

Inhaltsverzeichnis

Technische Mathematik

Umrechnung von Einheiten	2
Größen und Einheiten	4
Umstellen von Formeln	5
Winkelarten, Strahlensatz, Lehrsatz des Pythagoras	6
Winkelfunktionen	7
Werte der Winkelfunktionen	8
Schlussrechnung, Prozentrechnung, Zinsrechnung	9
Längen	10
Flächen	11
Volumen, Oberfläche	14
Volumen, Masse	16

Technische Physik

Bewegungen, konstant, beschleunigt und verzögert	17
Geschwindigkeit an Maschinen	18
Kräfte	19
Drehmoment und Hebel	22
Arbeit, Energie	24
Einfache Maschinen, Reibung	25
Leistung, Wirkungsgrad	26
Druckarten, Auftrieb, Druckübersetzung	27
Festigkeitsberechnungen: Zug, Druck, Flächenpressung, Abscherung, Torsion, Biegung	28
Zugversuch bei Metallen und Kunststoffen	33
Berechnung von Schrauben	34
Temperaturen, Auswirkungen	35
Schwindung, Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme	36
Ohmsches Gesetz, Widerstand	37
Spannungsabfall in Leitern, Schaltung von Widerständen	38
Elektrische Arbeit und Leistung, Transformator	39

Fertigungstechnik

Toleranzen und Passungen	40
Zahnradmaße	42
Übersetzungen	43
Qualitätsmanagement	44
Kräfte und Leistungen beim Zerspanen	45
Drehzahldiagramm	46
Hauptnutzungszeit, Bohren, Senken, Reiben, Gewindebohren	47
Hauptnutzungszeit, Drehen	48
Hauptnutzungszeit, Fräsen	49
CNC-Koordinatenachsen, Bezugspunkte	50
CNC-Werkzeug- und Bahnkorrektur	51
CNC-Technik nach DIN	52
CNC-Technik nach PAL	53

Automatisierungstechnik

Grafcet, Schrittkette und Funktionsplan	54
Luftverbrauch pneumatischer Zylinder	55
Kolbenkräfte, -geschwindigkeiten und Leistung von Pumpen und Zylindern	56

Sachwortverzeichnis

57



Dieses Zeichen verweist auf die Einsatzmöglichkeit der App „Formeln & Tabellen Metall“. Weitere Informationen unter www.europa-lehrmittel.de/87831A.



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Max Heinzler
Roland Kilgus
Volker Menges

Stefan Oesterle
Claudius Scholer
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Formeln für Metallberufe

12. Auflage, korrigierter Nachdruck 2017

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Druck 9 (keine Änderung seit der 2. Druckquote)

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Europa-Nr.: 10714

ISBN 978-3-8085-1626-3

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Umrechnung von Einheiten

Diese Formelsammlung gibt zu allen Größen einer Formel immer das Formelzeichen und eine Einheit an. Setzt man bei Berechnungen die gegebenen Größen in den vorgeschlagenen Einheiten in die Formel ein, erhält man auch die gesuchte Größe in der angegebenen Einheit.

Beispiel:

Formel für die Leistung $P = F \cdot v$ (Seite 26) mit P Leistung W
 F Kraft N
 v Geschwindigkeit m/s

Berechnungsbeispiel: $F = 12 \text{ kN}$, $v = 300 \text{ m/min}$; $P = ? \text{ kW}$

Umrechnung der Einheiten: $F = 12 \text{ kN} = 12\,000 \text{ N}$
 $v = 300 \text{ m/min} = 300 \text{ m} / 60 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$

Lösung: $P = F \cdot v = 12\,000 \text{ N} \cdot 5 \text{ m/s} = 60\,000 \text{ W} = 60 \text{ kW}$

Größe		Einheit		Umrechnung in andere Einheiten
Beispiel	Formelzeichen	Name	Zeichen	
Länge				
	l	Meter	m	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = 1000 \text{ }\mu\text{m}$ $1 \text{ }\mu\text{m} = \frac{1}{1000} \text{ mm}$; $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
Fläche				
	A, S	Quadratmeter	m^2	$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$ } nur für Grundstücksflächen
Volumen und Hohlmaße				
	V	Kubikmeter Liter	m^3 l, L	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$ $1 \text{ dl} = 100 \text{ cm}^3$; $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Winkel (eben)				
	α, β, γ	Radian Grad Minute Sekunde	rad $^\circ$ ' "	$1 \text{ rad} = 1 \frac{\text{m}}{\text{m}} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,296^\circ$ $1^\circ = 60'$ $1' = \frac{1^\circ}{60} = 60'' = 0,0166^\circ$ $1'' = \frac{1^\circ}{3600} = \frac{1'}{60}$
Zeit				
	t	Sekunde Minute Stunde Tag	s min h d	$1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}$ $1 \text{ min} = 60 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ h}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
Drehzahl, Drehfrequenz				
	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$

