie zu den philosophischen Wurzeln und ihren historischen Verknüpfungen gehören.

## Grüßwort

Klaus Wucherer  
Präsident AG, Erlangen

Die Freude am Erforschen und Verstehen der Welt, die Freude am Wissen, vor allem auch die Freude an der Innovation, verbunden mit dem Gespür für praktische Anwendung und die Marktbeurteilung. Diese Eigenschaften brauchen wir in Deutschland und Europa mehr denn je, wenn wir im globalen Wettbewerb auch in Zukunft ganz vorne mitspielen wollen.

Ein weltweit agierendes Unternehmen wie Siemens hat das seit langem verstanden. Nur wenn wir mit unseren Erkenntnissen und Innovationen Trendsetter sind bei den globalen Entwicklungen, die die Weltgesellschaft im 21. Jahrhundert bestimmen, können wir unsere Spitzenposition auf den Märkten der Welt sichern. Zu diesen globalen Entwicklungen bzw. Megatrends gehören maßgeblich der demographische Wandel und die fortschreitende Urbanisierung. Damit verbinden sich neue Aufgaben und Herausforderungen in den Bereichen Energie- und Wasserversorgung, Mobilität, Gesundheitswesen und industrielle Fertigung. Hier sind zukunftsweisende und nachhaltige Lösungen gefragt, die unser Leben in einer immer komplexer werdenden Welt vereinfachen und zugleich unsere Arbeit produktiver machen.

Mit Forschungsinvestitionen von rund 5 Milliarden Euro im Geschäftsjahr 2005 liegt Siemens weltweit an der Spitze aller Elektronik- und Elektrotechnik-Unternehmen. Das Ergebnis dieser Investition ist Wissen, das am Markt in erfolgreiche Produkte umgesetzt werden muss. Dieses Wissen des Unternehmens ist derzeit durch mehr als 53.000 Patente geschützt. Etwa 75 Prozent aller Patentanmeldungen haben ihren Ursprung in Deutschland. 47.000 Mitarbeiter sind bei uns weltweit in Forschung und Entwicklung tätig, darunter mehr als 30.000 in der Software-Entwicklung. Diese Zahlen verdeutlichen, welche hohe Bedeutung Innovation, Forschung und Wissen für ein Unternehmen wie Siemens haben. Dafür wollen wir die besten und höchstqualifizierten Mitarbeiter weltweit gewinnen.

Um diese Spitzenstellung ausbauen zu können, engagieren wir uns bei wissenschaftlichen Vereinigungen wie dem Lubriz-Forum Altdorf-Nürnberg, aber

auch bei zahlreichen Schulen und Universitäten, die ihrerseits exzellente Leistungen von Jugendlichen und Nachwuchskräften in den Wissensfeldern Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik (MINT) fördern. In diesen Zusammenhang gehört auch der seit 1997 verliehene Aildorfer Leibniz-Preis. Im Rahmen des internationalen Leibniz-Forums Aildorf-Nürnberg 2008 wurde er zwei jungen Wissenschaftlerinnen zuerkannt, die das Internet als weltweites Forum des kooperativen wissenschaftlichen Arbeitens erforscht haben. Ich freue mich sehr, dass Siemens das Fördergeld für das Leibniz-Forum wieder bezuschussen konnte.

Vorbilder für exzellente Arbeits- und Forschungsergebnisse, an denen wir uns orientieren können, haben sehr in unserer Wissenschafts- und Technikgeschichte glücklicherweise viele. Der Universalgelehrte Gottfried Wilhelm Leibniz gehört zweifellos zu diesen Vorbildern. Er leistete Grundlegendes in der Mathematik und Logik, war Philosoph, Historiker, Jurist und Theologe, und er verband immer die Theorie mit der Praxis. Dies sicherlich auch deshalb, weil er als Berater der Fürsten und als Wissenschaftsorganisator permanent die Anwendbarkeit von Ideen und Theorien im Blick haben musste.

