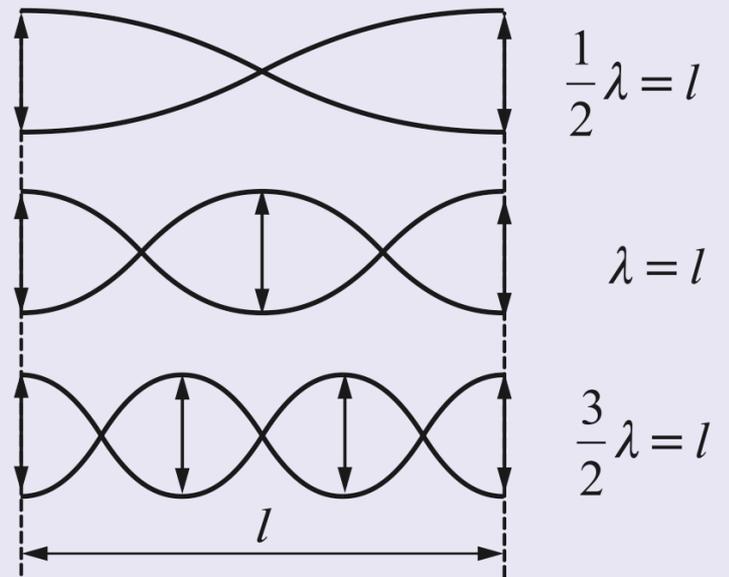
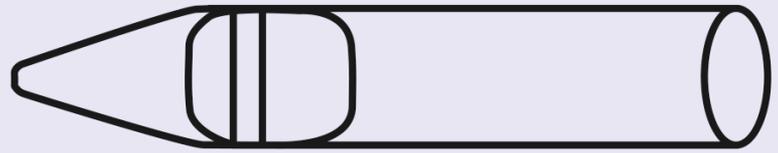


Pitka
Bohrmann
Stöcker
Terlecki
Zetsche



PHYSIK

DER GRUNDKURS

Edition
Harri
Deutsch



Physik

Der Grundkurs



Edition
Harri 
Deutsch 

Physik

Der Grundkurs

von

Rudolf Pitka
Steffen Bohrmann
Horst Stöcker
Georg Terlecki
Hartmut Zetsche

5., korrigierte Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56207

Autoren:

Prof. Dr. Rudolf Pitka, Fachhochschule Frankfurt am Main

Prof. Dr. Steffen Bohrmann, Fachhochschule Mannheim

Prof. Dr. Horst Stöcker, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Prof. Dr. Georg Terlecki, Fachhochschule Kaiserslautern

Dr. Hartmut Zetsche, Richard Fehrenbach-Gewerbeschule Freiburg im Breisgau

5., korrigierte Auflage 2013

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5621-4

ISBN 978-3-8085-5840-9 (E-Book)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2013 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Druck: Konrad Triltsch Print und digitale Medien GmbH, 97199 Ochsenfurt-Hohestadt

Vorwort

Dieses Lehr- und Lernbuch wendet sich an Studienanfänger der Ingenieur- und Naturwissenschaften an Fachhochschulen und Universitäten. Die Erfahrungen mit den Voraufgaben zeigen, dass das Buch gerade auch für jene Studierenden eine erfolgversprechende Alternative ist, die sich von den „dicken Brocken“, den sehr umfassenden Lehrbüchern überfordert fühlen.

Die in der Lehre erfahrenen Autoren bieten den für das Studium notwendigen Stoff der Standardgebiete – von der elementaren Basis bis zu fortgeschrittenen Anwendungen – so ausführlich wie nötig in verständlicher Weise dar. Sie orientieren sich an den Anwendungsbereichen der Ingenieurpraxis.

Großen Wert legen die Autoren auf viele durchgerechnete Beispiele mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad sowie auf Hunderte von erprobten Klausuraufgaben mit Lösungen und Übungsaufgaben mit hohem Praxisbezug. Diese erleichtern das Verständnis, das Üben und die effiziente Vorbereitung auf Prüfungen. Die Herleitung der Ergebnisse im Haupttext und in den Beispielen ist so ausführlich gehalten, dass sie mit allen Zwischenrechnungen rasch verstanden und nachvollzogen werden können. Hilfreich sind auch die Zusammenfassungen der einzelnen Kapitel.

Auch wenn sich das Buch in erster Linie an Studierende wendet, können es diejenigen Ingenieure, die bereits in der Berufspraxis stehen, mit Gewinn zur Einarbeitung in neue Arbeitsgebiete und zur eigenen Weiterbildung nutzen. Deshalb sind neben dem Grundlagenwissen zusätzlich anwendungsbezogene und weiterführende Kapitel der klassischen Physik aufgenommen.

Kritik, Anregungen und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de sind Autoren und Verlag auch für diese Ausgabe hochwillkommen.

Frankfurt, im Herbst 2013

Autoren und Verlag

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Beispiele	XII
Verzeichnis der Tabellen	XV
1 Einleitung	1
1.1 Physikalische Größen	1
1.2 Messfehler	3
I Mechanik der Punktmasse und des starren Körpers	7
2 Vorbemerkungen	8
2.1 Bezugssysteme	8
2.2 Gegenüberstellung Translation–Rotation	8
3 Kinematik der geradlinigen Bewegung	10
3.1 Orts-Zeit-Diagramme	10
3.2 Geschwindigkeit	11
3.3 Beschleunigung	13
3.4 Bestimmung der Wegstrecke Δx und der Geschwindigkeitsänderung Δv	15
3.5 Spezielle Bewegungen	17
3.6 Senkrechter Wurf	19
3.7 Bewegung auf beliebigen Bahnen	22
3.8 Zusammenfassung	22
3.9 Aufgaben	23
4 Bewegung in einer Ebene	27
4.1 Vektoren – Grundbegriffe	27
4.2 Die Vektoren \vec{r} , \vec{v} und \vec{a}	29
4.3 Das Superpositionsprinzip	31
4.4 Spezielle Bewegungen	32
4.5 Kreisbewegungen	37
4.6 Überlagerung von Translations- und Drehbewegung	42
4.7 Zusammenfassung	43
4.8 Aufgaben	44
5 Bewegung und Kraft	48
5.1 Newtons Gesetze	48
5.2 Federkräfte und Reibungskräfte	53
5.3 Wechsel des Bezugssystems	57
5.4 Zusammenfassung	60
5.5 Aufgaben	61
6 Arbeit, Energie und Leistung	63
6.1 Arbeit	63
6.2 Arbeit und Energie	67
6.3 Leistung und Wirkungsgrad	75
6.4 Zusammenfassung	76
6.5 Aufgaben	78

7	Impuls und Mehrkörperprobleme	79
7.1	Impuls	79
7.2	Impulserhaltung bei Zweikörpersystemen	80
7.3	Stöße	83
7.4	Zusammenfassung	87
7.5	Aufgaben	88
8	Dynamik der Drehbewegung des starren Körpers	90
8.1	Winkelgrößen als Vektoren	90
8.2	Grundgesetz der Dynamik für Drehungen	95
8.3	Arbeit, Energie und Leistung	102
8.4	Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssystemen	106
8.5	Statisches Gleichgewicht	110
8.6	Drehimpulserhaltungssatz	112
8.7	Die Hauptachsen starrer Körper	113
8.8	Kreisel	115
8.9	Zusammenfassung	118
8.10	Aufgaben	119
9	Gravitation	122
9.1	Kepler'sche Gesetze	122
9.2	Newtons Gravitationsgesetz	123
9.3	Herleitung der Kepler'schen Gesetze	124
9.4	Gravitationsfeld	125
9.5	Zusammenfassung	127
9.6	Aufgaben	127
II	Elastomechanik und Hydrodynamik	129
10	Elastizität fester Körper	130
10.1	Grundbegriffe	130
10.2	Einfache Verformungen	131
10.3	Zusammenfassung	139
10.4	Aufgaben	140
11	Eigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen	141
11.1	Grundbegriffe	141
11.2	Ruhende Flüssigkeiten und Gase: Hydrostatik	141
11.3	Stationäre Strömungen: Hydrodynamik	147
11.4	Stationäre Strömungen mit Reibung	155
11.5	Zusammenfassung	158
11.6	Aufgaben	159
III	Schwingungen und Wellen	163
12	Schwingungen	164
12.1	Periodische Zustandsänderungen, insbesondere harmonische Schwingungen	164
12.2	Harmonische Oszillatoren	166
12.3	Viskos gedämpfte Schwingungen	173
12.4	Erzwungene Schwingungen, Resonanz	176
12.5	Überlagerung von Schwingungen und gekoppelte Schwingungen	180
12.6	Zusammenfassung	182
12.7	Aufgaben	185