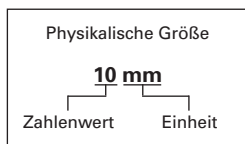


Umrechnung von Einheiten

Größe		Einheit		Umrechnung in andere Einheiten
Beispiel	Formelzeichen	Name	Zeichen	
Geschwindigkeit				
	v	Meter pro Sekunde	m/s	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$
		Meter pro Minute	m/min	$1 \text{ m/min} = \frac{1}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,0167 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
		Kilometer pro Stunde	km/h	$1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Winkelgeschwindigkeit				
	ω	Radian pro Sekunde	rad/s	
		1 pro Sekunde	1/s	$1/\text{s} = 1 \text{ rad/s} \approx 57,296 \text{ }^\circ/\text{s}$
Masse				
	m	Kilogramm	kg	$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$
		Gramm	g	$1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$
		Tonne	t	$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 1 \text{ Mg}$
Dichte				
	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	$1 \text{ t/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ mg/mm}^3$ bei Gasen: $1 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/dm}^3$
Kraft, Gewichtskraft				
	F, F_G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ $1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$ $1 \text{ kN} = 1000 \text{ N} = 10^3 \text{ N}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N} = 10^6 \text{ N}$
Druck, mechanische Spannung				
	p, τ	Pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$
		Bar	bar	$1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ Pa}$
		Newton pro Meter hoch zwei	N/m ²	$1 \text{ bar} = 10 \text{ N/cm}^2 = 1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$
				$1 \text{ mbar} = 100 \text{ Pa} = 1 \text{ hPa}$
				$1 \text{ N/mm}^2 = 100 \text{ N/cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ MPa}$
				$1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar}$
Arbeit, Energie, Wärmemenge				
	W, E, Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3\,600\,000 \text{ W} \cdot \text{s}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600 \text{ kJ} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$
Leistung, Wärmestrom				
	P, Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$ $1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$ $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1 \text{ kJ/s} = 1 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{s}} (= 1,36 \text{ PS})$ $1 \text{ MW} = 1\,000\,000 \text{ W} = 10^6 \text{ W}$ $1 \text{ PS} = \frac{1}{1,36} \text{ kW} = 0,736 \text{ kW}$

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert** und aus einer
- **Einheit**, z. B. mm, kg

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 μ m.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

Vorsatz-Zeichen	Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	12 000 000 000 000 N = $12 \cdot 10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10^9	Milliarde	45 000 000 000 W = $45 \cdot 10^9$ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10^6	Million	8 500 000 V = $8,5 \cdot 10^6$ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10^3	Tausend	12 600 W = $12,6 \cdot 10^3$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^2	Hundert	500 l = $5 \cdot 10^2$ l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10^1	Zehn	32 N = $3,2 \cdot 10^1$ N = 3,2 daN (Deka-Newton)
–	–	10^0	Eins	1,5 m = $1,5 \cdot 10^0$ m
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	0,5 l = $5 \cdot 10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	0,25 m = $25 \cdot 10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	0,375 A = $375 \cdot 10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere)
μ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	0,000 052 m = $52 \cdot 10^{-6}$ m = 52 μ m (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	0,000 000 075 m = $75 \cdot 10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	0,000 000 000 006 F = $6 \cdot 10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, s in h, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren	Größe	Umrechnungsfaktoren
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} =$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60''}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} =$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = 3,416 \text{ cm}^3$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad ($^\circ$) auszudrücken.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = 42,267^\circ$$



Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern.

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1	$L = l_1 + l_2$	$ -l_1$	l_1 subtrahieren	3	$L - l_1 = l_2$	Seiten vertauschen
2	$L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$		subtrahieren durchführen	4	$l_2 = L - l_1$	umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1	$A = l \cdot b$	$: b$	dividieren durch b	3	$\frac{A}{b} = l$	Seiten vertauschen
2	$\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$		kürzen mit b	4	$l = \frac{A}{b}$	umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1	$n = \frac{l}{l_1 + s}$	$\cdot (l_1 + s)$	mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4	$n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$	subtrahieren dividieren durch n
2	$n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$		rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5	$\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	linke Formelseite kürzen mit n
3	$n \cdot l_1 + n \cdot s = l$	$ -n \cdot l_1$	$-n \cdot l_1$ subtrahieren	6	$s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	umgestellte Formel

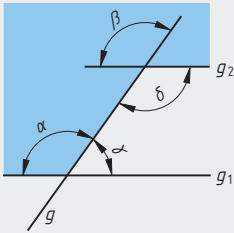
Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$(\quad)^2$	Formel quadrieren	4	$a^2 = c^2 - b^2$	$\sqrt{\quad}$ Wurzelzeichen einfügen
2	$c^2 = a^2 + b^2$	$ -b^2$	b^2 subtrahieren	5	$\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$	linke Formelseite radizieren
3	$c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$		subtrahieren, Seite tauschen	6	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$	umgestellte Formel

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
 g_1, g_2 parallele Geraden
 α, β Stufenwinkel
 β, δ Scheitelwinkel
 α, δ Wechselwinkel
 α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

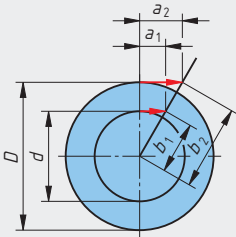
Wechselwinkel

$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz



- a_1, a_2 Abschnitte zweier Parallelen
 b_1, b_2 Abschnitte einer Geraden
 D, d Abschnitte einer Geraden

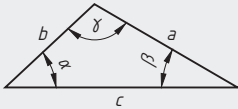
Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{D}{d}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad \frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



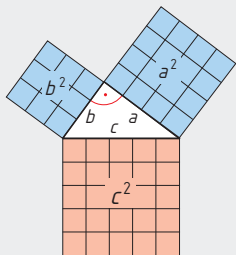
- a, b, c Dreiecksseiten
 α, β, γ Winkel im Dreieck

In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel 180° .