Diese Praxisorientierung wird unter anderem deutlich an der von Leibniz entwickelten ersten Rechenmaschine für die vier Grundrechenarten. Sein Motto war dabei: „*Supra hominem* – Dem Menschen überlegen“. Die Maschine sollte den Menschen hinsichtlich Schnelligkeit und Genauigkeit übertreffen. Zugleich sollten aber auch Beamte und Käufler von langwierigen, eintönigen Berechnungen entlastet werden und ihre wertvolle Zeit für wichtigere Arbeitsinhalte einsetzen können. Ein Beispiel, das Innovationsstreben und Kundennutzen verbindet und das uns auch heute noch, rund 350 Jahre später, als Vorbild dienen kann.

Ich bin dankbar dafür, dass das Leibniz-Forum die Tradition der „*theoria cum praxi*“ in ihren internationalen Fachveranstaltungen fortsetzt und dies auch in einem Band dokumentiert, der die wissenschaftlichen Vorträge der Veranstaltungen aus den vergangenen Jahren enthält. Damit wird die wichtige Tätigkeit des Leibniz-Forums veranschaulicht, nämlich die Bedeutung und den Nutzen von Mathematik und Logik im öffentlichen Leben wieder stärker zur Geltung zu bringen. Zugleich ist mit dieser Veröffentlichung ein Ansporn für die künftige Arbeit des Leibniz-Forums Aildorf-Nürnberg gegeben.

Ich danke herzlich allen, denjenigen, die daran mitgewirkt haben, dass dieses Buch möglich wurde. Ihnen, liebe Leser, wünsche ich eine interessante und bereichernde Lektüre.

## Wissenschaft im Dialog

## Einführung

Günter Löffeladt

(Gasthochschullehrer)

Unfassbares lassen?! – Ein Widerspruch oder doch ein widerspruchsfreies Konstrukt im Rahmen der „Trilogie“ Mathematik – Logik – Philosophie?

Zweifellos trifft der aus dem literarischen Bereich entlehnte Begriff „Trilogie“ mit seinen griechischen Wurzeln (*trilogia*, *tri* = „drei“ und *logos* = „Werk“), auch die Intention dieser Veröffentlichung als dokumentiertes Ergebnis der gleichnamigen Fachveranstaltung im Sinne eines inhaltlich zusammenhängenden Gebietes, in dem die Einzeldisziplinen je nach Betrachtungsweise selbstständig und in sich abgeschlossen sind, aber gleichzeitig einen gemeinsamen Rahmen haben. Dieser nach allen Richtungen offene Rahmen kennzeichnet ein Spannungsfeld von hoher gesellschaftlicher Relevanz für eine zukunftsorientierte wissenschaftliche Entwicklung, in dem zwingend auch der Dialog mit der Öffentlichkeit gepflegt werden soll. Die Notwendigkeit eines solchen Dialogs, einerseits im interwissenschaftlichen Bereich, andererseits vor allem im wechselseitigen Austausch mit der Öffentlichkeit, soll deshalb im Folgenden abrisssartig dargelegt werden. Aber auch die Kommunikationsform des Gedankenaustausches wird Thema sein, sowie die Möglichkeit einer Gesprächsplattform für die praktische Umsetzung.

Ohne Zweifel ist dabei die Sprache in ihren unterschiedlichsten Ausprägungen die Grundlage von jeglicher substanzieller Kommunikation im Allgemeinen und die prägnanteste Form im Wissenschaftsaustausch im Besonderen. Dabei können viele unterschiedliche Sprachen eine Rolle spielen, die Gesprächssprache, die Maschinensprache, die Muttersprache, die Formale Sprache, die Symbolische Sprache, ebenso wie besondere kulturspezifische Zeichensysteme. Untrennbar damit verbunden sind in der Regel besondere Bilder und Symbole für die Sprachäußerung. Ganz besonders treffen diese Merkmale die formale Sprache Mathematik. So schreibt Christian Dillmann im Jahr 1889: „Auch die Mathematik ist eine Sprache, und zwar nach Bau und Inhalt die vollkommenste Sprache, die es gibt, höher als jede Volkssprache; ja weil alle Völker sie verstehen, kann sie die Sprache der Sprachen heißen.“ Die Sprache der Mathematik kann folglich