13	Mechanische Wellen und Akustik	190
13.1	Wellengleichung; Ausbreitung von Störungen	190
13.2	Harmonische Wellen	196
13.3	Energietransport in Schallwellen	200
13.4	Reflexion von Wellen	204
13.5	Stehende Wellen in einseitig begrenzten Medien	206
13.6	Tonhöhe und Lautstärke	209
13.7	Doppler-Effekt, Mach-Welle	210
13.8	Interferenz von Wellen	214
13.9	Beugung und Huygens'sches Prinzip	221
13.10	Reflexion und Brechung von Wellen	227
13.11	Ultraschall	229
13.12	Zusammenfassung	230
13.13	Aufgaben	234
14	Lichtwellen und Optik	239
14.1	Elektromagnetische Wellen und Licht	239
14.2	Reflexion und Transmission elektromagnetischer Wellen	242
14.3	Dispersion und Absorption elektromagnetischer Wellen	245
14.4	Spektralzerlegung durch Prisma und Beugungsgitter	246
14.5	Interferometrie	247
14.6	Lichtleiter	248
14.7	Linsen	250
14.8	Zusammenfassung	254
14.9	Aufgaben	256
IV	Elektrodynamik	259
15	Elektrostatik	260
15.1	Elektrische Ladung	260
15.2	Coulomb'sches Gesetz und Elektrische Feldstärke	262
15.3	Elektrische Spannung und elektrisches Potenzial	265
15.4	Ladungsverteilung	271
15.5	Verschiebungsdichte und Verschiebungsfluss	272
15.6	Influenz	279
15.7	Kapazität	280
15.8	Dielektrikum im elektrischen Feld	283
15.9	Energie im elektrischen Feld	288
15.10	Zusammenfassung	290
15.11	Aufgaben	291
16	Das stationäre elektrische Strömungsfeld	294
16.1	Elektrischer Strom	294
16.2	Ohm'sches Gesetz	297
16.3	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes	299
16.4	Leistung und Arbeit	301
16.5	Einführung in die Gleichstromtechnik	302
16.6	Zusammenfassung	310
16.7	Aufgaben	312
17	Magnetostatik	314
17.1	Grundlegende Erscheinungen	314
17.2	Magnetische Induktion und magnetischer Fluss	316

17.3	Magnetische Feldstärke und Durchflutungssatz	317
17.4	Magnetisches Moment	320
17.5	Kraftwirkung auf bewegte Ladungen im magnetischen Feld	322
17.6	Magnetische Polarisierung	326
17.7	Zusammenfassung	328
17.8	Aufgaben	329
18	Instationäre elektromagnetische Felder	331
18.1	Induktionsgesetz	331
18.2	Selbstinduktion und Selbstinduktivität	337
18.3	Der magnetische Kreis	339
18.4	Energie des magnetischen Feldes	342
18.5	Maxwell'sche Gleichungen	344
18.6	Zusammenfassung	345
18.7	Aufgaben	346
V	Thermodynamik	349
19	Gleichgewicht und Zustandsgrößen	350
19.1	Überblick	350
19.2	Systeme, Phasen und Zustandsgrößen	352
19.3	Gleichgewicht und Temperatur – Nullter Hauptsatz	354
19.4	Absolute Temperatur, Kelvin- und Celsius-Skala	357
19.5	Druck	359
19.6	Ideales Gas	360
19.7	Stoffmenge und Avogadrokonstante	363
19.8	Kinetische Theorie des idealen Gases	367
19.9	Zustandsgleichung realer Gase	370
19.10	Zustandsgleichung für Flüssigkeiten und Festkörper	372
19.11	Zusammenfassung	375
19.12	Aufgaben	376
20	Energieformen und Zustandsänderungen	378
20.1	Arbeit	378
20.2	Wärme und Wärmekapazität	379
20.3	Erzeugung von Wärme	387
20.4	Reversible und irreversible Prozesse	391
20.5	Spezielle Zustandsänderungen	393
20.6	Zusammenfassung	394
20.7	Aufgaben	396
21	Thermodynamische Hauptsätze	397
21.1	Nullter Hauptsatz	397
21.2	Erster Hauptsatz	397
21.3	Carnot'scher Kreisprozess und Entropie	402
21.4	Zweiter Hauptsatz	409
21.5	Entropie – mikroskopisch betrachtet	410
21.6	Abgeschlossenes System im Gleichgewicht	411
21.7	Thermodynamische Maschinen	413
21.8	Zusammenfassung	418
21.9	Aufgaben	419

22	Nichtgleichgewichtsprozesse	421
22.1	Temperaturausgleich	421
22.2	Wärmeübertragung	424
22.3	Zusammengesetzte Wärmeübertragung	430
22.4	Zusammenfassung	433
22.5	Aufgaben	434
23	Phasenumwandlungen	436
23.1	Aggregatzustände und Phasenübergänge	436
23.2	Klassifikation von Phasenübergängen	439
23.3	Phasengleichgewicht	441
23.4	Beispiele für Phasenübergänge	442
23.5	Zusammenfassung	444
23.6	Aufgaben	444
	Lösungen der Aufgaben	445
	Sachwortverzeichnis	452

Verzeichnis der Beispiele

1.1	Rechnen mit Größengleichungen	3
1.2	Standardabweichung des Mittelwertes	4
3.1	Durchschnittsgeschwindigkeit eines ICE	11
3.2	Durchschnittsbeschleunigung eines ICE	14
3.3	Berechnung von Δx aus der Fläche unter $v(t)$	16
3.4	Überholen von Fahrzeugen	17
3.5	Bremsweg und Verzögerung eines PKW	19
3.6	Hochspringer	21
4.1	Weitspringer	36
4.2	Kugelstoßer	36
4.3	Bahnkurve eines Wasserstrahls	36
4.4	Radialbeschleunigung bei einer Langspielplatte	40
4.5	Drehbewegung mit verschiedenen Winkelbeschleunigungen	41
4.6	Geschwindigkeit eines Randpunktes beim rollenden Rad	43
5.1	Gleiter auf Luftkissenbahn	49
5.2	Aufprall gegen ein Hindernis	49
5.3	Gewichtheber	51
5.4	Bewegung auf der schiefen Ebene	52
5.5	3. Newton'sches Gesetz	53
5.6	Verknüpfung von zwei Federn	54
5.7	Reibung auf der schiefen Ebene	56
5.8	Gehen	56
5.9	Antriebskraft bei Radfahrzeugen	56
5.10	Trägheitskraft beim Anfahren	59
5.11	Kräftegleichgewicht im beschleunigten System	59
5.12	Atwood-Maschine mit trägheitsloser Rolle	59
6.1	Reibungsarbeit	64
6.2	Hubarbeit	64
6.3	Verformungsarbeit	65
6.4	Fall eines Balls mit Reflexion am Boden	68
6.5	Beschleunigungsarbeit	70
6.6	Federkraft	72
6.7	Energieerhaltung bei Federn	73
6.8	Rutschen eines Schlittens auf einer schiefen Ebene mit Reibung	75
6.9	Leistung eines PKW	76
7.1	Zwei Gleiter auf der Luftkissenfahrbahn	82
7.2	Der steinschleudernde Astronaut	82
7.3	Fall mit anschließendem Stoß von zwei Kugeln	84
7.4	Ballistisches Pendel	86
8.1	Rad auf Kreisbahn	92
8.2	Fortsetzung – Rad auf Kreisbahn	94
8.3	Kräftepaar	96
8.4	Massenträgheitsmoment einer halbkreisförmigen Scheibe	100
8.5	Trägheitsmoment einer Hantel	101
8.6	Atwood-Maschine	102
8.7	Bestimmung von Drehmoment und Leistung mit dem Prony'schen Zaum	103
8.8	Energie eines Schwungrades	104
8.9	Rollende Körper auf einer schiefen Ebene	105

