



Physik

FOS Technik Bayern Jahrgangsstufe 12

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 87829

Autoren des Buches „Physik – FOS Technik Bayern Jahrgangsstufe 12“

Patrick Drössler	Amberg
Harald Vogel	Inning a. Ammersee
Dr. Petra Weidenhammer	München

Lektorat: Josef Dillinger

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

1. Auflage 2018, korrigierter Nachdruck 2019

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-8782-9

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagfotos: © libor-stock.adobe.com und Autorenfoto
Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Das Lehrbuch setzt das Kompetenzstrukturmodell des an bayerischen Fachoberschulen (FOS) ab Schuljahr 2017/18 geltenden LehrplanPLUS um. Es deckt alle im Fachlehrplan Physik enthaltenen Inhalte und Kompetenzen ab.

In der 12. Jahrgangsstufe der FOS wird mit den Themen

- **Kreisbewegung,**
- **Mechanische Schwingungen und Wellen**

zunächst die Mechanik fortgeführt.

Die Themen

- **Elektrische und magnetische Felder und**
- **Elektromagnetische Induktion**

schließen diesen Band ab.

Zu jedem der Themen werden technische Anwendungen diskutiert und weiterführende Ausblicke gegeben.

Das Lehrwerk legt erneut großen Wert auf die Beschreibung von Aufbau, Durchführung und Auswertung zentraler Experimente, wobei unterschiedliche Messverfahren zum Einsatz kommen. Einen größeren Raum als im Band der Jahrgangsstufe 11 nimmt die Diskussion der Ergebnisse und deren Abweichung von den theoretischen Vorhersagen ein. Bei der modellhaften Beschreibung der untersuchten Phänomene werden die im Mathematikunterricht der 11. und 12. Klasse behandelten Funktionen und Methoden der Differenzialrechnung angewendet.

Lernen mit Aufgaben

Am Ende jedes Kapitels finden sich Aufgabenbeispiele sowie zahlreiche Aufgaben, die die Fach- und Prozesskompetenzen auf unterschiedlichem Niveau ansprechen. Diese sind als Ergänzung des Lehrtextes zu sehen. Sie können sowohl im Unterricht als auch zur selbstständigen Bearbeitung herangezogen werden. Die zahlreichen kompetenzorientierten Aufgaben mit Hinweisen und Lösungen ergänzen den Lehrtext und leiten die Schülerinnen und Schüler zu selbstständigem Arbeiten an.

Ein Buch für alle

Wir hoffen, dass dieses Buch allen Lehrenden und Lernenden der Physik in unserer Schulform eine Hilfe ist. Wir sprechen insbesondere alle Schülerinnen und Schüler unabhängig von deren Geschlecht an. Für eine bessere Lesbarkeit verwenden wir im Text im Allgemeinen nur eine – meist die männliche – Form und schließen hiermit explizit alle Geschlechter ein.

Wir wünschen Ihnen viel Freude mit unserem Buch und interessieren uns für Ihre Meinung! Teilen Sie uns Verbesserungsvorschläge, Kritik – gerne auch Lob – mit:

lektorat@europa-lehrmittel.de

München, im August 2018
Die Autoren

Inhaltsverzeichnis

1	Kreisbewegung	7
1.1	Grundlagen der Kreisbewegung.....	7
1.2	Gesetzmäßigkeiten der Kreisbewegung	10
1.3	Kurvenfahrten	13
1.4	Kreisbewegung am Himmel.....	16
1.5	Aufgaben zur Kreisbewegung	21
1.5.1	Aufgaben zu den Grundlagen der Kreisbewegung	21
1.5.2	Aufgaben zu den Gesetzmäßigkeiten der Kreisbewegung	22
1.5.3	Aufgaben zu Kurvenfahrten	25
1.5.4	Aufgaben zur Kreisbewegung am Himmel	26
2	Mechanische Schwingungen	29
2.1	Beispiele und Beschreibung schwingungsfähiger Systeme	29
2.1.1	Rücktreibende Kräfte	29
2.1.2	Kenngößen einer Schwingung	31
2.1.3	Äquivalenz zur Kreisbewegung	31
2.1.4	Die Bewegungsgleichung eines Oszillators	32
2.2	Harmonische Schwingungen.....	33
2.2.1	Lineares Kraftgesetz beim Feder-Schwere-Pendel	33
2.2.2	Die Differenzialgleichung der harmonischen Schwingung	34
2.2.3	Das Fadenpendel	36
2.2.4	Bewegungsgleichungen und Diagramme der harmonischen Schwingung	38
2.2.5	Energie der harmonischen Schwingung	39
2.2.6	Gedämpfte Schwingungen	41
2.2.7	Erzwungene Schwingungen und Resonanz	42
2.2.8	Überlagerte Schwingungen: Klang und Geräusch	44
2.3	Aufgaben zu harmonischen Schwingungen	45
3	Mechanische Wellen	48
3.1	Erzeugung mechanischer Wellen	48
3.1.1	Gekoppelte Pendel	48
3.1.2	Von der Störung zur Welle	48
3.1.3	Schallwellen	49
3.2	Beschreibung von Wellen.....	50
3.2.1	Grundgrößen	50
3.2.2	Die Wellengleichung für die lineare eindimensionale Transversalwelle	52
3.2.3	Weitere Wellenformen und Wellenwanne	54
3.2.4	Energie von mechanischen Wellen	55
3.3	Interferenz: Überlagerung von Wellen.....	56
3.3.1	Zwei lineare Wellen überlagern sich	56
3.3.2	Zwei Kreiswellen überlagern sich	57
3.4	Beugung	60
3.4.1	Elementarwellen und Superposition	60
3.4.2	Der Einfachspalt	61
3.4.3	Der Doppelspalt	61
3.5	Reflexion und stehende Wellen	63
3.5.1	Überlagerung von gegenläufigen Wellen	63
3.5.2	Reflexion von linearen Querwellen	64
3.5.3	Stehende Wellen auf einem beidseitig begrenzten Wellenträger	65
3.5.4	Fortschreitende und „stehende Welle“	67
3.5.5	Resonanz bei „stehenden Wellen“	68
3.6	Aufgaben zu mechanischen Wellen	69
4	Das elektrische Feld	72
4.1	Grundbegriffe der Elektrostatik	72
4.2	Elektrische Stromstärke, Ladung und Spannung.....	78