<sup>1</sup> C. H. Dillmann, Die Mathematik der Fackeltätigen unserer neuen Zeit, Stuttgart 1889, S. 5

alle Sprachgrenzen überschreiten und die ethnischen Grundstrukturen jeder Volkssprache überbrücken. Damit ist die mathematische Sprache das geeignete interkulturelle und interdisziplinäre Verständigungs- und Ausdrucksmittel. Dieses Wissen macht deutlich, dass Mathematik eine unverzichtbare Bildungsgrundlage ist und folglich auch die Notwendigkeit besteht, die Wertschätzung für dieses Fach, für diese Wissenschaft klar in der Öffentlichkeit herauszustellen, um der nicht selten erkennbaren Ablehnung zu begegnen. Michael Otto<sup>1</sup> formuliert deutlich: „Die Mathematik ist nicht eine von der Gesamtentwicklung der menschlichen Gesellschaft besonders unabhängige, sondern im Gegenteil eine mit der gesellschaftlichen Entwicklung besonders eng verbundene Wissenschaft“. Diese Feststellung trifft zweifellos auch auf die Kernwissenschaften Philosophie und Logik zu. Auch sie sind sehr eng, ja untrennbar mit der kulturellen Entwicklungsgeschichte als Fundament aller Wissenschaften verbunden und dennoch kaum im öffentlichen Bewusstsein verankert. Die öffentliche Akzeptanz ist aber heute mehr als jemals zuvor von existenzieller Bedeutung. Das Verhalten im „Elfenbeinturm“ birgt für alle drei Disziplinen Mathematik, Logik und Philosophie die große Gefahr in sich, dass die Gesellschaft und auch deren Entscheidungsträger nicht zuletzt bedingt durch die laufenden und teilweise undurchschaubaren Bildungsreformen im Allgemeinen und die Umstrukturierungen an den Universitäten im Besonderen, die Bedeutung dieser Disziplinen unterschätzen und bei der Verteilung von finanziellen Mitteln – als nicht mehr förderwürdig – schlichtweg übersehen. Biotechnologie und Nanotechnik lauten den Grundlagendisziplinen sowohl in der öffentlichen Anerkennung als auch in der Fördermittelvergabe den Rang ab. Erschwerend kommt noch hinzu, dass selbst an den Universitäten kein fächerübergreifender Konsens bezüglich der Unverzichtbarkeit und Nachhaltigkeit dieser Fächer für die gesamte Wissenschaft besteht. Diese Ignoranz im Wissenschaftsbereich findet entsprechende Resonanz in der Öffentlichkeit, sodass die Bedenken nicht unbegründet sind, dass immer weniger Menschen bereit sind, diese Fächer, sowohl aus Unkenntnis bezüglich der Inhalte als auch geringer Zukunftsaussichten, zu studieren und damit einen Weg vorzeichnen, den die Wissenschaftsgeschichte geht bzw. gegangen ist – von einer einst beachteten Disziplin zu einem Nischenfach. Die Folgen einer solchen Entwicklung würden für die wissenschaftliche Grundlagenforschung, sowie für den substanziellen Dialog zwischen Mathematik, Logik und Philosophie, verheerend sein.

Wie wichtig ein solcher Dialog ist, wird besonders deutlich, wenn man die Situation zwischen den Naturwissenschaften und den Geisteswissenschaften betrachtet. So dürfte zwar heute die scharfe Trennung zwischen „naturwissenschaftlichem Erklären“ und „geisteswissenschaftlichem Verstehen“, die im 19. Jahrhundert postuliert wurde, für die wissenschaftliche Erkenntnisgewin-

<sup>1</sup> M. Otto (Hrsg.), *Mathematiker über die Mathematik*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1974, S. 8.