8.10	Ultrazentrifuge	107
8.11	Überhöhte Eisenbahnkurve	108
8.12	Kugel in einer rotierenden Kreisrinne	108
8.13	Gleichgewicht einer Hantel	111
8.14	Drehstuhlexperiment 1	112
8.15	Drehstuhlexperiment 2	113
8.16	Scheibe auf einer Kreisbahn	117
9.1	Masse der Sonne	124
9.2	Fluchtgeschwindigkeit	126
10.1	Dehnung eines Drahtes	133
10.2	Deformation eines Gummiwürfels	135
10.3	Torsion eines Drahtes	137
11.1	Wasser im Schwerfeld an der Erdoberfläche	144
11.2	Füllstandsanzeiger und U-Rohr-Manometer	145
11.3	Senkwaage	146
11.4	Geschwindigkeitsbestimmung mit dem Prandtl'schen Staurohr	152
11.5	Schmierung	157
12.1	Die Dreh- oder Torsionsschwingung (Unruh einer Uhr)	170
12.2	Das (mathematische) Schwerependel	170
12.3	Das physikalische Pendel	171
12.4	Zeigerinstrument	176
12.5	Erzwungene Schwingungen in der Technik	177
13.1	Transversale Welle auf einem elastischen Seil	195
13.2	Longitudinale Welle längs eines elastischen Stabes	196
13.3	Schallwelle in einer Gas- oder Flüssigkeitssäule	196
13.4	Phasendifferenz bei einer harmonischen Welle	198
13.5	Auslenkungsamplitude von Luftmolekülen in einer Schallwelle	203
13.6	Schallpegel einer Schallwelle	210
13.7	Dopplereffekt eines hupenden, fahrenden Fahrzeuges	213
13.8	Richtung der Auslöschung, Verstärkung	220
15.1	Elektrische Feldstärke als Gradient der Potenzialfunktion einer Punktladung	270
15.2	Verschiebungsdichte und elektrische Feldstärke einer leitenden Kugel	276
15.3	Verschiebungsdichte und elektrische Feldstärke einer Koaxialleitung	277
15.4	Influenz im Plattenkondensator	280
15.5	Kapazität eines Kugelkondensators mit konzentrischen Kugelelektroden	286
15.6	Kapazität einer Koaxialleitung	288
16.1	Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem Metalldraht	296
16.2	Widerstand und Temperaturkoeffizient eines Metallwiderstandes bei verschiedenen Temperaturen	300
16.3	Ströme und Spannungen in einem Gleichstromkreis	308
16.4	Leistungen in einem Gleichstromkreis mit realer Spannungsquelle	309
17.1	Toroidspule mit Materiefüllung	319
17.2	Magnetische Induktion einer langen Zylinderspule	320
17.3	Magnetisches Moment einer langen Zylinderspule	322
17.4	Zeigerausschlag eines Drehspulmesswerkes	324
17.5	Kraft zwischen den Drähten einer zweiadrigen Leitung	325
18.1	Rotierende Leiterschleife im homogenen Magnetfeld	336
18.2	Einschaltstrom bei Spulen	338
18.3	Induktivität einer langen Zylinderspule	341
18.4	Toroidspule mit zwei Wicklungen als Transformator	341
18.5	Magnetische Energie einer Toroidspule	343

19.1	Bestimmung von Stoffmengen	364
19.2	Abhängigkeit der Dichte von Temperatur und Druck	365
19.3	Dichte von Helium bei Normbedingungen	365
19.4	Barometrische Höhenformel und Boltzmannfaktor	365
19.5	Mittlere quadratische Geschwindigkeit von H_2	370
19.6	Plasmaphase von H_2	370
20.1	Wärmeerzeugung mit einem Tauchsieder	388
20.2	Abwärme eines Widerstandes	388
20.3	Abstoppen einer Kugel im Sandsack	388
20.4	Kohlefeuerung	390
20.5	Aufwärmung einer Platte in der Sonne	390
20.6	Isotherme Expansion	392
20.7	Arbeit eines idealen Gases	394
21.1	Innere Energie und geleistete Arbeit bei Zustandsänderung des idealen Gases	399
21.2	Adiabatengleichung eines idealen Gases	400
21.3	Entropie eines idealen Gases	406
21.4	Zimmerheizung	417
22.1	Mischungstemperatur bei kleinem ΔT	423
22.2	Abkühlung eines Metallwerkstücks in Luft	427
22.3	Wärmedurchgang	432
22.4	Wärmeleitung durch eine Wand mit mehreren Schichten	432
23.1	Erwärmung eines Eisblocks	436

Verzeichnis der Tabellen

1.1	Basisgrößen und Basiseinheiten im SI-System	1
1.2	Vorsätze für Maßeinheiten	2
1.3	Fehlerfortpflanzung	5
4.1	Vergleich der kinematischen Größen von Translation und Rotation	44
5.1	Reibungskoeffizienten	57
8.1	Translation–Rotation	90
8.2	Massenträgheitsmomente	99
8.3	Gegenüberstellung der Größen für Translation und Rotation	106
9.1	Daten von Himmelskörpern	123
10.1	Einige Werte für den Elastizitätsmodul	132
11.1	Vergleich von Kompressibilitäten	142
11.2	Dichte verschiedener Materialien	142
11.3	Zähigkeitswerte bei 20 °C	157
14.1	Frequenzspektrum	241
14.2	Wellenlängen der einzelnen Farbbereiche	242
15.1	Dielektrizitätszahlen verschiedener Dielektrika	286
19.1	Verschiedene Thermometer	357
19.2	Ausdehnungskoeffizienten	374
20.1	Spezifische Wärmekapazität	381
20.2	Molare Wärmekapazität $C_{V,mol}$ von Gasen bei $T = 0\text{ °C}$	385
20.3	Molare Wärmekapazität bei Zimmertemperatur und Atmosphärendruck	387
20.4	Heizwerte einiger fester, flüssiger und gasförmiger Stoffe	389
22.1	Verschiedene Werte des Wärmeübergangskoeffizienten in $W/(m^2 \cdot K)$	427
22.2	Wärmeleitfähigkeit für verschiedene Stoffe in $W/(m \cdot K)$	429
23.1	Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme einiger Stoffe	437

1 Einleitung

1.1 Physikalische Größen

Die Physik beschäftigt sich mit Erscheinungen, die durch **messbare** Eigenschaften erfasst werden können. Solche Eigenschaften nennt man **physikalische Größen**. Beispiele dafür sind Zeit, Länge, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft und Volumen.

Man unterscheidet zwischen Basisgrößen und abgeleiteten Größen. **Basisgrößen** wie Länge, Zeit und Masse sind alleine durch Messvorschriften, ohne Bezug auf andere physikalische Größen definiert. **Abgeleitete Größen** werden mit Hilfe mathematischer Ausdrücke aus den Basisgrößen errechnet. So erhält man z. B. die abgeleitete Größe Geschwindigkeit v aus der gefahrenen Strecke Δx und der benötigten Zeit Δt durch die Formel

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.1)$$

Einheiten

Alle physikalischen Größen G werden als Produkt eines Zahlenwertes $\{G\}$ und einer **Einheit** $[G]$ geschrieben:

$$G = \{G\} \cdot [G] \quad (1.2)$$

z. B.: Länge $l = 3 \text{ m}$

Die zu den Basisgrößen gehörenden **Basiseinheiten** sind im SI-Einheitensystem (Système Internationale d'Unités) definiert. Tabelle 1.1 gibt die sieben Basiseinheiten an, die seit 1969 gesetzlicher Standard sind.

Tabelle 1.1 Basisgrößen und Basiseinheiten im SI-System

Basisgröße	Größenzeichen	Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
El. Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Lichtstärke	I	Candela	cd
Stoffmenge	n	Mol	mol

Man kennzeichnet die um den Faktor 10^n vergrößerte oder verkleinerte Einheit durch Hinzufügen der in der Tabelle 1.2 genannten Vorsätze.

Beispiel: 1 **Kilometer** = 1 **km** = **1000 m**

Damit ergeben sich einfache Schreibweisen für ansonsten unhandlich große oder kleine Messgrößen.