4.3	Elektrische Feldlinien und Feldstärke	81
4.4	Grundgleichung des elektrischen Feldes	84
4.5	Coulomb'sches Kraftgesetz	87
4.6	Feldstärke des radialsymmetrischen Feldes	88
4.7	Elektrische Spannung und Potential	91
4.7.1	Potential des homogenen Feldes	91
4.7.2	Potential des radialsymmetrischen Feldes	92
4.8	Kondensatoren	94
4.8.1	Kapazität eines Kondensators	95
4.8.2	Bauformen von Kondensatoren	98
4.8.3	Energieinhalt des Kondensators	100
4.8.4	Auf- und Entladekurve von Kondensatoren	102
4.8.5	Kondensatorschaltungen	104
4.9	Aufgaben zum elektrischen Feld	106
4.9.1	Aufgaben zu den Grundbegriffen der Elektrostatik	106
4.9.2	Aufgaben zu elektrischer Stromstärke, Ladung und Spannung	106
4.9.3	Aufgaben zu elektrischen Feldlinien und Feldstärke	107
4.9.4	Aufgaben zum elektrischen Feld	108
4.9.5	Aufgaben zum Coulomb'schen Kraftgesetz	108
4.9.6	Aufgaben zur Feldstärke des radialsymmetrischen Feldes	109
4.9.7	Aufgaben zur elektrischen Spannung und Potenzial	110
4.9.8	Aufgaben zu Kondensatoren	111
5	Das magnetische Feld	115
5.1	Grundlagen: Permanentmagnetismus	115
5.2	Grundlagen: Elektromagnetismus	119
5.3	Lorentz-Kraft	121
5.4	Magnetische Flussdichte	123
5.5	Flussdichte von Spulen	126
5.6	Aufgaben zum magnetischen Feld	131
5.6.1	Aufgaben zum Permanentmagnetismus	131
5.6.2	Aufgaben zum Elektromagnetismus	131
5.6.3	Aufgaben zur Lorentz-Kraft	132
5.6.4	Aufgaben zur magnetischen Flussdichte	133
5.6.5	Aufgaben zur Flussdichte von Spulen	134
6	Elektromagnetische Induktion und Wechselspannung	136
6.1	Induktion und Lenz'sche Regel	136
6.2	Magnetischer Fluss und Induktionsgesetz	139
6.3	Induktion im bewegten Leiter	140
6.4	Induktion im ruhenden Leiter	142
6.5	Selbstinduktion und magnetische Feldenergie	144
6.6	Wechselspannung	149
6.7	Aufgaben zur elektromagnetischen Induktion und Wechselspannung	153
6.7.1	Aufgaben zur Induktion und Lenz'schen Regel	153
6.7.2	Aufgaben zur Induktion im bewegten Leiter	154
6.7.3	Aufgaben zur Induktion im ruhenden Leiter	155
6.7.4	Aufgaben zur Selbstinduktion und magnetischen Feldenergie	155
6.7.5	Vermischte Aufgaben zu Kap. 6	156
	Lösungen	159
	Bildquellenverzeichnis	194
	Sachwortverzeichnis	196

1 Kreisbewegung

Auch wenn man ohne technische Hilfsmittel den Himmel betrachtet, kann man erkennen, dass sich Sterne um einen festen Punkt drehen (einen der beiden Himmelspole). Dies wurde bereits in den frühen Kulturen im vorderen Orient beobachtet. Damals ging man davon aus, dass sich Sonne, Mond, alle Fixsterne und die Planeten um die Erde drehen.

Nikolaus Kopernikus erklärte 1543, dass sich die Planeten um die Sonne bewegen. Dieses Thema wird im Abschnitt 1.4 ausführlicher behandelt.

Zunächst soll jedoch auf die Erfahrungen mit Kreisbewegungen im täglichen Leben eingegangen werden. Die zahllosen Beispiele lassen sich in zwei Bereiche gliedern:

1. Kreisbewegungen, die von außen beobachtet werden, also von einem ruhenden Beobachter. Sie werden in einem ruhenden Bezugssystem beschrieben.



Bild 2: Funkenspur bei einer Schleifscheibe



Bild 1: Der südliche Sternenhimmel in La Silla (Chile)

2. Kreisbewegungen, die der Beobachter miterlebt. Alles dreht sich um den Beobachter – es liegt ein beschleunigtes Bezugssystem vor (dazu später).



Bild 3: Im Kettenkarussell

Zunächst wird versucht, die Bewegung in einem ruhenden Bezugssystem zu beschreiben, d.h. persönliche Erfahrungen wie die „Fliehkraft“ treten in den Hintergrund bzw. spielen gar keine Rolle.

1.1 Grundlagen der Kreisbewegung



Bild 4: Drehende Rotoren



Bild 5: Looping bei der Achterbahn



Bild 6: Zentrifuge für Astronauten

Manche Kreisbewegungen sind so „schnell“, dass man die einzelnen Umläufe gar nicht mehr wahrnimmt, man kann sich dabei höchstens die „Drehzahl“ vorstellen, z. B. 3800 U/min. Andere sind so langsam, dass man sich am ehesten mit der Umlaufdauer ein Bild machen kann.

Die Umlaufdauer T gibt die Zeit an, die der Körper für einen Umlauf braucht.

Umlaufdauer T	$[T] = 1 \text{ s}$
-----------------	---------------------

Die Umlaufdauer des Stundenzeigers einer Uhr beträgt $12 \text{ h} = 720 \text{ min}$,

die eines Minutenzeigers 60 min und

die eines Sekundenzeigers $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$.

Diese eigenartige Umrechnung in 60er-Schritten ist ein Erbe der frühen Babylonier, die ihre Rechnungen auf einem System von 60 Ziffern aufbauten, dem Sexagesimalsystem. Es ist etwas komplizierter als das heute weit verbreitete Dezimalsystem – bei der Zeitangabe und bei der Winkelangabe ist es derzeit noch vorhanden.



Bild 1: Zifferblatt der Uhr von Big Ben

So wie man eine **geradlinige Bewegung** als **gleichförmig** bezeichnet, wenn in gleichen Zeitabschnitten Δt gleiche Wegabschnitte Δs bzw. Δx zurückgelegt werden, wird auch eine Kreisbewegung bezeichnet:

Eine **Kreisbewegung** heißt **gleichförmig**, wenn in gleichen Zeitabschnitten Δt gleiche Winkel $\Delta\varphi$ überstrichen werden.

Dabei ist der Quotient $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ konstant.

Bisher ganz logisch, das Problem dabei ist die Angabe des Winkels: Welche Einheit wird verwendet?

1. Gradmaß

Der Vollwinkel wird in 360 gleich große Teile aufgeteilt.

Ein solcher Teil wird als 1 **Grad** bezeichnet und mit dem Einheitenzeichen $^\circ$ gekennzeichnet.

In der Geometrie und bei vielen Anwendungen im täglichen Leben wird das Gradmaß verwendet (z. B. im Navi, bei Ortszuweisungen).

2. Gon (früher Neugrad)

Der Vollwinkel wird in 400 gleich große Teile aufgeteilt.

Ein solcher Teil wird als 1 **Gon** bezeichnet und mit der Einheit gon gekennzeichnet.

Das Gon findet Verwendung im Vermessungswesen und in der Robotik und Automatisierungstechnik.

3. Radiant (Bogenmaß)

Der Radiant ist ein Winkelmaß, bei dem der Winkel durch die Länge des entsprechenden Kreisbogens im Einheitskreis angegeben wird. Die Einheit ist **rad**, das als dimensionslos betrachtet wird.

In vielen Berechnungen der Physik und der Mathematik ist das Bogenmaß das zweckmäßigste Winkelmaß, beispielsweise bei der Winkelgeschwindigkeit und im Argument der Sinus- und Kosinus-Funktionen.

Für den Winkel im Bogenmaß und dessen Umrechnungsformeln gilt:

Winkel im Bogenmaß $\varphi = \frac{b}{r}$

$[\varphi] = 1 \text{ rad} = 1 \frac{\text{m}}{\text{m}}$

Diese Einheit kann bei Rechnungen einfach durch 1 ersetzt werden, d. h. $1 \text{ rad} = 1$.