nung überholt sein, dennoch zeigt sich die Problematik signifikant am Stellenwert, den man den weitgefächerten Geisteswissenschaften im öffentlichen Raum zuerkennt. Als Beispiel könnten etwa die seit dem Jahr 2000 jährlich proklamierten nationalen Wissenschaftsjahre dienen, denn dem sechs Wissenschaftsjahren aus dem Bereich Naturwissenschaft und Technik steht nur ein Jahr der Geisteswissenschaften gegenüber. Um diese dabei zwangsläufig entstehenden „Wertigkeitsprobleme“ nicht zu vertiefen, ist es zumindest notwendig, mehr interdisziplinäre Projekte zu konzipieren und zu fördern. Die logisch-mathematische Sprache könnte dabei der fehlende Brückentyp sein, um die oftmals vorhandene Sprachlosigkeit zu überwinden, denn Begriffe wie Komplexität, Codierung, Struktur, Axiomatik sind gleichermaßen Allgemeingut in Natur- und Geisteswissenschaften geworden. Ohne Zweifel ist aufgrund der Strenge der Begriffsbildungen und ihrer exakten Methoden die Mathematik einerseits Vorbild für alle Wissenschaftsdisziplinen, andererseits aber auch Werkzeug für die wissenschaftliche Darstellung. So bedienen sich immer mehr Fächer aus den Naturwissenschaften, wie Biologie, sowie Life Sciences mathematischer Begriffe und Verfahren, aber auch die Geisteswissenschaften greifen immer mehr die formale, axiomatische Sprache für die Beschreibung und Darstellung ihrer wissenschaftlichen Erkenntnisse und Zusammenhänge auf. Ein herausragendes Beispiel ist die Linguistik. Eine ehemals rein geisteswissenschaftliche Disziplin hat durch die Sprache der Mathematik geradezu eine Neuausrichtung erfahren. So beschäftigt sich die moderne Sprachwissenschaft nicht nur rein mit den Theorien über die Struktur der gesprochenen und schriftlich niedergelegten Sprache, sondern versucht diese durch empirische Untersuchungen zu verifizieren. So schreibt Schmidt: „Die Entwicklung der Linguistik zeigt exemplarisch den Wandel einer früher primär geisteswissenschaftlich betriebenen Forschungsrichtung zu einer empirisch und theoretisch gut abgesicherten Wissenschaft, die durchaus auch gegenüber den wissenschaftstheoretischen Ansprüchen der Naturwissenschaften und der Mathematik bestehen kann, ohne ihre Eigenart, die ihr vom Forschungsgegenstand her mitgeprägt wird, aufzugeben zu haben.“ Auch die im Grenzbereich zwischen Natur- und Geisteswissenschaft angesiedelte Psychologie bedient sich überwiegend mathematischer Verfahren, um psychologische Prozesse zu beschreiben. Ähnliches gilt auch für die Soziologie. So durchdringen sich wechselseitig in vielen Wissenschaftsdisziplinen immer mehr naturwissenschaftliche Prinzipien und geisteswissenschaftliche Aussagen (dieser „zwei Kulturen“, wie es Charles Snow einmal ausdrückte). Der Spagat zwischen beiden Realwissenschaften – wie sie

<sup>1</sup> S. J. Schmidt, (Hrsg.), *Wissenschaftstheorie. 10 Beiträge zum mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht*, Paderborn: Vieweg + Sohn, Braunschweig 1973, Heft 18, S. 1.

<sup>2</sup> C. F. Snow, H. Kreuzer, W. Klein, *Die zwei Kulturen*, DTV: Deutscher Taschenbuch Verlag, München 1992.

Lorenzen<sup>7</sup> nennt – könnte gelingen, wenn der gemeinsame Dialog über die künstlich konstruierte Abgrenzung nachhaltig gepflegt werden würde.

Ähnliches gilt auch für den Dialog zwischen den beiden Idealwissenschaften Mathematik und Logik in Verbindung mit Philosophie. Auch hier ist die öffentliche Präsenz nicht besonders ausgeprägt und damit die öffentliche Wahrnehmbarkeit, in Bezug auf die Unverzichtbarkeit dieser Fächer, nicht sehr hoch. Leider besteht auch im universitären Umfeld ein gewisser Mangel an Kommunikationsfreude. Der große englische Mathematiker Augustus De Morgan<sup>8</sup> äußert sich in seiner Zeit sehr drastisch: „Die beiden Augen exakter Wissenschaft sind Mathematik und Logik; die mathematische Sekte verschließt das logische, die logische Sekte verschließt das mathematische Auge, und beide glauben, mit einem Auge besser zu sehen als mit zweien.“ Zweifellos ist diese scharfe Formulierung heute überholt, aber dennoch bleibt ein Rest, der nachdenklich machen sollte, denn Tatsache ist, dass das Interesse am Studium dieser Fächer immer mehr abnimmt und damit auch die existentiell wichtige Akzeptanz in der Bevölkerung schwindet. Faktum ist, öffentliche Reputation ist kein Selbstzweck, sondern Notwendigkeit, denn die Wirklichkeit zeigt ein der Bedeutung unangemessenes Bild.