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete mm
 b Kathete mm
 c Hypotenuse mm

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Winkelfunktionen

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck	Bezeichnungen der Seitenverhältnisse	Anwendung	
		für $\sphericalangle \alpha$	für $\sphericalangle \beta$
<p>c Hypotenuse a Gegenkathete von α b Ankathete von α</p>	<p>Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$</p> <p>Kosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$</p>	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
<p>c Hypotenuse a Ankathete von β b Gegenkathete von β</p>	<p>Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$</p> <p>Kotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$</p>	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
		$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$

Beziehungen zwischen den Funktionen eines Winkels

<p>Die Berechnung eines Winkels erfolgt mit der Arcus-Funktion¹⁾ (Umkehrfunktion oder inverse Funktion) aus der Winkelfunktion. Sie beschreibt die Weite eines Winkels in Grad (°) oder als Bogenmaß (rad).</p>	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
	<p>Arcus-Funktion¹⁾ Schreibweise</p> <p>Arcus-Sinus asin, arcsin, \sin^{-1}</p>	<p>Beispiel</p> <p>$\sin \alpha = 0,5 \rightarrow \arcsin 0,5 = 30^\circ$ Winkel $\alpha = 30^\circ$</p>
	<p>Arcus-Cosinus acos, arccos, \cos^{-1}</p>	<p>$\cos \beta = 0,5 \rightarrow \arccos 0,5 = 60^\circ$ Winkel $\beta = 60^\circ$</p>
	<p>Arcus-Tangens atan, arctan, \tan^{-1}</p>	<p>$\tan \gamma = 1,0 \rightarrow \arctan 1,0 = 45^\circ$ Winkel $\gamma = 45^\circ$</p>

¹⁾ lat. arcus: der Bogen

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck

	Sinussatz	
	$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$ $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$ $c = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$
	Kosinussatz	
	$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot bc}$ $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot ac}$ $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot ab}$

Werte der Winkelfunktionen

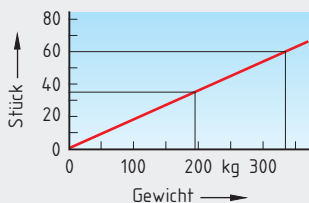
Grad	sin	cos	tan	cot	Grad	sin	cos	tan	cot
0°	0,0000	1,0000	0,0000	∞	45°	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000
1°	0,0175	0,9999	0,0175	57,290	46°	0,7193	0,6947	1,0355	0,9657
2°	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	47°	0,7314	0,6820	1,0724	0,9325
3°	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	48°	0,7431	0,6691	1,1106	0,9004
4°	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	49°	0,7547	0,6561	1,1504	0,8693
5°	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	50°	0,7660	0,6428	1,1918	0,8391
6°	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	51°	0,7771	0,6293	1,2349	0,8098
7°	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	52°	0,7880	0,6157	1,2799	0,7813
8°	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	53°	0,7986	0,6018	1,3270	0,7536
9°	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	54°	0,8090	0,5878	1,3764	0,7265
10°	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	55°	0,8192	0,5736	1,4281	0,7002
11°	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	56°	0,8290	0,5592	1,4826	0,6745
12°	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	57°	0,8387	0,5446	1,5399	0,6494
13°	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	58°	0,8480	0,5299	1,6003	0,6249
14°	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	59°	0,8572	0,5150	1,6643	0,6009
15°	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	60°	0,8660	0,5000	1,7321	0,5774
16°	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	61°	0,8746	0,4848	1,8040	0,5543
17°	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	62°	0,8829	0,4695	1,8807	0,5317
18°	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	63°	0,8910	0,4540	1,9626	0,5095
19°	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	64°	0,8988	0,4384	2,0503	0,4877
20°	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	65°	0,9063	0,4226	2,1445	0,4663
21°	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	66°	0,9135	0,4067	2,2460	0,4452
22°	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	67°	0,9205	0,3907	2,3559	0,4245
23°	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	68°	0,9272	0,3746	2,4751	0,4040
24°	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	69°	0,9336	0,3584	2,6051	0,3839
25°	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	70°	0,9397	0,3420	2,7475	0,3640
26°	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	71°	0,9455	0,3256	2,9042	0,3443
27°	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	72°	0,9511	0,3090	3,0777	0,3249
28°	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	73°	0,9563	0,2924	3,2709	0,3057
29°	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	74°	0,9613	0,2756	3,4874	0,2867
30°	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	75°	0,9659	0,2588	3,7321	0,2679
31°	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	76°	0,9703	0,2419	4,0108	0,2493
32°	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	77°	0,9744	0,2250	4,3315	0,2309
33°	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	78°	0,9781	0,2079	4,7046	0,2126
34°	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	79°	0,9816	0,1908	5,1446	0,1944
35°	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	80°	0,9848	0,1736	5,6713	0,1763
36°	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	81°	0,9877	0,1564	6,3138	0,1584
37°	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	82°	0,9903	0,1392	7,1154	0,1405
38°	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	83°	0,9925	0,1219	8,1443	0,1228
39°	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	84°	0,9945	0,1045	9,5144	0,1051
40°	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	85°	0,9962	0,0872	11,430	0,0875
41°	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	86°	0,9976	0,0698	14,301	0,0699
42°	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	87°	0,9986	0,0523	19,081	0,0524
43°	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	88°	0,9994	0,0349	28,636	0,0349
44°	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	89°	0,9999	0,0175	57,290	0,0175
45°	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	90°	1,0000	0,0000	∞	0,0000