Der Vollkreis hat das Winkelmaß 2π , dem rechten Winkel entspricht $\pi/2$.

$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,29577951^\circ$

$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad} \approx 0,017453293 \text{ rad}$

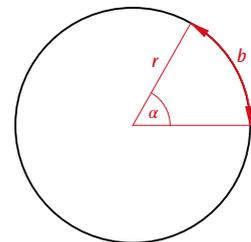


Bild 2: Bogenmaß

Nun kann man das Verhältnis aus dem überstrichenen Winkel $\Delta\varphi$ und der Zeitspanne Δt definieren:

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad [\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}}$$

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist die Winkelgeschwindigkeit ω konstant.

Da man im Alltagsleben mit dieser Größe gar keine Erfahrungswerte besitzt, empfiehlt es sich, ein paar Rechenübungen durchzuführen.

Siehe 1.2 Aufgaben zu den Grundlagen der Kreisbewegung

Eine weitere wichtige Größe, die fest mit der Umlaufdauer T zusammenhängt, ist die Frequenz f , oft im Alltagsleben mit Drehzahl bezeichnet. Sie gibt die Anzahl n der Umläufe in einer Zeitspanne Δt an.

$$\text{Frequenz } f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{1}{T} \quad [f] = \frac{1}{[t]} = \frac{1}{\text{s}} = 1 \text{ Hz}$$

Die Einheit 1 Hz („Hertz“) wird **nur** für die Frequenz verwendet und ist benannt nach H. **Hertz**¹⁾.

Wenn ein Auto einen Verkehrskreisel mit konstantem Tempo 30 km/h durchfährt, so kann man sich einerseits die Geschwindigkeit vorstellen, aber andererseits sagt das wenig über die Kreisbewegung aus – es hängt ja auch davon ab, wie „groß“ der Kreis ist, d.h. man braucht dazu die Information über den Durchmesser oder Radius. Eine Abschätzung aus dem Foto (**Bild 3**) liefert:

Der mittlere Durchmesser der Fahrspur ist ca. 6-mal so groß wie die Länge des weißen Transporters (ohne Anhänger) also 6 mal 5 m, das entspricht einem Radius von 15 m. Das ergibt einen Fahrweg von

$$\Delta s = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 15 \text{ m} = 94 \text{ m.}$$

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist v konstant also

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{2\pi \cdot 15 \text{ m}}{\frac{30}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 11,31 \text{ s} \approx 11 \text{ s} = T.$$

Allgemein kann man zeigen:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T} = r \cdot \frac{2\pi}{T} = r \cdot \omega.$$

Für den Betrag der Bahngeschwindigkeit v gilt:

$$\text{Bahngeschwindigkeit } v = r \cdot \omega \quad [v] = [r] \cdot [\omega] = 1 \text{ m} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

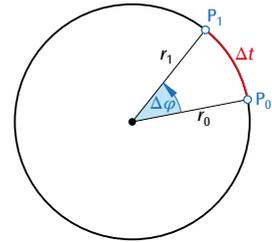


Bild 1: Zur Definition der Winkelgeschwindigkeit



Bild 2: Drehzahlmesser



Bild 3: Kreisverkehr

¹⁾ Heinrich Hertz (1857–1894), deutscher Physiker

1.2 Gesetzmäßigkeiten der Kreisbewegung

Ein Punkt P bewegt sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einer Kreisbahn um den Mittelpunkt M mit Radius r (**Bild 1**). In einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Ursprung im Punkt M lässt sich der Punkt P durch den Ortsvektor \vec{r} beschreiben:

Ortsvektor \vec{r}

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\varphi) \\ r \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

Mit $\varphi = \omega \cdot t$ folgt

$$\vec{r}(t) = r \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}}_{\text{Einheitsvektor } \vec{e}_1}$$

Wenn die Bewegung in der x_1 - x_2 -Ebene abläuft, braucht man die x_3 -Komponente nicht.

Diese Aufspaltung in die Komponenten ist auch für das nachfolgende **Kapitel 2 (Harmonische Schwingungen)** notwendig.

Da sich die Lage des Punktes P im Koordinatensystem ständig ändert, liegt eine Bewegung vor, aber eben keine lineare (geradlinige). Um einen Zusammenhang zur Bahngeschwindigkeit \vec{v} und zur Beschleunigung \vec{a} zu bekommen, kann man einerseits Überlegungen an der Grafik durchführen, andererseits kann man nun in der 12. Jahrgangsstufe auf Kenntnisse der Differenzialrechnung zugreifen.

Wenn sich der Ortsvektor \vec{r}_1 in einer kleinen Zeitspanne Δt zum Ortsvektor \vec{r}_2 ändert, so ist die Ortsänderung $\Delta \vec{r}$ maßgebend.

Für die Geschwindigkeit \vec{v} gilt:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Die beiden Vektorpfeile sind wichtig, denn sie besagen, dass die Richtung der Geschwindigkeit die Richtung der Ortsänderung ist. Also ist \vec{v} parallel zu $\Delta \vec{r}$.

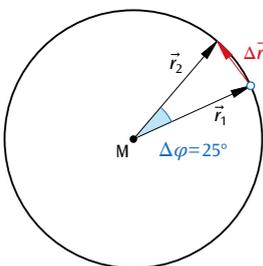


Bild 3: Ortsänderung

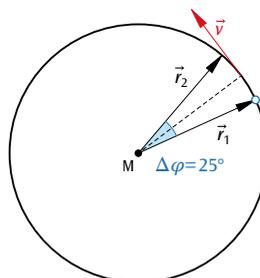


Bild 4: Geschwindigkeit in Δt

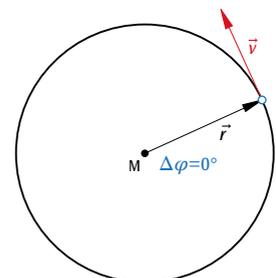


Bild 5: Geschwindigkeit in dt

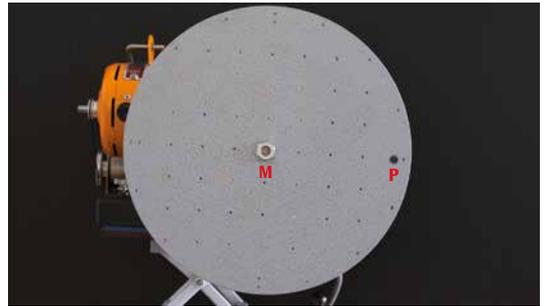


Bild 1: Rotierende Kreisscheibe

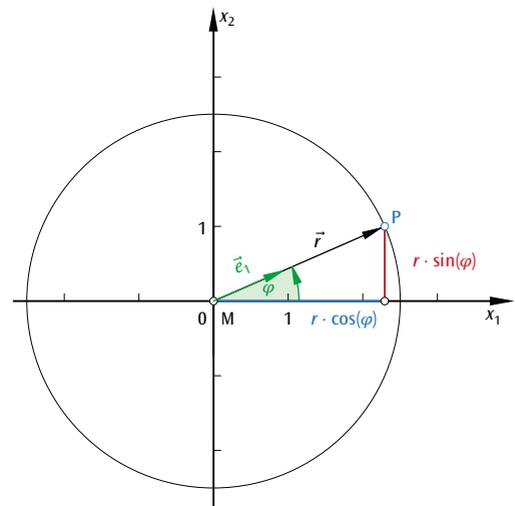


Bild 2: Ortsvektor im Koordinatensystem

Wenn man die Zeitspanne Δt kleiner werden lässt, dann wird auch Δr kleiner, aber das Verhältnis der beiden bleibt nahezu gleich und ergibt letztendlich den Betrag der Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = r \cdot \omega.$$

Dabei nähert sich die Kreissehne Δr der Bogenlänge $r \cdot \Delta \varphi$ an.