Tabelle 1.2 Vorsätze für Maßeinheiten

10^{18}	Exa	E	10^{-1}	Dezi	d
10^{15}	Peta	P	10^{-2}	Zenti	c
10^{12}	Tera	T	10^{-3}	Milli	m
10^9	Giga	G	10^{-6}	Mikro	μ
10^6	Mega	M	10^{-9}	Nano	n
10^3	Kilo	k	10^{-12}	Piko	p
10^2	Hekto	h	10^{-15}	Femto	f
10^1	Deka	da	10^{-18}	Atto	a

Für abgeleitete Größen verwendet man die Einheit, die sich aus der Definitionsgleichung der Größe ergibt. Für die Geschwindigkeit ergibt sich z. B. aus der Gleichung (1.1):

$$[v] = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1.3)$$

Definition der Basiseinheiten

Am Beispiel der in der Mechanik verwendeten Basiseinheiten Meter, Kilogramm und Sekunde sieht man besonders deutlich, dass die Definition der Basiseinheiten einem geschichtlichen Wandel unterliegt, der durch die Fortschritte in der Messtechnik bedingt ist.

So wurde die Einheit der Längenmessung, das Meter, im Jahre 1795 von der französischen Nationalversammlung eingeführt. Es sollte ein 40 Millionstel des Erdumfangs darstellen. Bis in neuere Zeit wurde das Urmeter an einem Platinbarren genommen, der in der Nähe von Paris aufbewahrt wurde. Heute wird das **Meter** definiert über die Strecke, die das Licht während der Zeit von $(299\,792\,458)^{-1}$ s im Vakuum zurücklegt. Die erreichbare relative Genauigkeit liegt bei 10^{-14} .

Die Einheit der Massenbestimmung war in früheren Zeiten die Masse von 1 cm^3 Wasser. Sie ist jedoch nicht genügend reproduzierbar, sodass heute das **Kilogramm** durch die Masse eines Zylinders aus einer Platin-Iridium-Legierung mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-9} definiert ist.

Die Zeiteinheit Sekunde war früher so definiert, dass die mittlere Tageslänge 86 400 (= $24 \cdot 60 \cdot 60$) Sekunden betrug. Infolge der Fortschritte der Messgenauigkeit wurde festgestellt, dass die Tageslänge nicht hinreichend konstant ist, um als Bezugsnormale zu dienen. Daher wird heute die Basiseinheit **Sekunde** über die Dauer von 9 192 631 770 Perioden der Strahlung definiert, die beim Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Cäsium 133 auftritt. Die relative Genauigkeit beträgt wie bei der Basiseinheit Meter 10^{-14} .

Die restlichen Basiseinheiten sind wie folgt definiert (in Klammern die relative Genauigkeit):

- 1 **Ampère** ist die Stärke eines konstanten Stroms, der durch zwei im Vakuum parallel im Abstand von 1 Meter angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem kreisförmigen Querschnitt fließt und zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorruft (10^{-6}).
- 1 **Kelvin** ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser (10^{-6}).
- 1 **Candela** ist die Lichtstärke in eine bestimmte Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung $(1/683)$ W/sr beträgt ($5 \cdot 10^{-3}$).
- 1 **Mol** ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in $12 \cdot 10^{-3}$ Kilogramm des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind (10^{-6}).

Skalare, Vektoren und Tensoren

Alle physikalischen Größen können nach ihrem Verhalten beim Übergang von einem räumlichen Koordinatensystem auf ein anderes klassifiziert werden. Größen, die zu ihrer Bestimmung nur die Angabe von Maßzahl und Einheit benötigen, verhalten sich dabei anders als Größen, die zusätzlich noch die Angabe der Richtung benötigen. Größen, die durch Maßzahl und Einheit eindeutig gekennzeichnet sind, heißen **Skalare**: z. B. Masse, Zeit und Energie. Diejenigen Größen, die zu ihrer Charakterisierung noch der **Richtung** bedürfen, werden **Vektoren** genannt: z. B. Verschiebung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. Daneben gibt es noch Größen, die sich beim Wechsel des Koordinatensystems noch komplizierter verhalten. Sie werden **Tensoren** genannt, z. B. Spannungstensor, elektromagnetischer Feldstärketensor.

Größengleichungen

Gesetzmäßigkeiten der Physik werden durch Gleichungen formuliert, in denen als Variable physikalische Größen stehen. Der Vorteil dieser **Größengleichungen** ist, dass ihre Gültigkeit unabhängig von den verwendeten Einheiten ist.

Beispiel 1.1 ▼

Rechnen mit Größengleichungen

Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$.
Wie weit kommt es in der Beobachtungszeit $\Delta t = 36 \text{ s} = 0,01 \text{ h}$?

Lösung:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x = 10 \text{ m/s} \cdot 36 \text{ s} = 360 \text{ m} \quad (2)$$

$$\Delta x = 36 \text{ km/h} \cdot 0,01 \text{ h} = 0,36 \text{ km} = 360 \text{ m} \quad (3)$$

Beispiel 1.1 ▲

1.2 Messfehler

Jeder durch Messung gewonnene Wert einer physikalischen Größe ist mit Fehlern behaftet. Man unterscheidet zwischen zufälligen und systematischen Fehlern. Ein **systematischer Fehler** bleibt gleich groß, wenn man die Messung unter gleichen Bedingungen wiederholt; ein **zufälliger Fehler** ändert dabei seine Größe nach den Regeln des Zufalls. Misst man z. B. die Schwingungsdauer eines Fadenpendels mithilfe einer Handstoppuhr, so kann ein systematischer Fehler dadurch entstehen, dass die Uhr zu schnell läuft; einen zufälligen Fehler erzeugt man dadurch, dass man den Nulldurchgang des Pendels nicht genau trifft, und die Uhr bei einer Messung etwas zu früh, bei einer anderen dagegen etwas zu spät startet.

Das Vorhandensein zufälliger Fehler erkennt man daran, dass die Messergebnisse bei Messwiederholungen schwanken. Man kann sie teilweise beseitigen, indem man mehrere Messungen macht und die Ergebnisse mittelt. Systematische Fehler geben sich in den Messergebnissen nicht zu erkennen und sie können nur durch Verbesserung der Messapparatur verkleinert werden.

Mittelwert und Standardabweichung

Wird z. B. die Länge x einer bestimmten Strecke N -mal bestimmt, und bezeichnet man die Ergebnisse der Einzelmessungen mit x_1, x_2, \dots, x_N , so ist der **Mittelwert** \bar{x} definiert durch:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1.4)$$

Die Summe erstreckt sich über alle Messwerte x_i , wobei der Index i der Reihe nach die Werte $1, 2, \dots, N$ annimmt.

Um ein Maß für die Schwankung der Einzelergebnisse und damit für das Ausmaß der zufälligen Fehler zu erhalten, geht man von den Abweichungen ϵ_i der Einzelergebnisse vom Mittelwert aus:

$$\epsilon_i = x_i - \bar{x} \quad (1.5)$$

Der Mittelwert dieser Abweichungen ist kein gutes Maß für die Schwankung der Einzelergebnisse. Denn Abweichungen nach oben ($\epsilon > 0$) und Abweichungen nach unten ($\epsilon < 0$) würden sich dabei gegenseitig aufheben, sodass selbst bei sehr großer Schwankung ein Mittelwert nahe 0 heraus käme. Man beseitigt das Vorzeichen der Abweichungen daher zunächst durch Quadrieren, mittelt dann, und kompensiert das Quadrieren anschließend wieder durch Ziehen der Quadratwurzel. Man erhält so die folgende Definition für die **Standardabweichung** s , die das Ausmaß der Schwankung der Einzelergebnisse bei Messwiederholung beschreibt:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.6)$$

(Dass bei der Mittelung durch $N - 1$ geteilt werden muss, statt durch N , ergibt sich aus der Theorie der Fehlerrechnung und macht deutlich, dass die Berechnung der Standardabweichung nur bei einer großen Anzahl von Wiederholungsmessungen $N \gg 1$ sinnvoll ist.)

Mithilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie lässt sich zeigen, dass bei zufälligen Fehlern und sehr großer Anzahl N der Messwiederholungen 68 % aller Einzelmessungen im Bereich $\bar{x} \pm s$ liegen.