Zugegeben, die Fragen, die im Raum stehen, haben Grundsatzcharakter und sind nicht „so auf die Schnelle“ für eine skeptische Öffentlichkeit zu beantworten, wie etwa: „Besteht denn überhaupt zu dieser logisch-mathematisch-philosophischen Thematik noch im ersten Jahrzehnt des neuen Jahrtausends ernsthaft Gesprächsbedarf? Wurden nicht alle offenen Fragen in dieser Richtung seit Hilbert, Frege, Gödel, Poincaré, Brouwer, Russell, Whitehead zwischenzeitlich geklärt?“

Ein kleiner Blick in die Entwicklungsgeschichte der Mathematik im 20. Jahrhundert zeigt jedoch sofort sehr deutlich, dass mit zunehmender mathematischer Erkenntnistiefe gewissermaßen als „Begleiterscheinungen“ logisch-philosophische Grundsatzfragen laufend induziert werden. So werden entgegen mancher Meinung nicht allein von außen philosophische Probleme in die Mathematik hineingetragen und ihr „aufgedrückt“, sondern der mathematische Entwicklungsprozess verlangt diese philosophische Betrachtung und Durchdringung. Fragen bezüglich der Widerspruchsfreiheit, der Axiomatisierbarkeit, Entscheidbarkeit, Beweisbarkeit, Algorithmisierbarkeit, Berechenbarkeit werfen ihrerseits neue oder auch wiederholt Begründungsnotwendigkeiten auf. Andererseits durchziehen seit Anbeginn mathematischen Denkens, unabhängig von jeglicher gerade opportunen wissenschaftlichen „Denkrichtung“, drei klassische Probleme – das Wahrheitsproblem, das Unendlichkeitsproblem und das

<sup>7</sup> F. Lorenzen, *Die Entstehung der exakten Wissenschaften*, Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960, S. 11.

<sup>8</sup> A. Schöberl, *Logik – gerne missverstanden*, Mitteilungen der DMV, 2008, Heft 1, S. 31.



Existenzproblem – wie ein roter Faden die logisch-mathematisch-philosophische Diskussion. Auch heute noch sind Fragen und die dazugehörigen Antworten zu diesen Themen von größter Brisanz und Forschungsaktualität. Auch warten einige singuläre Entwicklungen aus der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts wie die Nicht-Standard-Analysis, die Fuzzy-Theorie oder die Fraktalgeometrie, die in ihrer Gesamtheit ebenso prägend für die Wissenschaft Mathematik geworden sind wie die Strukturmathematik, auf ihre philosophische Durchdringung.

Wohl kaum gab es in der über 5000-jährigen Geschichte der Mathematik und der Logik ein Jahrhundert, das in dieser kurzen Zeitspanne so viele signifikante Ereignisse und markante Umbrüche zu verarbeiten hatte wie das 20. Jahrhundert. Kein Jahrhundert zuvor ist bezüglich der Vielfältigkeit mathematischer Gebiete und der Fülle neuer mathematischer Ergebnisse in Logik und Mathematik mit diesem vergleichbar. Das betrifft sowohl die Anzahl der Artikel als auch die Produktivität an umfangreichen Veröffentlichungen. Es ist deshalb die Frage berechtigt: „Sind die Fundamente stabil genug, um das angestaute mathematische Wissen zu tragen?“ Allein schon die Frage nach dem „wahren“ mathematischen Beweisverfahren reißt eine innermathematische Kluft auf. So sind die Beweise des Vierfarben-Problems und der Kepler-Vermutung noch nicht allgemein anerkanntes mathematisches Gemeingut.