Dieser Zusammenhang wurde schon im vorherigen Abschnitt besprochen.

*Der Vektor $\Delta \vec{r}$ wurde nicht mehr eingezeichnet, dafür aber der Vektor \vec{v} , der tangential verläuft (siehe **Bild 5** vorige Seite).*

Zusammenfassung:

Der Ortsvektor \vec{r} verläuft radial, d. h. vom Mittelpunkt M weg.

Der Vektor der Bahngeschwindigkeit \vec{v} verläuft tangential.

$$\vec{r}(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = r \cdot \begin{pmatrix} -[\sin(\omega \cdot t)] \cdot \omega \\ [\cos(\omega \cdot t)] \cdot \omega \end{pmatrix} = r \cdot \omega \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\omega \cdot t) \\ \cos(\omega \cdot t) \end{pmatrix}$$

Einheitsvektor \vec{e}_1 Einheitsvektor \vec{e}_2

$$\vec{v}(t) \perp \vec{r}(t), \text{ da } \vec{e}_2 \perp \vec{e}_1.$$

Auch wenn bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω der Betrag der Bahngeschwindigkeit $v = r \cdot \omega$ konstant ist, so ändert sich die Bahngeschwindigkeit \vec{v} trotzdem, weil sich die Richtung des Vektors \vec{v} ändert.

Wenn sich der Geschwindigkeitsvektor \vec{v}_1 in einer kleinen Zeitspanne Δt zum Geschwindigkeitsvektor \vec{v}_2 ändert, so ist die Geschwindigkeitsänderung $\Delta \vec{v}$ maßgebend (**Bild 1** und **Bild 2**).

Für die Beschleunigung \vec{a} gilt:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Die beiden Vektorpfeile sind wichtig, denn sie besagen, dass die Richtung der Beschleunigung die Richtung der Geschwindigkeitsänderung ist. Also ist \vec{a} parallel zu $\Delta \vec{v}$.

Wenn man die Zeitspanne Δt kleiner werden lässt, dann wird auch Δv kleiner, aber das Verhältnis der beiden bleibt nahezu gleich und ergibt letztendlich den Betrag der Beschleunigung

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot v = \frac{v^2}{r} = \frac{(r \cdot \omega)^2}{r} = r \cdot \omega^2$$

*Dabei wurde die Eigenschaft ähnlicher Dreiecke verwendet (**Bild 2**):*

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

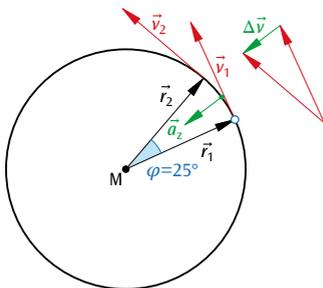


Bild 1: Geschwindigkeitsänderung Δv

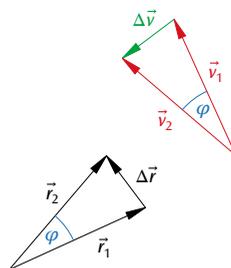


Bild 2: Ähnliche Dreiecke

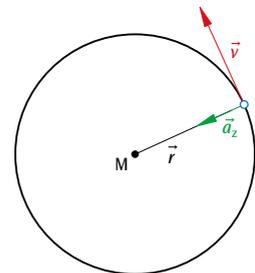


Bild 3: Zentripetalbeschleunigung a_z

Zentripetalbeschleunigung \vec{a}_z

$$\vec{a}_z(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = r \cdot \omega \cdot \begin{pmatrix} -[\cos(\omega \cdot t)] \cdot \omega \\ -[\sin(\omega \cdot t)] \cdot \omega \end{pmatrix} = r \cdot \omega^2 \cdot \begin{pmatrix} -\cos(\omega \cdot t) \\ -\sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = -r \cdot \omega^2 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}}_{\text{Einheitsvektor } \vec{e}_1}, \quad \vec{a}_z(t) \perp \vec{v}(t), \text{ da } \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$$

Da der Einheitsvektor $\begin{pmatrix} -\cos(\omega \cdot t) \\ -\sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}$ genau entgegengesetzt zum Ortsvektor \vec{r} gerichtet ist – also nicht radial vom Mittelpunkt weg, sondern zum Mittelpunkt M hin – bezeichnet man ihn als zentripetal, das bedeutet „den Mittelpunkt suchend“ (**Bild 3** auf vorheriger Seite).

Merke: Jede Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung, auch wenn die Winkelgeschwindigkeit ω dabei konstant bleibt.

Wenn die Winkelgeschwindigkeit sich ändert, dann braucht man eine neue Größe, nämlich die Winkelbeschleunigung, was zu neuen Formeln führen würde. Dies ist aber nicht Gegenstand dieses Buchs.

Das zweite Newton'sche Gesetz besagt, dass eine einzige an einem Körper angreifende Kraft diesen beschleunigt, bzw. für eine beschleunigte Bewegung dieses Körpers eine Kraft erforderlich ist. Das bedeutet:

Ein Körper kann sich nur dann auf einer Kreisbahn bewegen, wenn ständig eine Kraft an ihm angreift und ihn auf diese Bahn zwingt. Diese Kraft besitzt dieselbe Richtung wie die Beschleunigung, also zum Mittelpunkt hin (**Bild 1**).

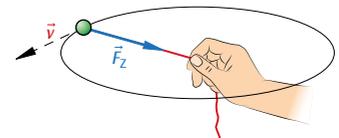


Bild 1: Kugel auf einer Kreisbahn

Diese Kraft nennt man **Zentripetalkraft**.

$$F_z = m \cdot a_z = m \cdot r \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \vec{F}_z(t) = -m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}}_{\text{Einheitsvektor } \vec{e}_1}$$

Zum Schluss dieses Abschnitts die leidige Frage: „Wie ist das mit der Fliehkraft – gibt es sie wirklich?“ Dazu muss man erst einmal ausholen und über Bezugssysteme reden (**Bilder 2 und 3**).

Ruhendes Bezugssystem

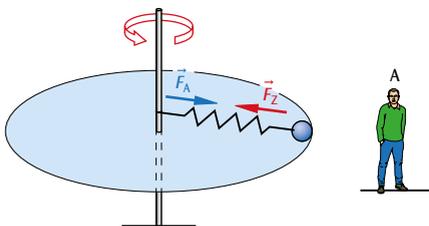


Bild 2: Ruhendes Bezugssystem

Ein ruhender Beobachter A im Laborsystem stellt fest, dass auf die Kugel eine Zentripetalkraft \vec{F}_z wirkt und die Kugel sich daher auf einer Kreisbahn bewegt.