Standardabweichung des Mittelwertes

Der Mittelwert einer Messreihe ist immer besser als ein einzelner Messwert, da sich die zufälligen Fehler der Einzelergebnisse bei der Mittelwertbildung teilweise ausgleichen.

Quantitativ lässt sich sagen, dass der Mittelwert \bar{x} aus N Einzelmessungen in 68 % aller Fälle nicht weiter als $\Delta\bar{x}$ vom wahren Wert entfernt liegt. Dabei ist $\Delta\bar{x}$ die **Standardabweichung des Mittelwertes**, die sich aus der Standardabweichung s der Einzelmesswerte nach folgender Formel errechnet:

$$\Delta\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (1.7)$$

Wie man sieht, wird $\Delta\bar{x}$ und damit die **Ungenauigkeit des Mittelwertes** mit steigender Anzahl der Versuche N immer kleiner.

Was bedeutet das für die Praxis?

Beispiel 1.2 ▼

Standardabweichung des Mittelwertes

Bestimmt ein Vermesser für den Abstand x zweier Punkte nach 100 Messungen den Mittelwert $\bar{x} = 10,34$ m mit einer Standardabweichung $s = 0,30$ m, so ist die Ungenauigkeit des Mittelwertes $\Delta\bar{x} = s/\sqrt{100} = 0,03$ m. Der Vermesser wird daher seinen Messwert folgendermaßen angeben:

$$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} = 10,34 \text{ m} \pm 0,03 \text{ m} \quad \text{bzw.} \quad x = 10,34 \text{ m} (\pm 0,3 \%) \quad (1)$$

bei Verwendung von relativen Fehlern.

Beispiel 1.2 ▲

Fehlerfortpflanzung

Die Fläche eines Rechtecks ergibt sich als Produkt aus Länge und Breite

$$A = l \cdot b \quad (1.8)$$

Sind l und b fehlerbehaftete Messgrößen, so weicht auch die errechnete Fläche A um einen bestimmten Fehler von der wahren Fläche ab. Man spricht in diesem Fall von einer **Fehlerfortpflanzung**.

Der folgenden Tabelle kann man entnehmen, wie sich die Standardabweichung s_z einer errechneten Größe z , in Abhängigkeit von der Berechnungsformel, aus den Standardabweichungen s_x und s_y der in die Formel eingehenden Einzelwerte x und y ergibt.

Tabelle 1.3 Fehlerfortpflanzung

Berechnungsformel	Fehlerfortpflanzung
$z = x \pm y$	$s_z^2 = s_x^2 + s_y^2$
$z = x \cdot y$	$\left(\frac{s_z}{z}\right)^2 = \left(\frac{s_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{s_y}{y}\right)^2$
$z = x/y$	
$z = x^n$	$\left(\frac{s_z}{z}\right) = n \cdot \left(\frac{s_x}{x}\right)$

Teil I
Mechanik der Punktmasse
und des starren Körpers

2 Vorbemerkungen

2.1 Bezugssysteme

Zu Beginn jeder Behandlung von mechanischen Problemen müssen wir uns der Frage zuwenden, wie wir den Ort eines Körpers sinnvoll beschreiben. Diese Problematik soll am folgenden Beispiel erläutert werden.

Wenn wir nach einer Eisenbahnfahrt von Frankfurt nach Kassel sagen, dass wir eine Strecke von 200 km gefahren sind, so meinen wir, dass wir uns auf der Erdoberfläche um diese Entfernung vom Ausgangsort entfernt haben. Von der Sonne aus betrachtet entfernte sich der Zug während dieser Fahrt aber (zusammen mit der Erde) um viele tausend Kilometer vom Ausgangsort.

Dieses Beispiel soll verdeutlichen, dass die Ortsbestimmung eines Körpers immer in Bezug zu einem anderen Körper vorgenommen werden muss; ihr Ergebnis also von der Wahl des **Koordinatensystems** abhängt. Von der Festlegung des Koordinatensystems hängt auch die Beschreibung von Bewegungen ab, da diese durch die Veränderung des Ortes eines Körpers definiert sind. Daher ist jede Bewegung eine **Relativbewegung**. Die Definition einer absoluten Bewegung ohne Bezug zu einem anderen Körper ist physikalisch sinnlos. Das Koordinatensystem, relativ zu dem die Bewegung erfolgt, heißt **Bezugssystem**. Die Angabe des Bezugssystems ist für die Beschreibung jeder Bewegung unbedingt notwendig.

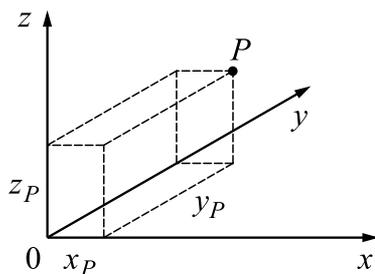


Abb. 2.1 Kartesisches Koordinatensystem

Eine kluge Wahl des Bezugssystems kann den Aufwand an mathematischer Beschreibung erheblich reduzieren. So führt z. B. der Frankfurter Hauptbahnhof von der Sonne aus gesehen eine Kreisbewegung um die Erdachse durch, der noch die Erdbewegung um die Sonne überlagert ist. Wählt man jedoch die Erde als Bezugssystem, so ruht er einfach.

In allen folgenden Diskussionen wird, wenn nicht anders erwähnt, ein **kartesisches Koordinatensystem** (s. Abb. 2.1) verwendet, das relativ zur Oberfläche der Erde **ruht**. Der Vorsatz kartesisch besagt, dass es aus geraden Achsen besteht, die aufeinander senkrecht stehen.

2.2 Gegenüberstellung Translation–Rotation

Oft hat die Ausdehnung eines Körpers auf die Berechnung seiner Bewegung keinen nennenswerten Einfluss. So ist z. B. die Länge, Breite und Höhe eines PKW für seinen Bremsweg unerheblich, wenn man die Luftreibung als bekannte Kraft berücksichtigt. In einem solchen Fall kann man den Körper als „**Massepunkt**“ behandeln. Das ist das Modell eines Körpers mit verschwindender Ausdehnung aber endlicher Masse. Bewegt sich ein solcher Massepunkt auf einer beliebigen Bahn, so spricht man von einer **Translationsbewegung**.

In Gegensatz dazu müssen **Rotationsbewegungen** gesehen werden, wie sie z. B. bei einem Propeller auftreten. Hier spielt die Ausdehnung des Körpers eine wichtige Rolle, denn ein großer Propeller lässt sich z. B. viel schwerer abbremsen als ein kleiner derselben Masse.

Wir beschränken uns auf Rotationen **starrer Körper**, bei denen alle Teile ihre Abstände zueinander beibehalten. Bei einer solchen Rotation um eine feste Drehachse bewegt sich jeder Punkt des Körpers auf einem Kreisbogen um diese Achse.

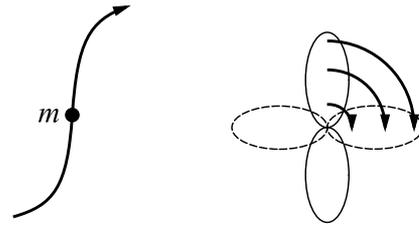


Abb. 2.2 Translation–Rotation

3 Kinematik der geradlinigen Bewegung

3.1 Orts-Zeit-Diagramme

Als Beispiel für eine geradlinige Bewegung eignet sich die Fahrt eines Zuges auf einer geraden Strecke (bzw. die Fahrt eines Wagens auf der Fahrbahn im Hörsaal). Zur Messung des momentanen Ortes muss dabei immer der gleiche repräsentative Punkt des Fahrzeuges, z. B. der vordere Puffer der Lokomotive, genommen werden.

Die Wahl des Koordinatensystems bleibt der Willkür des Anwenders vorbehalten. Sinnvoll und vereinfachend ist es, die x -Achse in die Richtung der Schienen zu legen. (Es hätte aber auch die y - oder z -Achse sein können. Beim kartesischen Koordinatensystem sind die drei Achsen gleichberechtigt.) Durch diese Festlegung des Koordinatensystems ist nur die x -Koordinate eine Funktion der Zeit; die Koordinaten y und z haben konstante Werte und sind daher für die Beschreibung der Bewegung unerheblich. Man spricht von einer eindimensionalen Bewegung.