Waren es nicht die „brüchigen“ Fundamente zu Beginn des vorigen Jahrhunderts, die die Mathematik in Verbund mit Logik und Philosophie in eine schwere Krise brachten?

Begann doch alles so verheißungsvoll. Kein Geringerer als der Mathematikerfürst David Hilbert hatte auf dem Pariser Mathematikerkongress 1900 mit seinen „Hilbert’schen Problemen“ das Jahrhundert entsprechend eingeleitet. Wie in einem Brennglas fokussierte Hilbert das, was war und was werden sollte. Dann aber entdeckte Bertrand Russell in der Cantor’schen Mengenlehre eine Antinomie. Dieses später als „Russell’sche Antinomie“ bezeichnete Paradoxon war für die Mathematik von ähnlicher explosiver und gleichzeitig „reinigender“ Wirkung wie der Umsturz der Physik durch Einstein und Planck. Für die Mathematik bedeutet diese „Explosion“ den Beginn einer Neubetrachtung ihrer Fundamente. Diese dadurch ausgelöste sogenannte „Grundlagenkrise der Mathematik“ führte in den folgenden Jahren unter der Leitung genialer „Konstrukteure“ zu einer neuen Architektur der Mathematik. Die Grundlagenfestigung und die Suche nach „echter, harter, wahrer“ mathematischer Erkenntnis standen deshalb in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts im Zentrum der Forschungen. Am Ende war alles nicht mehr so, wie es einmal gewesen ist. Logizismus, Formalismus, Intuitionismus, Konstruktivismus versuchten sich gegenseitig die „wahre“ mathematische Erkenntnis streifig zu machen und gaben damit der Mathematik ein neues „Gesicht“. Es waren aber zwei geniale Logiker, Kurt Gödel und Alonzo Church, die die ausufernde mathematische „Euphorie“ wieder durch ihre Arbeiten in geordnete Bahnen brachten. So ge-

lang, es Gödel durch seinen berühmten Unvollständigkeitsbeweis zu zeigen, dass die Widerspruchsfreiheit formaler Systeme nicht innerhalb eines Systems nachgewiesen werden kann. Auch Church lieferte durch seine Arbeiten entscheidende Resultate, indem er zeigte, dass die Antwort auf eine Fragestellung nicht mathematisch berechenbar sein muss, das bedeutet, es gibt unentscheidbare Probleme.

Die Frage der Berechenbarkeit zieht sich wie ein Ariadnefaden durch das 20. Jahrhundert, sodass der große polnisch-amerikanische Mathematiker und Logiker Emil Leon Post<sup>1</sup> die Entwicklung einer Theorie der effektiven Berechenbarkeit und algorithmischen Unlösbarkeit als die herausragende mathematische Errungenschaft des Jahrhunderts bezeichnete.

Gleichzeitig mit dem Ringen um die Fundamente der Mathematik war das Streben nach Einheit ein erklärtes Ziel der forschenden Mathematik. So begann sich im Jahre 1939 ein epochales „Mathematisches Unternehmen“ zu etablieren, das für die gesamte Mathematik bis in unsere Tage prägend wurde. Und obwohl es in seinem „allumfassenden“ Wesen nicht vollendet werden konnte, ist es auch für die zukünftige mathematische Entwicklung eine wegweisende Orientierungshilfe. Ein Name und ein Begriff – Nicolas Bourbaki und Strukturmathematik – waren und sind, verbunden mit gleichzeitigem Absolutheits- und Universalitätsanspruch, die Markierungszeichen. Die „Architektur der Mathematik“ sollte faszinieren, schön und ästhetisch sein, sowie stabil und prägend – wie Euklids Elemente.