Schlussrechnung, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Schlussrechnung

Dreisatz für direkt proportionale Verhältnisse



Beispiel:

60 Rohrkrümmen wiegen 330 kg. Wie groß ist das Gewicht von 35 Rohrkrümmern?

1. Satz: **Behauptung** 60 Rohrkrümmen wiegen 330 kg

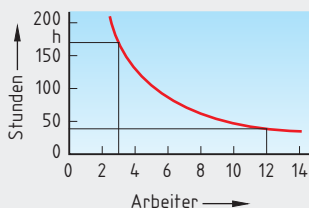
2. Satz: **Berechnung der Einheit: durch Dividieren**

$$1 \text{ Rohrkrümmen wiegt } \frac{330 \text{ kg}}{60}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: durch Multiplizieren**

$$35 \text{ Rohrkrümmen wiegen } \frac{330 \text{ kg} \cdot 35}{60} = 192,5 \text{ kg}$$

Dreisatz für indirekt proportionale Verhältnisse



Beispiel:

3 Arbeiter benötigen für einen Auftrag 170 Stunden. Wie viele Stunden benötigen 12 Arbeiter für den gleichen Auftrag?

1. Satz: **Behauptung** 3 Arbeiter benötigen 170 Stunden

2. Satz: **Berechnung der Einheit: durch Multiplizieren**

$$1 \text{ Arbeiter benötigt } 3 \cdot 170 \text{ h}$$

3. Satz: **Berechnung der Mehrheit: durch Dividieren**

$$12 \text{ Arbeiter benötigen } \frac{3 \cdot 170 \text{ h}}{12} = 42,5 \text{ h}$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt an, wie viel Prozent gerechnet werden sollen.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s	Prozentsatz, Prozent	%
P_w	Prozentwert	-
G_w	Grundwert	-

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0	Anfangskapital	EUR (€)	1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)
K_n	Endkapital	EUR (€)	360 d = 12 Monate
Z	Zinsen	EUR (€)	1 Zinsmonat = 30 Tage
p	Zinssatz pro Jahr	%/a	
t	Laufzeit in Tagen, Verzinsungszeit	d	

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

Zinseszinsrechnung bei Einmalzahlung

K_0	Anfangskapital	EUR (€)	n	Laufzeit in Jahren	a
K_n	Endkapital	EUR (€)	q	Aufzinsungsfaktor	-
Z	Zinsen	EUR (€)	p	Zinssatz pro Jahr	%

Endkapital

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

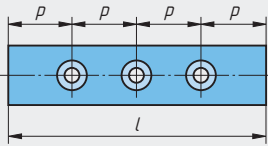
Aufzinsungsfaktor

$$q = 1 + \frac{p}{100\%}$$

Längen

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung



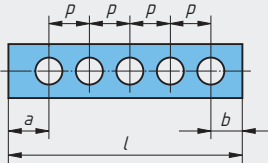
l	Gesamtlänge	mm
p	Teilung	mm
n	Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte ...	-

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

$$l = p \cdot (n+1)$$

Randabstand \neq Teilung



l	Gesamtlänge	mm
p	Teilung	mm
n	Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte ...	-
a, b	Randabstände	mm

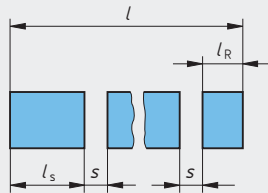
Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

$$l = p \cdot (n - 1) + a + b$$

$$n = \frac{l - (a + b)}{p} + 1$$

Trennen von Teilstücken



l	Stablänge	mm
l_s	Länge eines Teiles	mm
z	Anzahl der Teile	-
s	Breite der Sägeschnitte	mm
l_R	Restlänge	mm

Anzahl der Teile

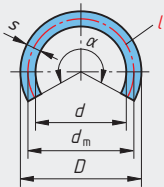
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

$$l = z \cdot (l_s + s)$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Gestreckte Länge kreisförmiger Bauteile



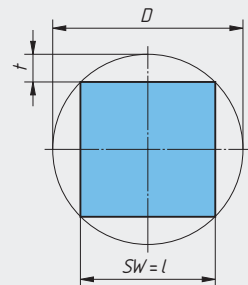
l	gestreckte Länge	mm
d	Innendurchmesser	mm
d_m	mittlerer Durchmesser	mm
D	Außendurchmesser	mm
α	Mittelpunktwinkel	°
s	Dicke	mm

Gestreckte Länge

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

Außendurchmesser von Vierkant- und Sechskant-Profilen



D	Außendurchmesser	mm
SW	Schlüsselweite	mm
t	Frästiefe	mm
l	Seitenlänge	mm

Frästiefe

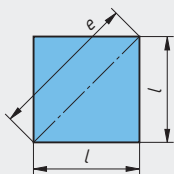
$$t = \frac{D - SW}{2}$$

Vierkant	Sechskant	Achtkant	Zwölfkant
$D = \frac{SW}{\cos 45^\circ}$	$D = \frac{SW}{\cos 30^\circ}$	$D = \frac{SW}{\cos 22,5^\circ}$	$D = \frac{SW}{\cos 15^\circ}$
$A = SW^2$	$A \approx 0,867 \cdot SW^2$	$A \approx 0,828 \cdot SW^2$	$A \approx 0,804 \cdot SW^2$