Eindimensionale Bewegung

$$\begin{aligned}x &= x(t) \\y &= \text{const.} \\z &= \text{const.}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Um jedem Ort auf der Strecke eindeutig eine x -Koordinate zuzuordnen zu können, muss noch eine Stelle der Strecke als **Ortsnullpunkt** festgelegt werden. Schließlich muss man noch die **positive Bahnrichtung** vereinbaren; sie gibt an, in welcher Richtung vom Nullpunkt die x -Koordinaten positive Werte erhalten. In der Gegenrichtung sind die Koordinatenwerte negativ. In ähnlicher Weise sind auch die Vorzeichen der Zeitkoordinate t zu verstehen: eine negative Zeitkoordinate bedeutet, dass das betrachtete Ereignis vor dem vereinbarten **Zeitnullpunkt** stattfindet.

Hinweis: Wenn nicht ausdrücklich etwas Anderes gesagt wird, wählen wir die positive Bahnrichtung immer so, dass sie mit der Fahrtrichtung übereinstimmt.

Bewegt sich ein Fahrzeug auf der Strecke, so wird jeder Zeitkoordinate t eindeutig die Ortskoordinate x zugeordnet, an der sich das Fahrzeug gerade befindet. Diese Zuordnung wird **Orts-Zeit-Funktion** und ihre Darstellung im Achsenkreuz **Orts-Zeit-Diagramm** genannt.

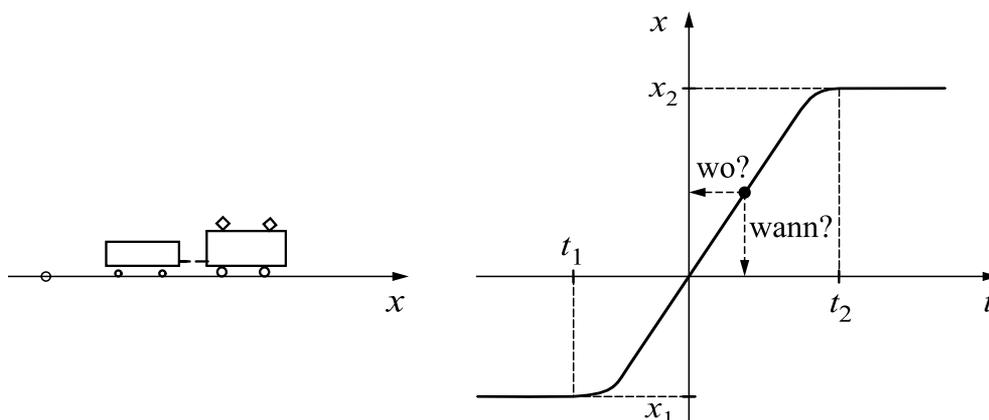


Abb. 3.1 Orts-Zeit-Diagramm

Zur Interpretation von Orts-Zeit-Diagrammen ist es hilfreich sich klar zu machen, dass die vertikale x -Achse der Fahrbahn entspricht, wobei ein x -Wert eine Aufschrift auf einem „Kilometerstein“

darstellt. Auf der t -Achse kann man ablesen, wann ein bestimmtes Ereignis stattfindet. Wie in Abb. 3.1 angedeutet, findet man deshalb die Antwort auf die Frage „wo?“ auf der x -Achse, die auf die Frage „wann?“ auf der t -Achse. Das in Abb. 3.1 dargestellte Diagramm stellt demnach einen Zug dar, der zu einer Zeit t_1 vor dem vereinbarten Zeitnullpunkt an einem Ort x_1 startet, der, in positiver Bahnrichtung gesehen, vor dem Ortsnullpunkt liegt. Zum vereinbarten Zeitnullpunkt fährt er gerade am Ortsnullpunkt vorbei und bleibt zum späteren Zeitpunkt t_2 beim Ort x_2 wieder stehen.

3.2 Geschwindigkeit

Betrachten wir eine andere Zugbewegung, die durch das Diagramm in Abb. 3.2 dargestellt ist.

Für den Fahrgast interessant ist die Frage, wie schnell er die Strecke zwischen den Bahnhöfen 1 und 2 zurücklegt, deren Koordinaten durch x_1 bzw. x_2 gegeben sind. Der Zug legt die Wegstrecke $\Delta x = x_2 - x_1$ in der Zeitdauer $\Delta t = t_2 - t_1$ zurück. Die Zeiten t_1 und t_2 sind die Abfahrts- und Ankunftszeit des Zuges. Mit diesen Weg- und Zeitdifferenzen kann man die **Durchschnittsgeschwindigkeit** \bar{v} (sprich v quer) definieren:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad [\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.2)$$

In Worten:

Durchschnittsgeschwindigkeit ist zurückgelegter Weg Δx geteilt durch benötigte Zeit Δt .

Die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} gibt anschaulich die Steigung der Sekante zwischen den Punkten (x_1, t_1) und (x_2, t_2) im Orts-Zeit-Diagramm an. Das zugehörige **Steigungsdreieck** setzt sich aus dieser Sekante als Hypotenuse und den Katheten Δt und Δx zusammen.

Hinweis: Bei der Verwendung der Durchschnittsgeschwindigkeit ist Vorsicht geboten, wenn sich die Bewegungsrichtung während der betrachteten Zeitdauer ändert: Wenn ein Schwimmer auf einer 50-m-Bahn nach zwei Bahnlängen wieder an den Ausgangspunkt zurückkehrt, ist sowohl $x_1 = 0$ als auch $x_2 = 0$. Nach obiger Definition beträgt demgemäß die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v} = 0$, unabhängig davon, welches Tempo der Schwimmer unterwegs hatte.

Dieses Beispiel zeigt, dass die in der Physik verwendete Bedeutung eines Begriffs nicht immer mit seiner Alltagsbedeutung übereinstimmt.

Beispiel 3.1 ▼

Durchschnittsgeschwindigkeit eines ICE

Der ICE 593 verlässt Frankfurt/Main um 6.07 Uhr und erreicht Hamburg Hbf. um 9.42 Uhr. Die Entfernung beträgt laut Fahrplan 539 km.

Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit?

Lösung:

$$\Delta x = 539 \text{ km} = 539 \cdot 10^3 \text{ m} \quad (1)$$

$$\Delta t = 3 \text{ h} 35 \text{ min} = 3 \cdot 3600 \text{ s} + 35 \cdot 60 \text{ s} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ s} \quad (2)$$

$$\bar{v} = \frac{539 \cdot 10^3 \text{ m}}{1,29 \cdot 10^4 \text{ s}} = 41,78 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$41,78 \text{ m/s} = 41,78 \cdot \frac{\text{km}}{1000} / \frac{\text{h}}{3600} = 150,4 \text{ km/h} \quad (4)$$

Hinweis: Man rechnet in neue Einheiten um, indem man die alten Einheiten schrittweise durch **denselben Größenwert**, ausgedrückt in der neuen Einheit, ersetzt; so z. B. m durch km/1000.

Beispiel 3.1 ▲

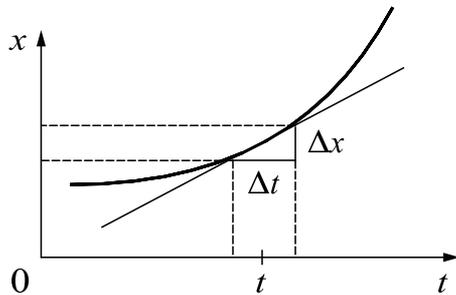


Abb. 3.3 Momentangeschwindigkeit als Tangentensteigung

Interessieren wir uns bei der Zugbewegung nach Abb. 3.2 für die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} bei immer kürzer werdenden Zeitdauern Δt (bzw. Wegstrecken Δx), so gelangen wir gemäß Abb. 3.3 zu dem Begriff der **Momentangeschwindigkeit** v , die auch einfach als Geschwindigkeit bezeichnet wird.

Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Big|_{t_2 \rightarrow t_1} \quad (3.3)$$

(wobei Δt sehr klein ist und gegen null tendiert)

Mathematisch wird dies korrekt mit dem Begriff des **Grenzwertes** (limes) für verschwindende Zeitdauer Δt beschrieben:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (3.4)$$

Man sagt dann, dass die Geschwindigkeit v die **Ableitung** der Funktion $x(t)$ nach der Zeit t ist und schreibt:

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (3.5)$$

Die Momentangeschwindigkeit $v(t)$ gibt anschaulich die Steigung der Tangente im Punkt t an das Orts-Zeit-Diagramm an.