Rotierendes Bezugssystem

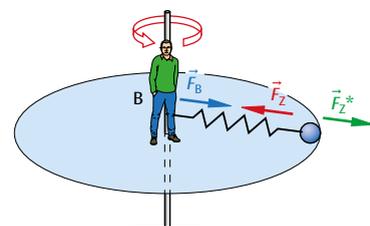


Bild 3: Rotierendes Bezugssystem

Beobachter B befindet sich auf der rotierenden Scheibe. Er stellt fest, dass auf die Kugel eine Kraft \vec{F}_z wirkt. Dennoch bleibt die Kugel im mitrotierenden Bezugssystem in Ruhe. Also folgert er, dass es zu \vec{F}_z eine Gleichgewichtskraft \vec{F}_z^* gibt, die vom Betrag her gleich groß wie \vec{F}_z ist, aber nach außen zeigt. Dies ist die Zentrifugalkraft, auch Fliehkraft genannt.

Auf den rotierenden Körper muss eine Zentripetalkraft \vec{F}_z wirken, damit er eine Kreisbahn durchlaufen kann.

In diesem System bewegt sich der Körper nicht, obwohl die Zentripetalkraft \vec{F}_z wirkt. Diese muss sich daher mit der Zentrifugalkraft \vec{F}_z^* im Gleichgewicht befinden.

Die Zentrifugalkraft ist eine Scheinkraft, es gibt keine Wechselwirkung nach dem 3. Newton'schen Gesetz.

Ein vergleichbares Beispiel ist ein U-Bahnwagen im Tunnel. Eine Überwachungskamera zeichnet auf, dass die Passagiere plötzlich nach vorne gestoßen werden. Da aber niemand stößt, scheint diese Kraft keine Ursache zu haben – eine Scheinkraft. Die Fahrgäste bewegen sich auf Grund des Trägheitsgesetzes (1. Newton'sches Gesetz) weiter nach vorne, während der Wagen abgebremst wird.

1.3 Kurvenfahrten

Wenn ein Auto eine Kurve durchfährt (**Bild 1**), ist dies nur dadurch möglich, dass eine zur Innenseite der Kurve gerichtete Kraft wirkt, die als Zentripetalkraft bezeichnet wird.

$$F_z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

F_z hängt ab von der Masse m des Fahrzeugs, dessen Geschwindigkeit v und dem Kurvenradius r .

Sie ergibt sich aus der Summe der Seitenkräfte, die zwischen Reifen und Fahrbahn entstehen (Haftreibung) und auf das Fahrzeug einwirken.

Wird bei ebener Straße die erforderliche Zentripetalkraft durch die Reibungskraft aufgebracht wird, dann gilt für die **maximale Geschwindigkeit**:

$$F_z = F_{HR}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \mu_H \cdot m \cdot g$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_H \cdot r \cdot g}$$

Wie bereits bekannt gilt für die Haftreibung:

$$F_{HR} = \mu_H \cdot F_N = \mu_H \cdot m \cdot g$$

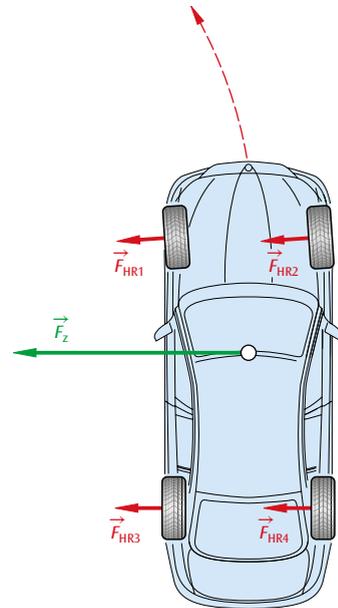


Bild 1: Auto bei der Kurvenfahrt

Fehlt diese Kraft (z. B. bei Glatteis), so bewegt sich das Auto geradlinig weiter, wird also aus der Kurve getragen.

Ein anderes Beispiel ist das Teufelsrad, eine Attraktion auf Volksfesten. Besucher können sich auf eine Drehscheibe begeben und versuchen, sich dort sitzend oder liegend zu halten (**Bild 2**), während sich die Scheibe zunehmend schneller dreht.



Bild 2: Teufelsrad

Der sicherste Platz ist in der Mitte, da dort der Abstand zur Drehachse Null ist und daher keine Zentripetalkraft wirken muss. Für jeden anderen Platz muss die Zentripetalkraft aufgebracht werden: entweder durch Halten oder durch die Haftreibung.

So einfach wie das Fahren mit dem Fahrrad ist, so kompliziert ist die physikalische Betrachtung. Eine Kurve wird nicht direkt durch ein Drehen des Lenkers in die gewünschte Richtung eingeleitet. Das Lenken des Fahrrads oder Motorrads bewirkt eine Kippbewegung, das Kippen des Fahrrads bewirkt eine Lenkerdrehung.

Ein anderer Weg zur Kurvenfahrt besteht darin, durch eine Neigung der Fahrbahn oder des Fahrzeugs zumindest einen Anteil der benötigten Zentripetalkraft zu bewirken.

Beim Bau von Verkehrswegen wird zwischen einer Geraden und einem Kreisbogen als verbindendes Element ein Übergangsbogen verwendet, der an jeder Stelle einen zunehmenden oder abnehmenden Krümmungsradius aufweist. Dadurch wird die Kurve allmählich enger oder weiter, was zur Folge hat, dass das Lenkrad nicht an einer Stelle ruckartig eingeschlagen werden muss, sondern langsam von der Mittelposition in die maximale Auslenkung bewegt wird.

Ebene Kurvenfahrt (Bild 1)

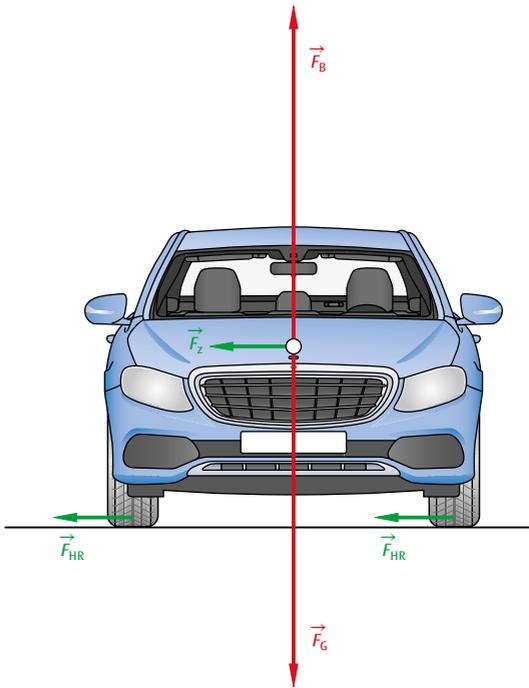


Bild 1: Auto in der ebenen Kurve

Die Zentripetalkraft ist die Summe aller Seitenkräfte, also aller seitlichen Haftreibungskrafte.

$$\vec{F}_z = \sum \vec{F}_{HR}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \mu_H \cdot m \cdot g$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_H \cdot r \cdot g}$$

Achtung: Die Normalkraft (Kraft, die das Fahrzeug auf die Straße ausübt) ist vom Problem abhängig. Bei der Kurvenfahrt ist sie größer als bei der schiefen Ebene – „das Fahrzeug wird in die Kurve gepresst“.