Flächen

Quadrat



A Fläche mm^2
 l Seitenlänge mm
 e Eckenmaß mm

Fläche

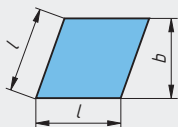
$$A = l^2$$

$$l = \sqrt{A}$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Rhombus (Raute)



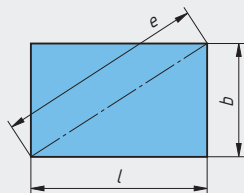
A Fläche mm^2
 l Seitenlänge mm
 b Breite mm

Fläche

$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Rechteck



A Fläche mm^2
 l Länge mm
 b Breite mm
 e Eckenmaß mm

Fläche

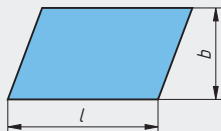
$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Rhomboid (Parallelogramm)



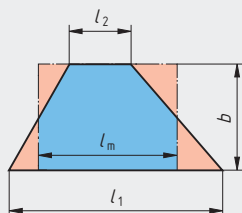
A Fläche mm^2
 l Länge mm
 b Breite mm

Fläche

$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Trapez



A Fläche mm^2
 l_1 große Länge mm
 l_2 kleine Länge mm
 l_m mittlere Länge mm
 b Breite mm

Fläche

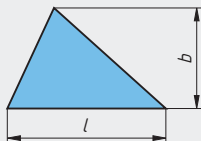
$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$A = l_m \cdot b$$

Mittlere Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Dreieck



A Fläche mm^2
 l Seitenlänge mm
 b Breite mm

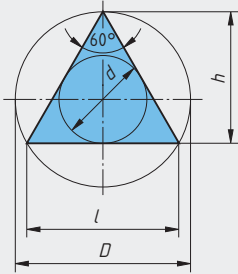
Fläche

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

$$l = \frac{2 \cdot A}{b} \quad b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

Flächen

Gleichseitiges Dreieck



- A** Fläche mm²
l Seitenlänge mm
D Durchmesser des Umkreises mm
d Durchmesser des Inkreises mm
h Höhe mm

Durchmesser des Umkreises

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

Fläche

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

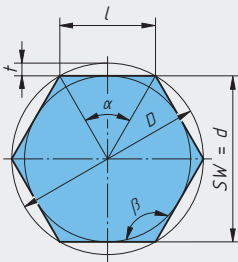
Durchmesser des Inkreises

$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

Höhe

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche mm²
l Seitenlänge mm
D Durchmesser des Umkreises mm
d Durchmesser des Inkreises mm
SW Schlüsselweite mm
n Eckenzahl –
α Mittelpunktswinkel °
β Eckenwinkel °

Mittelpunktswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Fläche

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

Eckenwinkel

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

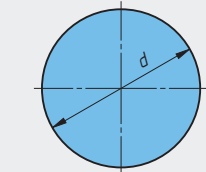
Seitenlänge

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Durchmesser des Inkreises

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

Kreis



- A** Fläche mm²
d Durchmesser mm
U Umfang mm

Umfang

$$U = \pi \cdot d$$

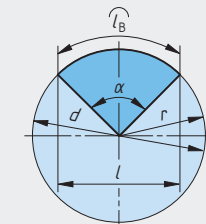
Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \frac{U}{\pi}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Kreisausschnitt



- A** Fläche mm²
d Durchmesser mm
l_B Bogenlänge mm
l Sehnenlänge mm
r Radius mm
α Mittelpunktswinkel °

Sehnenlänge

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

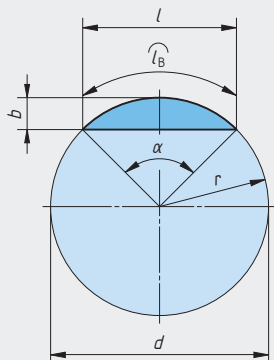
Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

Flächen

Kreisabschnitt



- A Fläche mm²
- d Durchmesser mm
- r Radius mm
- l_B Bogenlänge mm
- l Sehnenlänge mm
- b Breite mm
- α Mittelpunkts-
winkel °

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \frac{l \cdot (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r-b)}{2}$$

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Sehnenlänge

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{b \cdot (2 \cdot r - b)}$$

Breite

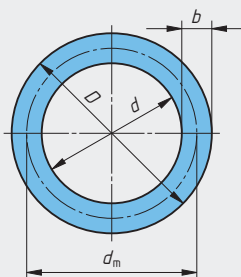
$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

Radius

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

Kreisring



- A Fläche mm²
- D Außen-
durchmesser mm
- d Innen-
durchmesser mm
- d_m mittlerer
Durchmesser mm
- b Breite mm

Fläche

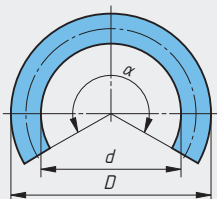
$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Kreisringausschnitt



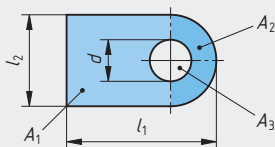
- A Fläche mm²
- D Außen-
durchmesser mm
- d Innen-
durchmesser mm
- α Mittelpunkts-
winkel °

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$$

Zusammengesetzte Flächen

Beispiel: 3 Teilflächen



Die Gesamtfläche erhält man durch Addieren bzw. Subtrahieren der Teilflächen.