Die Geschwindigkeit kann gemäß Gl. (3.3) negative Werte annehmen. Dies ist der Fall, wenn t_2 größer als t_1 aber x_2 kleiner als x_1 ist, das Fahrzeug also zur späteren Zeit bei der kleineren Ortskoordinate vorbei fährt. **Negative Geschwindigkeiten** bedeuten daher anschaulich, dass das Fahrzeug sich entgegen der als positiv festgelegten Bahnrichtung bewegt.

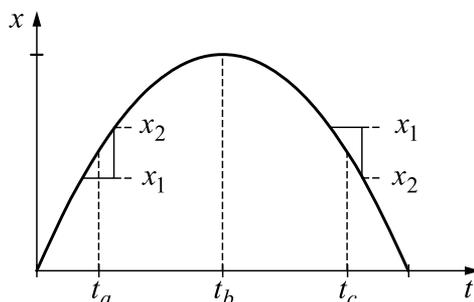


Abb. 3.4 Zum Vorzeichen der Geschwindigkeit

Das ist ein wesentlicher Unterschied zu der umgangssprachlichen Anwendung des Begriffs Geschwindigkeit. Dort wird in der Regel die Richtung der Bewegung nicht durch ein Vorzeichen erfasst, meist ist nur der Betrag $|v|$ gemeint.

Bestimmt man die Geschwindigkeiten der in Abb. 3.4 dargestellten Bewegung (Senkrechter Wurf) mithilfe der Gl. (3.3), so erkennt man drei verschiedene Fälle:

- $t = t_a$ Das x - t -Diagramm steigt an, d. h. der Körper bewegt sich in die positive Bahnrichtung $\implies x_2 > x_1 \implies \Delta x > 0 \implies v > 0$
- $t = t_b$ Das x - t -Diagramm verläuft waagrecht d. h. der Körper ruht (in diesem Koordinatensystem und eventuell nur kurzzeitig) $\implies x_2 = x_1 \implies \Delta x = 0 \implies v = 0$
- $t = t_c$ Das x - t -Diagramm fällt ab, d. h. der Körper bewegt sich entgegen der positiven Bahnrichtung $\implies x_2 < x_1 \implies \Delta x < 0 \implies v < 0$

Ein physikalisches Experiment zur Bestimmung der Momentangeschwindigkeit eines Zuges besteht darin, eine kurze Wegstrecke, z. B. $\Delta x = 1$ m, abzustecken und die von den Puffern der Lok zur Durchquerung dieser Strecke benötigte Zeitdifferenz mit einer Stoppuhr zu ermitteln. Bei den heute erreichbaren Zuggeschwindigkeiten können dabei Zeitdifferenzen unter $\Delta t = 14$ ms auftreten, sodass eine elektronische Auslösung, z. B. mit Lichtschranken, unerlässlich ist.

Aus physikalischer Sicht ist zur Definition der Momentangeschwindigkeit mittels Grenzwert $\Delta t \rightarrow 0$ zu bemerken, dass natürlich keine Messung bei verschwindender Zeitdifferenz möglich ist. Jede Geschwindigkeitsmessung setzt das Vorhandensein einer Messstrecke $\Delta x > 0$ (bzw. einer Zeitdifferenz $\Delta t > 0$) voraus. Das Ergebnis jeder Messung $\Delta x / \Delta t$ ist definitionsgemäß eine Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} . Damit \bar{v} der Momentangeschwindigkeit v nahe kommt, muss die Messstrecke Δx so kurz gewählt werden, dass die Momentangeschwindigkeit innerhalb dieser Messstrecke als konstant betrachtet werden kann. Anschaulich bedeutet dies, dass das x - t -Diagramm innerhalb des Steigungsdreiecks einer Geraden ähnelt und die Steigung der Sekante deshalb ungefähr mit der Steigung der Tangente übereinstimmt.

3.3 Beschleunigung

Wenn man sagt, dass ein Eisenbahnzug beschleunigt, so ist die umgangssprachliche Bedeutung, dass sich seine Geschwindigkeit erhöht. Wir wollen jedoch jede Änderung der Geschwindigkeit, also auch ein Abbremsen, als Beschleunigung bezeichnen.

In Abb. 3.5 ist die Geschwindigkeit v eines Zuges über der Zeit t dargestellt (**Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm**). Er ändert seine Geschwindigkeit während der längeren Zeitdauer $\Delta t = t_2 - t_1$ um $\Delta v = v_2 - v_1$. Mit diesen Größen definiert man – analog zur Durchschnittsgeschwindigkeit – die **Durchschnittsbeschleunigung** \bar{a} :

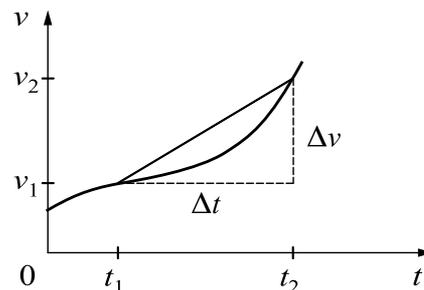


Abb. 3.5 Durchschnittsbeschleunigung

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}; \quad [\bar{a}] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3.6)$$

In Worten:

Durchschnittsbeschleunigung ist Geschwindigkeitsänderung Δv geteilt durch benötigte Zeit Δt .

Die Durchschnittsbeschleunigung gibt anschaulich die Steigung der Sekante zwischen den Punkten (v_1, t_1) und (v_2, t_2) im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm an. Das zugehörige **Steigungsdreieck** setzt sich aus dieser Sekante als Hypotenuse und den Katheten Δt und Δv zusammen.

Hinweis: Wie bei der Durchschnittsgeschwindigkeit ist auch bei der Anwendung der Durchschnittsbeschleunigung Vorsicht geboten, wenn die Momentangeschwindigkeit im betrachteten

Zeitintervall sowohl steigt als auch fällt. In diesem Fall kann die Durchschnittsbeschleunigung nämlich den Wert 0 haben, obwohl sich die Geschwindigkeit geändert hat.

Beispiel 3.2 ▼

Durchschnittsbeschleunigung eines ICE

ICE-Zug der Bundesbahn erreicht seine Fahrgeschwindigkeit von 250 km/h innerhalb von 600 Sekunden. Zum Abbremsen benötigt er 139 Sekunden, zur Notbremsung 57 Sekunden.

Wie groß sind die durchschnittlichen Beschleunigungen während des Anfahrens und des Verzögerns?

Lösung:

Aus Gl. (3.6) erhalten wir:

$$\begin{aligned} \text{Anfahren} \quad \bar{a} &= \frac{(250 - 0) \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \frac{1}{600 \text{ s}} = 0,116 \text{ m/s}^2 \\ \text{Abbremsen} \quad \bar{a} &= \frac{(0 - 250) \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \frac{1}{139 \text{ s}} = -0,5 \text{ m/s}^2 \\ \text{Notbremsen} \quad \bar{a} &= \frac{(0 - 250) \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \frac{1}{57 \text{ s}} = -1,22 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Beispiel 3.2 ▲

Wählen wir das Zeitintervall Δt bei der Messung der Beschleunigung \bar{a} immer kürzer, so kommen wir in Analogie zur Momentangeschwindigkeit zum Begriff der **Momentanbeschleunigung** a , die wir in Zukunft nur noch als Beschleunigung bezeichnen wollen:

Beschleunigung

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Big|_{\Delta t \rightarrow 0} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Big|_{t_2 \rightarrow t_1} \quad (3.7)$$

Wie bei der Momentangeschwindigkeit v kann dieser Sachverhalt mit einem Grenzwert beschrieben werden:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (3.8)$$

Die Beschleunigung a ist die Ableitung der v - t -Funktion nach der Zeit. Da die Geschwindigkeit ihrerseits eine Ableitung darstellt, ergibt sich folgende Schreibweise:

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}; \quad v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

also zusammengefasst

$$a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x} \quad [a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3.9)$$

Die Beschleunigung ist die **zweite Ableitung** der Orts-Zeit-Funktion $x(t)$.