Geneigte Kurvenfahrt (Bild 2)

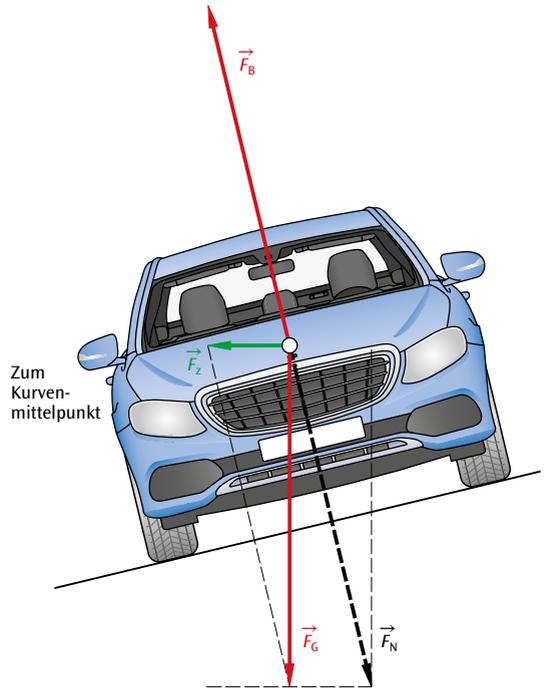


Bild 2: Auto in der geneigten Kurve

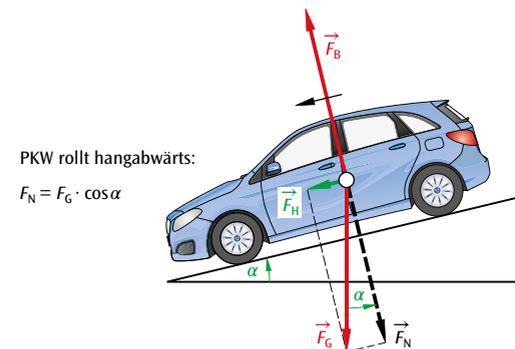
Die Zentripetalkraft ist die Vektorsumme aus Gewichtskraft und Bodenkraft.

$$\vec{F}_z = \vec{F}_G + \vec{F}_B$$

$$\tan \alpha = \frac{F_z}{F_G} = \frac{m \cdot v^2}{r \cdot m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$v_{opt} = \sqrt{\tan \alpha \cdot r \cdot g}$$

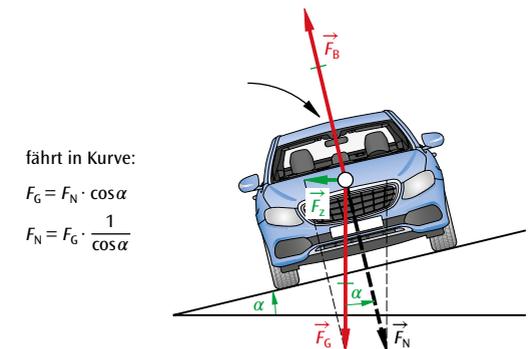
Bei dieser optimalen Geschwindigkeit treten keine seitlichen Reibungskräfte auf, das Fahrzeug kann ohne Lenken die Kurve durchfahren.



PKW rollt hangabwärts:
 $F_N = F_G \cdot \cos \alpha$

Bild 3: Kräfteplan

In vielen Fällen werden diese beiden Kräfte kombiniert, wie die folgenden Beispiele zeigen.



fährt in Kurve:
 $F_G = F_N \cdot \cos \alpha$
 $F_N = F_G \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$

Bild 4: Kräfteplan

Flugzeug in der Kurve

Durch Neigen des Flugzeugs (**Bild 1**) mit dem Querruder und dem Seitenleitwerk wirkt die Auftriebskraft schräg nach oben – zusammen mit der Gewichtskraft entsteht die Zentripetalkraft F_z (**Bild 2**).



Bild 1: Flugzeug im Kurvenflug

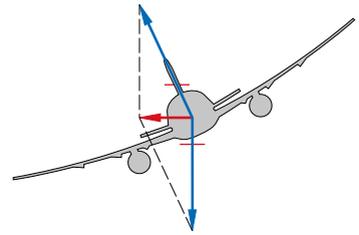


Bild 2: Flugzeug Kräfteplan

Neigetechnik bei der Eisenbahn

Durch die Kurvenverhöhung und die konisch zulaufenden Räder erreicht man eine Schrägstellung (**Bild 3** und **Bild 4**), die durch passive oder aktive Neigetechnik verstärkt wird. Kurven können dann mit höherer Geschwindigkeit durchfahren werden.



Bild 3: Pendolino in der Kurve

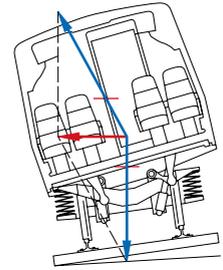


Bild 4: Pendolino Kräfteplan

Bob oder Rodel in der Kurve

Durch die Steuerung des Bobs in die günstigste Position der Kurvenverhöhung kann der Bob ohne (bremsende) Seitenkräfte die Kurve optimal durchfahren (**Bild 5** und **Bild 6**).



Bild 5: Bob in der Kurve

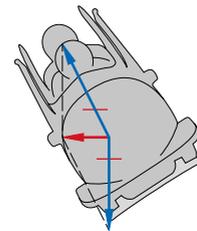


Bild 6: Bob Kräfteplan

Kettenkarussell

Durch die Trägheit wird der Sitz aus Sicht der mitfahrenden Person nach außen gedrängt (Fliehkraft). Durch die Schrägstellung der Aufhängung ergibt sich mit der Gewichtskraft die Zentripetalkraft (**Bild 7** und **Bild 8**).



Bild 7: Kettenkarussell

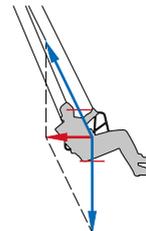


Bild 8: Karussell Kräfteplan

Motorradfahrer

Die Schräglage (**Bild 9** und **Bild 10**) ist vom Kurvenradius und von der Geschwindigkeit abhängig. Sie ist umso größer, je höher die Geschwindigkeit und je enger die Kurve ist. Die Haftreibung setzt der Schräglage Grenzen, die Folge ist ein Wegrutschen.



Bild 9: Motorrad in der Kurve

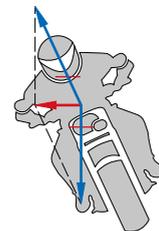


Bild 10: Motorrad Kräfteplan

1.4 Kreisbewegung am Himmel



Bild 1: Der Kupfermond über Dallas (USA) – Mondfinsternis

Die Geschichte der Bewegung von Himmelskörpern

In der Antike herrschte Jahrhunderte lang die Vorstellung, dass sich Sonne, Mond, alle Fixsterne und die Planeten um die Erde bewegen, man nannte diese Betrachtungsweise **geozentrisches Weltbild** (die Erde ist im Zentrum). Grundidee war die Bewegung auf Kugeloberflächen, also Kreisbahnen, und wenn das nicht ganz der Beobachtung entsprach wie die Schleifen bei der Marsbahn, benutzte man bereits ab dem 4. Jahrhundert v. Chr. die Epizykel-Theorie, also Kreise, die auf Kreisen abrollten – nicht gerade einfach zu verstehen, aber aus einfachen (perfekten) Kreisbahnen zusammengesetzt (**Bild 1** auf der folgenden Seite).