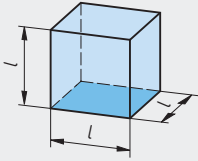
- A Gesamtfläche mm²
- A₁, A₂, A₃ Teilflächen mm²
- l₁, l₂ Längen mm
- d Durchmesser mm

Gesamtfläche

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$

Volumen, Oberfläche

Würfel



V Volumen mm^3
 A_0 Oberfläche mm^2
 l Seitenlänge mm

Volumen

$$V = l^3$$

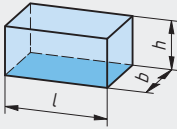
$$l = \sqrt[3]{V}$$

Oberfläche

$$A_0 = 6 \cdot l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{A_0}{6}}$$

Vierkantprisma, Quader



V Volumen mm^3
 A_0 Oberfläche mm^2
 l Seitenlänge mm
 h Höhe mm
 b Breite mm

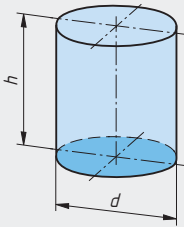
Volumen

$$V = l \cdot b \cdot h$$

Oberfläche

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Zylinder



V Volumen mm^3
 A_0 Oberfläche mm^2
 A_M Mantelfläche mm^2
 d Durchmesser mm
 h Höhe mm

Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

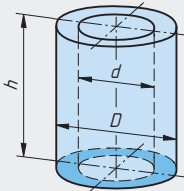
Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Oberfläche

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Hohlzylinder



V Volumen mm^3
 A_0 Oberfläche mm^2
 D, d Durchmesser mm
 h Höhe mm

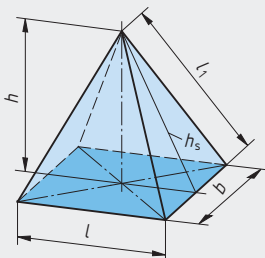
Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

Oberfläche

$$A_0 = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h \right]$$

Pyramide



V Volumen mm^3
 h Höhe mm
 h_s Mantelhöhe mm
 l Seitenlänge mm
 l_1 Kantenlänge mm
 b Breite mm

Volumen

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

Kantenlänge

$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

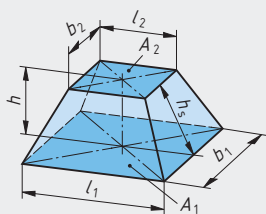
Mantelhöhe

$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$



Volumen, Oberfläche

Pyramidenstumpf



V	Volumen	mm ³
A_1	Grundfläche	mm ²
A_2	Deckfläche	mm ²
h	Höhe	mm
h_s	Mantelhöhe	mm
l_1, l_2	Seitenlänge	mm
b_1, b_2	Breite	mm

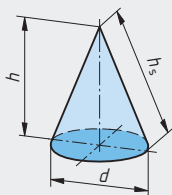
Volumen

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

Mantelhöhe

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$$

Kegel



V	Volumen	mm ³
A_M	Mantelfläche	mm ²
d	Durchmesser	mm
h	Höhe	mm
h_s	Mantelhöhe	mm

Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$$

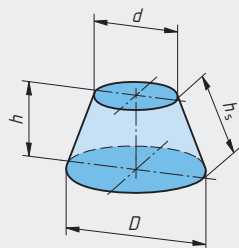
Mantelfläche

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot h_s}{2}$$

Mantelhöhe

$$h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$

Kegelstumpf



V	Volumen	mm ³
A_M	Mantelfläche	mm ²
D	großer Durchmesser	mm
d	kleiner Durchmesser	mm
h	Höhe	mm
h_s	Mantelhöhe	mm

Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

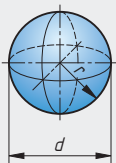
Mantelfläche

$$A_M = \frac{\pi \cdot h_s}{2} \cdot (D + d)$$

Mantelhöhe

$$h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

Kugel



V	Volumen	mm ³
A_O	Oberfläche	mm ²
d	Kugeldurchmesser	mm

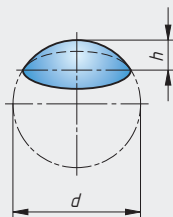
Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

Oberfläche

$$A_O = \pi \cdot d^2$$

Kugelabschnitt



V	Volumen	mm ³
A_M	Mantelfläche	mm ²
A_O	Oberfläche	mm ²
d	Kugeldurchmesser	mm
d_1	kleiner Durchmesser	mm
h	Höhe	mm

Volumen

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$$

Oberfläche

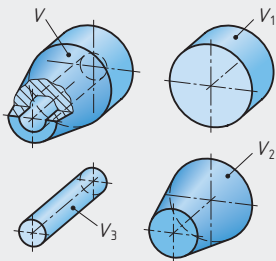
$$A_O = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$$

Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Volumen, Masse

Volumen zusammengesetzter Körper



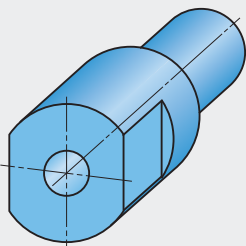
Zusammengesetzte Körper werden zur Berechnung des Gesamtvolumens in Teilvolumen zerlegt.