Die Abstraktion sollte stets der permanente Impuls sein, der die Eleganz dieser Architektur bestimmt, und die Publikation „*Éléments des Mathématiques*“ ihr Sprachrohr. Dennoch hatte man einige Bedenken. So schreibt Bourbaki: „Es ist aber sinnvoll zu fragen, ob dieses üppige Gedeihen der Mathematik geeignet ist, ihren Organismus zu festigen und ihre Einheit zu fordern, oder ob es das Anzeichen einer der Mathematik eigenen fortschreitenden Aufspaltung ist, ob die Mathematik etwa ein babylonischer Turm wird, in dem hundert autonome Teile nach Ziel, Methode und Sprache immer weiter auseinanderstreben. Die Frage lautet also: haben wir heute noch eine einheitliche Mathematik oder mehrere getrennte Mathematiken?“

Ohne Zweifel ist diese Frage eine Bürde, die die mathematische Wissenschaft seit Anbeginn zu tragen hat. Die Gegensätze ergaben sich jedoch vielmehr bezüglich der Begriffe „diskret“ und „kontinuierlich“, also zwischen Arithmetik und Geometrie. Die Einheit der Mathematik ist, wie die Mathematikgeschichte zeigt, seit jeher ein erklärtes Ziel mathematischer Forschung, und so stellt Bourbaki

---

<sup>1</sup> K. Depp, *Berechenbarkeit und Unlösbarkeit*, Erstedt: Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 2000.

<sup>2</sup> Wie 2, S. 140.

<sup>3</sup> Wie 2, S. 141.

fest, „ein gemeinsames Kennzeichen dieser Versuche, die gesamte Mathematik in ein zusammenhängendes Ganzes zu fassen, ist dies, dass sie alle unternommen worden sind in Anlehnung an ein mehr oder weniger umfassendes philosophisches System und dass sie immer ausgegangen sind von apriorischen Ansichten über die Beziehung der Mathematik zu der zweifachen Welt der äußeren Welt und der Welt des Denkens“. Aber auch die genialen Mitglieder der Bourbaki-Gruppe mussten erkennen, dass bei aller Großartigkeit der Forschungsergebnisse der Strukturbegriff als allumfassende Klammer nicht ausreicht. Manche Mathematiker sehen heute in einer allgemeinen Theorie mathematischer Strukturen, der Kategorientheorie, einen weiteren Pfeiler auf dem Weg nach innermathematischer Geschlossenheit.

Eine neue Epoche in der mathematischen Erkenntnisgewinnung leitet im letzten Drittel des vorigen Jahrhunderts der Computer ein. Ein markantes Jahr in der Mathematikgeschichte ist zweifellos das Jahr 1977, als die beiden Mathematiker Kenneth Appel und Wolfgang Haken einen Beweis für das Vierfarben-Problem vorlegten. Das Besondere daran war ohne Zweifel die Verwendung des Computers für die Berechnung endlich vieler Fälle, die nach Reduktion durch einen „reinen“ mathematischen Beweis als Restmenge übrig blieben. Zwei Jahrzehnte später wurde ein ähnliches Verfahren als Beweis für die Kepler-Vermutung veröffentlicht. Das Echo auf diese beiden herausragenden Ergebnisse war durchaus zurückhaltend, jedoch wird die Zeit zeigen, dass bei weiter fortschreitender Computereentwicklung auch die signifikanten mathematischen Inhalte nicht unangetastet bleiben können und deshalb grundlegender Dialogbedarf besteht. Bemerkenswert, wenn nicht geradezu als Mißgunst, sind in dieser Zeitspanne von drei Jahrzehnten die Lösungen zweier herausragender mathematischer Probleme gefunden worden, die der vollen Strenge der mathematischen Beweisführung genügen. Zum einen die Mordell'sche Vermutung durch den deutschen Mathematiker Gerd Faltings und zum anderen das Fermat'sche Problem durch den englischen Mathematiker Andrew Wiles. Bekanntlich müssen gleichzeitig auftretende Phänomene nicht zwangsläufig miteinander zu tun haben, da aber der mathematisch-logische Beweis ein charakteristischer Wesenszug der Mathematik ist, muss durchaus bezüglich der ersten beiden Fälle die Frage nach „Wesensverträglichkeit“ gestellt werden dürfen.