Claudius **Ptolemäus** war ein griechischer Gelehrter, der in Alexandria in der römischen Provinz Ägypten lebte. Insbesondere seine drei Werke zur Astronomie, Geografie und Astrologie galten in Europa bis zur frühen Neuzeit als wissenschaftliche Standardwerke und wichtige Datensammlungen.

Sein Werk *Almagest* blieb bis zum Ende des Mittelalters das Standardwerk der Astronomie im europäischen Raum. Es enthielt neben einem ausführlichen Sternenkatalog eine detaillierte Ausarbeitung des geozentrischen Weltbilds, das später nach ihm ptolemäisches Weltbild genannt wurde:



Bild 2: Ptolemäus

¹⁾ Claudius Ptolemäus (ca. 100–160), griech. Astronom

1. Die Erde befindet sich fest im Mittelpunkt des Weltalls (**Bild 2**).
2. Alle anderen Himmelskörper (Sonne, Mond, die fünf damals bekannten Planeten und der Sternenhimmel) bewegen sich auf als vollkommen angesehenen Kreisbahnen, genauer betrachtet auf den Epizykeln.

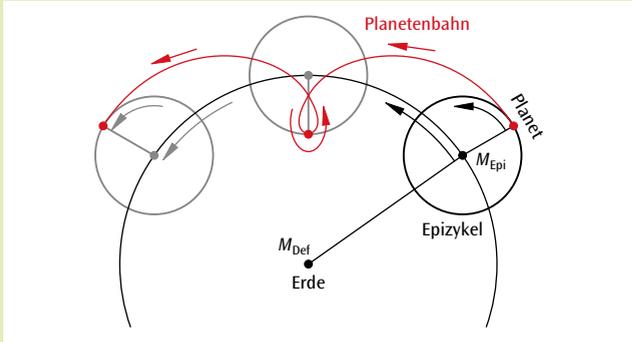


Bild 1: Epizyklen



Bild 2: Geozentrisches Weltbild

Der umfassend gebildete preußisch-polnische Domherr Nikolaus **Kopernikus**¹⁾ (**Bild 3**) stellte im Rahmen seiner astronomischen Forschungen fest, dass sich die Planetenbahnen wesentlich einfacher berechnen lassen, wenn man annimmt, dass nicht die Erde, sondern die Sonne in deren Mittelpunkt steht (**Bild 4**).

Kurz vor seinem Tod 1453 veröffentlichte er seine Erkenntnisse als **heliocentrisches Weltbild** (die Sonne steht im Mittelpunkt):

1. Die Erde dreht sich täglich einmal um ihre Achse.
2. Die Sonne ruht im Mittelpunkt des Weltalls und wird von der Erde in einem Jahr umkreist.
3. Die Erde, die vom Mond umkreist wird, ist ein Planet unter vielen.

Heute weiß man, dass die Sonne zwar das Zentrum unseres Planetensystems (auch: Sonnensystems) darstellt, aber nicht das Zentrum des Universums.

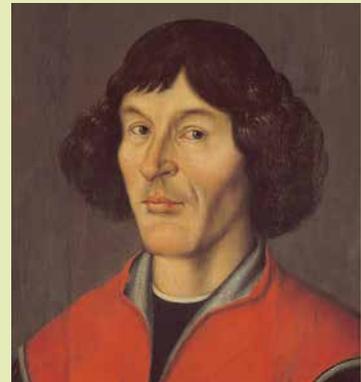


Bild 3: Kopernikus

Die Grundlagen für die allgemeine Akzeptanz des heliocentrischen Weltbildes von Kopernikus lieferte ausgerechnet ein Mann, der alles daran setzte, dieses zu widerlegen: Der dänische Astronom Tycho **Brahe**²⁾ verfügte über die besten Beobachtungsinstrumente seiner Zeit. Er sammelte zwischen 1576 und 1597 in seinen Observatorien auf der heute schwedischen Insel Hven eine unfassbare Menge an sehr präzisen Daten über die Standorte der Planeten und zahlreicher Fixsterne – die mit bloßem Auge zu erkennen waren, denn ein Teleskop gab es zu jener Zeit noch nicht. Das von ihm entwickelte Weltbild konnte sich nicht durchsetzen und wurde von seinen eigenen Beobachtungsdaten widerlegt.

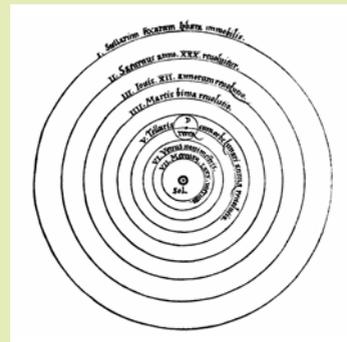


Bild 4: Heliocentrisches Weltbild nach Kopernikus (Terra = Erde, Sol = Sonne)

¹⁾ Nikolaus Kopernikus (1473–1543), deutsch-polnischer Domherr und Astronom

²⁾ Tycho Brahe (1546–1601), dänischer Astronom und Astrologe

Das Verdienst, Brahes Beobachtungsdaten analysiert und zur Grundlage eines tragfähigen Modells gemacht zu haben, gebührt Johannes **Kepler**¹⁾ (**Bild 1**), der zeitweise als Brahes Assistent tätig war.

Ausgehend vom heliozentrischen Weltbild von Nikolaus Kopernikus erkannte er, dass sich die Planeten nicht auf Kreis-, sondern auf Ellipsenbahnen um die Sonne bewegen.

Er formulierte 3 Gesetze, dabei wird die Sonne als ruhendes Zentralgestirn angesehen, um das sich die Planeten bewegen:

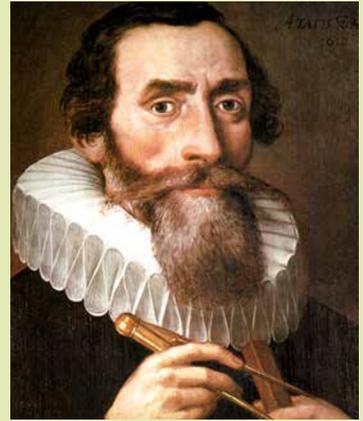


Bild 1: Kepler

1. Kepler'sches Gesetz

Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht (**Bild 2**).

Die Bahnen der Planeten in unserem Sonnensystem sind annähernd Kreise: kleine Halbachse b und große Halbachse a der Bahnellipsen unterscheiden sich um höchstens 2 % (für Merkur), für die Erde nur um 0,01 %.

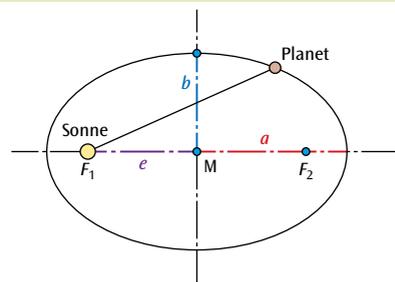


Bild 2: 1. Kepler'sches Gesetz

2. Kepler'sches Gesetz

Ein Planet bewegt sich so um die Sonne, dass in gleichen Zeitabschnitten Δt von der Verbindungslinie Sonne-Planet die gleichen Flächen ΔA überstrichen werden (**Bild 3**).

Im sonnennächsten Punkt (Perihel) ist die Geschwindigkeit des Planeten am größten, im sonnenfernsten Punkt (Aphel) ist sie am geringsten.