V Gesamtvolumen mm^3
 $V_1, V_2, V_3 \dots$ Teilvolumen mm^3

Gesamtvolumen

$$V = V_1 + V_2 + \dots - V_3 - V_4$$

Masse, allgemein



Die Masse eines Körpers wird aus seinem Volumen und seiner Dichte berechnet.

m Masse kg
 V Volumen dm^3
 ρ Dichte kg/dm^3

Masse

$$m = V \cdot \rho$$

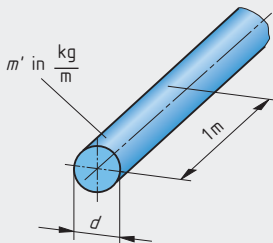
Umrechnung der Einheiten:

$$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{mg}}{\text{mm}^3}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Werte für die Dichte siehe Tabellenbuch.

Längenbezogene Masse



Die Masse von Profilen, Rohren oder Drähten kann auch mithilfe von Tabellenwerten für die längenbezogene Masse m' berechnet werden.

m Masse kg
 m' längenbezogene Masse kg/m
 l Länge m

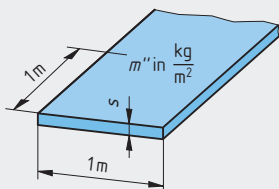
Masse

$$m = m' \cdot l$$

$$m' = \frac{m}{l}$$

Werte für die längenbezogene Masse m' siehe Tabellenbuch.

Flächenbezogene Masse



Die Masse von Blechen, Folien oder Belägen kann auch mithilfe von Tabellenwerten für die flächenbezogene Masse m'' berechnet werden.

m Masse kg
 m'' flächenbezogene Masse kg/m^2
 A Fläche m^2

Masse

$$m = m'' \cdot A$$

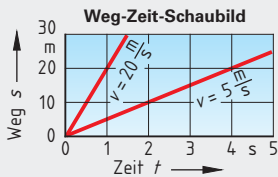
$$m'' = \frac{m}{A}$$

Werte für die flächenbezogene Masse m'' siehe Tabellenbuch.

Konstante Bewegung, beschleunigte und verzögerte Bewegung

Konstante Bewegung

Geradlinige Bewegung



v Geschwindigkeit
 s Weg
 t Zeit
 $1 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{1}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,06 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

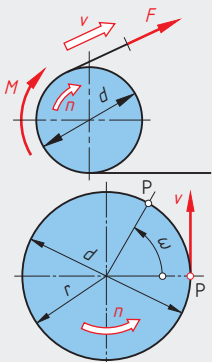
m/s
 m
 s

Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v} \quad s = v \cdot t$$

Kreisförmige Bewegung



v Umfangsgeschwindigkeit
 ω Winkelgeschwindigkeit
 n Drehzahl, Drehfrequenz
 r Radius
 d Durchmesser

m/s
 $1/\text{s}$
 $1/\text{s}$
 m
 m

Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$d = \frac{v}{\pi \cdot n} \quad n = \frac{v}{\pi \cdot d}$$

Drehzahl

$$\frac{1}{\text{min}} = \frac{1}{60 \text{ s}}; \quad \frac{1}{\text{s}} = \frac{60}{\text{min}}$$

Umfangsgeschwindigkeit

$$1 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{1}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

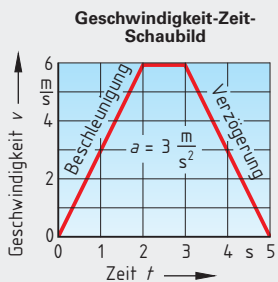
Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

Beschleunigte und verzögerte Bewegung

Geradlinig beschleunigte Bewegung



Die Zunahme der Geschwindigkeit je Zeiteinheit heißt Beschleunigung, die Abnahme Verzögerung.

Die Formeln gelten für die Beschleunigung aus dem Stillstand oder die Verzögerung bis zum Stillstand.

End- oder Anfangsgeschwindigkeit

$$v = a \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

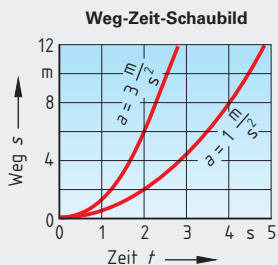
v Endgeschwindigkeit bei Beschleunigung oder Anfangsgeschwindigkeit bei Verzögerung
 s Beschleunigungs- oder Verzögerungsweg
 a Beschleunigung oder Verzögerung
 t Beschleunigungs- oder Verzögerungszeit
 g Fallbeschleunigung

m/s
 m
 m/s^2
 s
 m/s^2

Beschleunigungs- oder Verzögerungsweg

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, bei der die Fallbeschleunigung g wirksam ist.