Vergleicht man die „mathematische Welt“ zu Beginn und zum Ende des vorigen Jahrhunderts, dann stößt man auf ein weiteres, zwar wenig beachtetes, aber umso bemerkenswerteres Phänomen. Gab es zum Beginn des Jahrhunderts noch zwei Mathematiker David Hilbert und Henri Poincaré, die im Wesentlichen die gesamte Mathematik überblickten und eigene Beiträge zu den wichtigsten mathematischen Gebieten leisteten sowie die Fundamente souverän im Blick hatten, bei gleichzeitiger philosophischer Weitsicht, so waren am Ende des Jahrhunderts unzählige mathematische Kategorien – heute wird von über 5000 Kategorien gesprochen – entstanden, die kein einzelner Mathematiker auch nur näherungsweise überblicken kann. Folglich wird es immer schwerer,

grundlegende Fragen zu den Voraussetzungen, zu den Gegenständen, zu der Methode und der Natur der Mathematik als Einzelner zu erörtern und zukunftsweisend fortzuentwickeln, geschweige denn die unverzichtbare philosophische Durchdringung zu erreichen.

Auch die stürmische Erkenntniszunahme in der Informatik und die bis vor wenigen Jahren ungeahnten Möglichkeiten des Computers bringen es mit sich, dass Fragen nach dem Wesen und dem Selbstverständnis der Mathematik zentrale Bedeutung gewinnen. Ist „Experimentelle Mathematik“ noch eine „erlaubte“ mathematische „Entdeckungsmethode“ im Rahmen der „reinen“ Mathematik? Genügt sie den Kriterien von Reinheit und Exaktheit noch, so wie sie Hilbert verstand? Bedeutet „Computer-Algebra“ das Ende der Mathematik – wie Bruno Buchberger in seinem Aufsatz „dezidiert“ fragt? Sind die mühsame der Symbolischen Mathematik erbrachten „automatischen“ Beweise in Struktur und Strenge ebenbürtig zu den klassischen Beweisverfahren? Wird die damit verbundene Algorithmenisierung der mathematischen Teilgebiete die Zukunft der Forschungsaktivitäten sein?

Aber nicht nur diese Fragen erzwingen eine modifizierte Sicht auf die Mathematik, auch die zunehmende Tendenz der Mathematisierung der Wissenschaften macht eine neue Betrachtungsweise notwendig. Besonders steht dabei die Klärung der Frage: „Wie wird die Sprache der Mathematik zur Sprache anderer Wissenschaften?“ im Mittelpunkt. Auch wenn die mathematische Sprache in ihren Formen und Ausprägungen über allem fachspezifischen Anwendungszwang steht, so sind dennoch „Anpassungsprobleme“ bezüglich der einzelnen Wissenschaftsdisziplinen nicht zu unterschätzen. Dieses Problem der Mathematisierbarkeit ist aber nicht nur ein innermathematisches, sondern, bedingt durch die Wechselbeziehungen mit den anderen Wissenschaften und den dabei auftretenden begriffstheoretischen Fragen, auch ein philosophisches und logisches. Das Bild der Mathematik erfährt womöglich dadurch eine weitere Korrektur. Für die Fortentwicklung der Mathematik bleibt trotz aller neuer Verstellungen wegweisend zu wissen, in welchem Rahmen, in welchem Raum mathematisches Entdecken, mathematische Erkenntnisgewinnung „geschieht“. Nur dann kann die zweifelafreie Einbettung in „eine“ Mathematik gelingen.

Die „Mathematisierung unserer Welt“<sup>10</sup> ist von einem Schlagwort zur realen Wirklichkeit geworden. Niemand, der in unserer globalisierten Welt seinen Platz finden will, kann sich dieser Entwicklung mehr entziehen und ist gezwungen, sich mit den entsprechenden Erkenntnissen auseinander zu setzen. Festzufallen bleibt deshalb, jede Mathematik ist Teil der Kultur und damit Grundlage jeglicher Bildung. Die Vermittlung von mathematischen Kenntnis-

<sup>10</sup> B. Buchberger, Computer-Algebra. Das Ende der Mathematik?, KISC – Johannes-Kepler-Universität, Linz 2000.

<sup>11</sup> C. Frey, Die Mathematisierung unserer Welt. Verlag Kohlhammer, Stuttgart 1997.