Die Beschleunigung a stellt anschaulich die Steigung der Tangente im v - t -Diagramm dar.

Aus Abb. 3.6 können die nachstehend beschriebenen Fälle abgelesen werden:

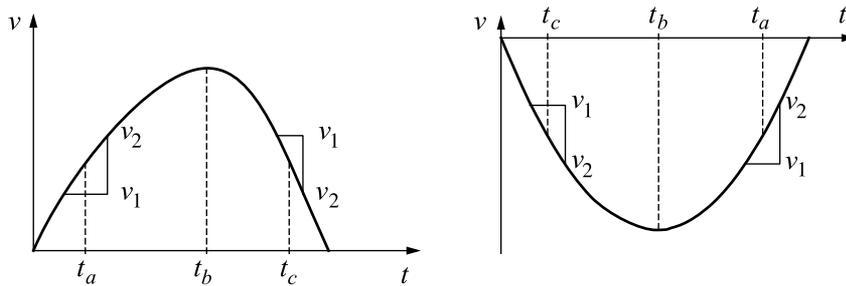


Abb. 3.6 Zum Vorzeichen der Beschleunigung

$t = t_a$ Das v - t -Diagramm steigt an $\implies v_2 > v_1 \implies \Delta v > 0 \implies a > 0$

$t = t_b$ Das v - t -Diagramm verläuft waagrecht, d. h. der Körper ändert seine Geschwindigkeit (evtl. nur kurzzeitig) nicht. $\implies v_2 = v_1 \implies \Delta v = 0 \implies a = 0$

$t = t_c$ Das v - t -Diagramm fällt ab $\implies v_2 < v_1 \implies \Delta v < 0 \implies a < 0$

Hinweis: Das Vorzeichen der Beschleunigung hängt nicht eindeutig mit den umgangssprachlichen Begriffen „schneller werden“ und „abbremsen“ zusammen. Bei Fahrt in die positive Bahnrichtung (die Geschwindigkeitswerte sind positiv) gilt gemäß dem linken Diagramm von Abb. 3.6, dass positive Beschleunigung (t_a) „schneller werden“ und negative Beschleunigung (t_c) „abbremsen“ bedeutet. Am rechten Diagramm erkennt man aber, dass der Zusammenhang bei einer Fahrt gegen die positive Bahnrichtung (die Geschwindigkeitswerte sind negativ) gerade umgekehrt ist.

3.4 Bestimmung der Wegstrecke Δx und der Geschwindigkeitsänderung Δv

Um zu berechnen, welche Strecke Δx ein Fahrzeug während einer bestimmten Zeitdauer Δt zurücklegt und um wie viel sich dabei seine Geschwindigkeit ändert (Δv), bieten sich die Definitionsgleichungen (3.2) und (3.6) an. Aufgelöst lauten sie:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \bar{v} \cdot \Delta t \\ x_2 &= x_1 + \bar{v} \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta v &= \bar{a} \cdot \Delta t \\ v_2 &= v_1 + \bar{a} \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Diese Gleichungen sind allerdings nur dann anwendbar, wenn die Durchschnittsgeschwindigkeit und die Durchschnittsbeschleunigung während der Zeit Δt bekannt sind. Im anderen Fall muss man eine Methode anwenden, die nun zunächst für die Berechnung der **zurückgelegten Strecke** Δx vorgeführt werden soll.

Wir setzen die Kenntnis des Verlaufs der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit voraus. Ein Beispiel zeigt Abb. 3.7.

Die Definitionsgleichung der Momentangeschwindigkeit (Gl. (3.3)) lautet aufgelöst:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \quad |_{\Delta t \rightarrow 0} \quad (3.12)$$

Sie ist natürlich auch in dieser Form, wie die ursprüngliche Gleichung, nur für $\Delta t \rightarrow 0$ gültig, wobei v jeweils die Geschwindigkeit während des betrachteten, sehr kurzen Zeitintervalls Δt ist.

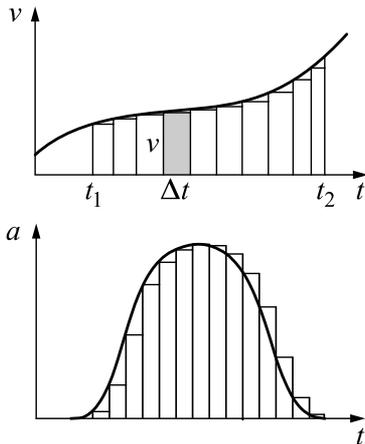


Abb. 3.7 Ermittlung der Wegstrecke Δx und der Geschwindigkeitsänderung Δv

Wir teilen deshalb die gesamte Zeitdauer zwischen t_1 und t_2 , wie in Abb. 3.7 angedeutet, in lauter sehr kleine Zeitabschnitte Δt auf. Mit der Gl. (3.12) lassen sich dann alle Teilstrecken errechnen, die während dieser kleinen Δt zurückgelegt werden. Durch Aufsummation dieser Teilstrecken erhält man die gesamte zwischen t_1 und t_2 zurückgelegte Strecke.

$$\begin{aligned} \Delta x &\approx v(t_1) \cdot \Delta t + v(t_1 + \Delta t) \cdot \Delta t + \dots \\ &\quad + v(t_1 + (n-1) \cdot \Delta t) \cdot \Delta t \\ &\approx \sum_{i=0}^{n-1} v(t_1 + i\Delta t) \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (3.13)$$

Im Grenzfall unendlich kleiner und deshalb unendlich vieler Zeitintervalle, $n \rightarrow \infty$, geht die Summe in ein Integral über. Aus dem Ungefährsymbol wird das Gleichheitszeichen:

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (3.14)$$

Eine geometrische Deutung der Summe in Gl. (3.13) erhält man, wenn man sich klar macht, dass jedes einzelne ihrer Produkte $v \cdot \Delta t$ den Flächeninhalt des zugehörigen, in Abb. 3.7 angedeuteten Rechtecks darstellt. Die Summe entspricht also der Gesamtfläche aller Rechtecke zwischen t_1 und t_2 . Für $n \rightarrow \infty$ wird die Treppenkurve der Rechtecksoberkanten mit der $v(t)$ -Kurve identisch, sodass wir das folgende Ergebnis erhalten:

Die zwischen den Zeiten t_1 und t_2 zurückgelegte Strecke Δx entspricht der Größe der Fläche unter der $v(t)$ -Kurve zwischen diesen Zeiten.

Beispiel 3.3 ▼

Berechnung von Δx aus der Fläche unter $v(t)$

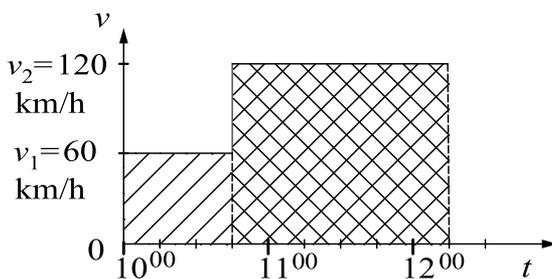


Abb. 3.8 Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

Für einen PKW, der ein v - t -Diagramm gemäß der Abb. 3.8 aufweist, soll die gesamte gefahrene Strecke Δx_{ges} im Zeitraum zwischen 10.00 Uhr und 12.15 Uhr bestimmt werden. Die Geschwindigkeitsänderung bei 10.45 Uhr geschieht so rasch, dass die v - t -Kurve bei der gewählten Auflösung der t -Achse als Stufenkurve gezeichnet werden kann.

Lösung:

Die gesamte Wegstrecke Δx_{ges} ergibt sich aus der Fläche unter dem v - t -Diagramm:

$$\begin{aligned} \Delta x_{\text{ges}} &= v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 \\ &= 60 \text{ km/h} \cdot 0,75 \text{ h} + 120 \text{ km/h} \cdot 1,5 \text{ h} = 225 \text{ km} \end{aligned} \quad (1)$$

Hinweis: Wenn man diese Aufgabe mit Gl. (3.10) lösen will, muss man beachten, dass

$$\bar{v} \neq \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (2)$$

Nur im Falle gleicher Zeitintervalle $\Delta t_1 = \Delta t_2$ lässt sich \bar{v} in dieser üblichen Weise berechnen.

Beispiel 3.3 ▲