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

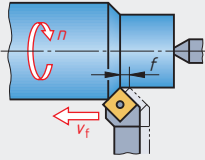
$$v = \frac{2 \cdot s}{t} \quad t = \frac{2 \cdot s}{v}$$

$$a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

Geschwindigkeit an Maschinen

Vorschubgeschwindigkeit, Werkstückgeschwindigkeit

Drehen, Bohren



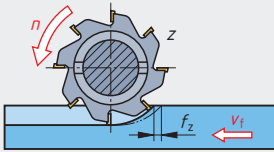
v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
f	Vorschub	mm
n	Drehzahl	1/min

Vorschubgeschwindigkeit

$$v_f = n \cdot f$$

$$f = \frac{v_f}{n}$$

Fräsen



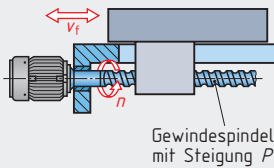
v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
f_z	Vorschub je Schneide	mm
n	Drehzahl	1/min
z	Anzahl der Schneiden	-

Vorschubgeschwindigkeit

$$v_f = n \cdot f_z \cdot z$$

$$f_z = \frac{v_f}{n \cdot z}$$

Gewindetrieb



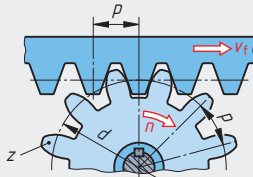
v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
P	Gewindesteigung	mm
n	Drehzahl der Gewindespindel	1/min

Vorschubgeschwindigkeit

$$v_f = n \cdot P$$

$$n = \frac{v_f}{P}$$

Zahnstangentrieb



v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
z	Zähnezahl des Ritzels	-
p	Zahnteilung	mm
n	Drehzahl des Ritzels	1/min
d	Teilkreisdurchmesser des Ritzels	mm

Vorschubgeschwindigkeit

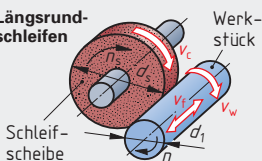
$$v_f = n \cdot z \cdot p$$

$$v_f = \pi \cdot d \cdot n$$

$$n = \frac{v_f}{p \cdot z} \quad n = \frac{v_f}{\pi \cdot d}$$

Schleifen

Längsrundschleifen



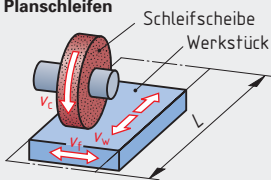
v_w	Werkstückgeschwindigkeit	mm/min
v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
d_1	Durchmesser des Werkstücks	mm
n	Drehzahl des Werkstücks	1/min

Werkstückgeschwindigkeit

$$v_w = \pi \cdot d_1 \cdot n$$

$$n = \frac{v_w}{\pi \cdot d_1}$$

Planschleifen



v_w	Werkstückgeschwindigkeit	mm/min
v_f	Vorschubgeschwindigkeit	mm/min
L	Vorschubweg	mm
n_H	Hubzahl (Einzelhübe)	1/min

Werkstückgeschwindigkeit

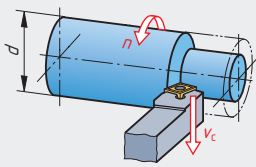
$$v_w = L \cdot n_H$$

$$n_H = \frac{v_w}{L}$$

Geschwindigkeit an Maschinen, Arten von Kräften

Schnittgeschwindigkeit

Drehen



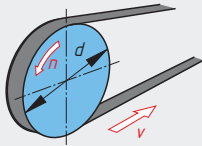
- v_c Schnittgeschwindigkeit m/min
- n Drehzahl 1/min
- d Durchmesser (Drehen)
Scheibendurchmesser (Schleifen)
Bohrerdurchmesser (Bohren)
Fräserdurchmesser (Fräsen)

Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

$$n = \frac{v_c}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{v_c}{\pi \cdot n}$$

Umfangsgeschwindigkeit



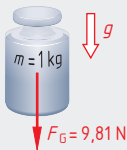
- v Umfangsgeschwindigkeit m/min
- n Drehzahl 1/min
- d Durchmesser m

Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

$$n = \frac{v}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{v}{\pi \cdot n}$$

Gewichtskraft



- F_G Gewichtskraft N
- m Masse kg
- g Fallbeschleunigung m/s²

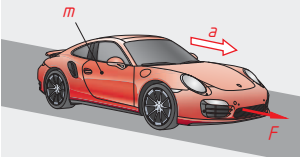
Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g$$

$$m = \frac{F_G}{g}$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 10 \frac{m}{s^2}$$

Kräfte bei Beschleunigung und Verzögerung



- F Beschleunigungskraft N
- m Masse kg
- a Beschleunigung oder Verzögerung m/s²

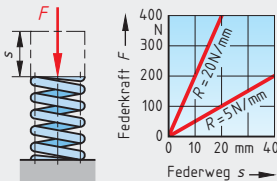
Beschleunigungskraft

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m} \quad m = \frac{F}{a}$$

$$1 \frac{m}{s^2} = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$$

Federkraft



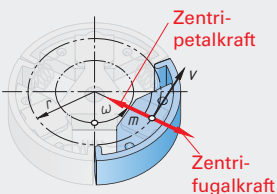
- F Federkraft N
- R Federrate N/mm
- s Federweg mm

Federkraft

$$F = R \cdot s$$

$$R = \frac{F}{s} \quad s = \frac{F}{R}$$

Zentripetalkraft, Zentrifugalkraft



- F_z Fliehkraft N
- m Masse kg
- r Radius m
- ω Winkelgeschwindigkeit 1/s
- v Umfangsgeschwindigkeit m/s

Zentripetalkraft, Zentrifugalkraft

$$F_z = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Umfangsgeschwindigkeit: oben und Seite 17