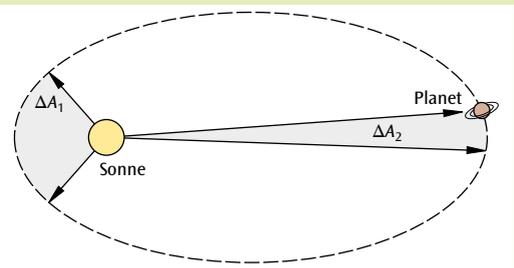


Bild 3: 2. Kepler'sches Gesetz (Flächensatz)

3. Kepler'sches Gesetz

Die Quadrate der Umlaufzeiten T_1 und T_2 zweier Planeten P_1 und P_2 verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen a_1 und a_2 ihrer Ellipsenbahnen (**Bild 4**).

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow$$

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \dots = C_{\text{Sonne}} \quad \text{ist konstant.}$$

Nach jahrelangem Studium der Daten zur Umlaufbahn des Mars entdeckte Kepler dieses Gesetz. Er fand es ohne theoretischen Hintergrund, beseelt von dem Gedanken, dass es eine musikalische Harmonie enthalte, die der Schöpfer im Sonnensystem verewigte.

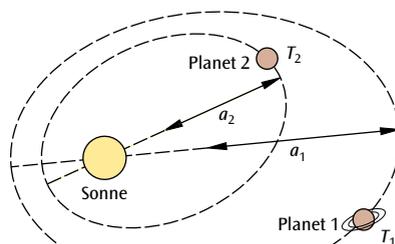


Bild 4: 3. Kepler'sches Gesetz

¹⁾ Johannes Kepler (1571–1630), deutscher Mathematiker und Astronom

Die Ursache für diese Bewegung der Planeten um die Sonne zu ergründen, blieb dem Mathematiker und Naturphilosophen (heute Physiker genannt) Isaac **Newton**¹⁾ (**Bild 1**) vorbehalten.

Er erkannte, dass die Gewichtskraft, die auf der Erde Objekte zu Boden (also in Richtung des Schwerpunkts der Erde) fallen lässt, auch den Mond auf seiner Bahn hält. Zusammen mit dem 2. und 3. Kepler'schen Gesetz entwickelte er daraus eines der grundlegenden Gesetze der klassischen Physik:

Newton'sches Gravitationsgesetz (1687)

Zwei Körper mit den Massen M und m mit dem Mittelpunktsabstand r ziehen sich gegenseitig mit der Schwer- oder Gravitationskraft F_{Grav} an (**Bild 2**).

$$F_{\text{Grav}} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Zur Zeit Newtons konnte man das Gesetz nur in der Form

$$F_{\text{Grav}} \sim M \cdot m \cdot \frac{1}{r^2}$$

angeben, da die Proportionalitätskonstante G noch nicht bekannt war.

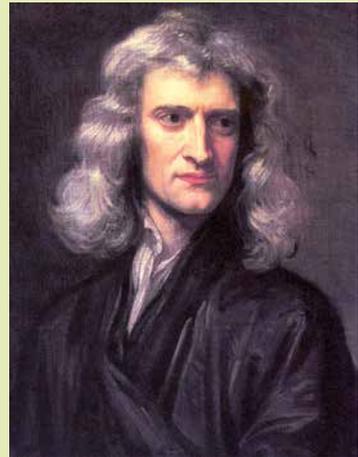


Bild 1: Newton

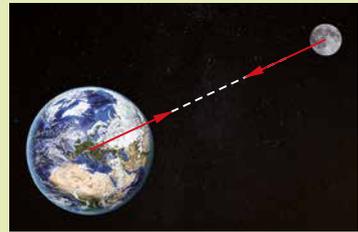


Bild 2: Newton'sches Gravitations-Gesetz

Die gegenseitige Massenanziehung zwischen zwei „irdischen“ Körpern ist so klein, dass sie mit den damaligen Messmethoden nicht messbar war.

Erst 1798, also über 100 Jahre nach der Veröffentlichung des Gravitationsgesetzes, hatte Henry **Cavendish**²⁾ mit einer Torsionsdrehwaage sehr genaue Messungen der Gravitationskraft zwischen kugelförmigen Massen (1,46 kg bzw. 316 kg) durchgeführt.

Mit seinen Daten ergibt sich für G in den heute gültigen Einheiten der Wert $G_{\text{Cavendish}} = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$.

Mit modernen Präzisionsmessungen durchgeführt gilt für den heute gültigen Wert:

$$\text{Gravitationskonstante } G = 6,674\,08 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Im Gegensatz zum Ortsfaktor g ist G eine universelle Konstante, die überall im Universum denselben Wert hat. Im Vergleich mit anderen Naturkonstanten ist die universelle Gravitationskonstante G nur sehr ungenau bekannt (z. B. bei der Boltzmann-Konstante k , dem Planck'schen Wirkungsquantum h , der Lichtgeschwindigkeit c , ... sind mindestens 8 Stellen bekannt). Da es sich bei der Gravitation um eine sehr schwache Wechselwirkung handelt, die aber eine unendliche Reichweite besitzt, können große Massen selbst in mittlerer Entfernung die Messung von G verfälschen.

Im geozentrischen Weltbild ging man von Kreisbahnen der Planeten aus. Das Problem der Rückläufigkeit des Planeten Mars versuchte man mit Epizyklen (Kreise, die auf Kreisen abrollen) zu erklären.

Auch das heliozentrische Weltbild änderte an dem Verständnis der Bahnform nichts.

¹⁾ Sir Isaac Newton (1643–1727), englischer Naturphilosoph

²⁾ Henry Cavendish (1731–1810), britischer Naturwissenschaftler

Erst Johannes Kepler erkannte 1609, dass Planeten sich auf Ellipsenbahnen bewegen, die sich kaum von Kreisbahnen unterscheiden. Aber das Problem ist noch viel subtiler: Sein Versuch, die Bahnen der Himmelskörper vorhersagbar zu machen, basierte auf bestimmten Vereinfachungen: Er betrachtete nur einen Planeten und die viel schwerere Sonne als Zentralkörper – ein sogenanntes Zweikörperproblem.

Tatsächlich wirken auf den Planeten auch die Anziehungskräfte der anderen Planeten und Monde und führen zu Bahnstörungen, d. h. zu minimalen Abweichungen von der Ellipsenbahn – man spricht nun von einem Mehrkörperproblem. Auch mit großem mathematischen Aufwand ist das Problem nur in Sonderfällen analytisch zu lösen.

Im Jahr 1846 beobachtete man, dass die Bewegung des Planeten Uranus um die Sonne Störungen zeigte und nicht den keplerschen Gesetzen entsprach. Astronomen vermuteten daher, dass es einen weiteren Planeten jenseits des Uranus geben müsse, der durch seine Gravitationskraft die Bewegung des Uranus störe. Der französische Mathematiker Urbain Le Verrier berechnete die Position, an der sich der unbekannte Planet befinden müsste, den dann der deutsche Astronom Johann Gottfried Galle am Fernrohr entdeckte. Dieser zuerst theoretisch und danach optisch entdeckte „neue“ Planet erhielt den Namen Neptun.

Das war der Triumph der Himmelsmechanik.