



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
Kraftfahrzeugtechnik

# **Formeln**

# **Land- und Bau-**

# **maschinentechnik**

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 20006**

## Autoren:

Fehr, Andreas	Dipl.-Gwl., Studienrat	Breisach
Fleischlin, Stefan	Eidg. Dipl., Berufsfachschullehrer	Sempach, Schweiz
Friese-Tapmeyer, Joachim	Oberstudienrat a. D.	Hildesheim
Friske, Richard	Oberstudienrat	Hannover
Ganzmann, Herbert	Dipl.-Ingenieur	Häusern im Südschwarzwald
Petersen, Malte	Oberstudienrat	Jübek
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor a. D.	München
Wimmer, Alois	Oberstudienrat a. D.	Berghülen

Für die großzügige Hilfe und Unterstützung bei der Erstellung der 1. Auflage dieser Formelsammlung bedankt sich der Arbeitskreis Land- und Baumaschinentechnik besonders bei den Autoren des Arbeitskreises Kfz.

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:  
Alois Wimmer

Bildbearbeitung:  
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Bildquellen:  
AGCO GmbH (Fendt), Marktoberdorf: S. 34/1; S. 38/2  
Robert Bosch GmbH: S. 18/4; S. 38/1; S. 59/3  
SHERPA Autodiagnostik GmbH, Ampfing: S. 55/2

Den „Formeln Land- und Baumaschinentechnik“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

1. Auflage 2020

Druck 5 4

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2000-6

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an  
produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
www.europa-lehrmittel.de

Satz und Layout: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: AGCO GmbH, Marktoberdorf, Liebherr-Werk Biberach GmbH, Biberach an der Riss, und CLAAS KGaA mbH, Harzewinkel

Druck: Plump Druck und Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

**Grundlagen**

Mathematische Zeichen, Prozent-, Zins-, Mischungsrechnen .....	4
Winkelfunktionen .....	5
Längen, Flächen .....	6
Volumen, Mantelfläche, Oberfläche .....	10
Dichte, Masse, Kraft, Kräftezusammensetzung, Kräftezerlegung .....	12
Fliehkraft .....	13
Geschwindigkeit .....	14
Beschleunigung, Verzögerung, Überholen .....	15
Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad .....	17
Drehmoment, Hebelgesetz, Flaschenzug .....	19
Festigkeit, Reibung, Druck .....	20
Hydraulik, Pneumatik .....	22
Wärmetechnik .....	25
Riementrieb, Zahnradtrieb .....	27

**Motor**

Hubraum, Verdichtung, Hubverhältnis, Pleuelstangenverhältnis, Kolbenweg, Kolbengeschwindigkeit .....	29
Gasdruck, Kolbenkraft, Kräfte am Kurbeltrieb, Kolbeneinbauspiel .....	31
Steuerwinkel, Steuerzeiten, Ventilöffnungszeit, Gasgeschwindigkeit .....	32
Luftverhältnis, Liefergrad, Luftverbrauch, Luftbedarf, CO <sub>2</sub> -Emission .....	33
Kraftstoffverbrauch .....	34
Kraftstoff-Einspritzmenge, Mischungsverhältnis 2-Takt-Motoren, Gefrierschutzmischung, Motorkühlung .....	35
Motorleistung, innere Motorarbeit, Leistungsmessung am Motorprüfstand, Motorwirkungsgrade, Motorkennlinien .....	36
Kenngrößen von Verbrennungsmotoren (Hubraumleistung, Leistungsgewicht, Gewichtsleistung, Hubraumgewicht) .....	40

**Antriebsstrang – Kraftübertragung**

Kupplung, Kupplungsbetätigung .....	41
Wechselgetriebe .....	43
Achsgetriebe .....	45
Ausgleichsgetriebe .....	46
Antriebsstrang, Antriebskraft, Antriebsleistung, Fahrwiderstände .....	47

**Fahrwerk**

Achskräfte, Auflagerkräfte .....	49
Übersetzung Lenkgetriebe, Lenkung .....	50

**Bremsen**

Übersetzungen, Leitungsdruck, pneumatische Verstärkung, hydraulische Übersetzung .....	51
Bremsmoment, Bremskraft, Bremsarbeit, Bremsleistung, Bremsenprüfung .....	54
Flussdiagramm zur Berechnung von hydraulischen Bremsen .....	56

**Elektrotechnik**

Ohmsches Gesetz, Spannung, Strom, Widerstand, Widerstandsschaltungen .....	57
Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad, Spannungsteiler .....	59
Batterie, Transformator .....	60
Wechselstrom, Drehstrom .....	61
Elektronische Bauelemente, Winkel und Zeiten beim Zündvorgang, Pulsweitenmodulation, Datenübertragung .....	62

**Sachwortverzeichnis**

## Mathematische Zeichen (Auswahl)

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter	$\sqrt{a}$	Quadratwurzel aus a	$\cong$	kongruent
=	gleich	$\cdot \times$	mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	$\sim$	ähnlich
$\neq$	nicht gleich, ungleich	$: / -$	durch, geteilt durch, dividiert durch	$\angle$	Winkel
$\sim$	proportional	%	Prozent, vom Hundert	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\approx$	annähernd, nahezu gleich, rund, etwa	‰	Promille, vom Tausend	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$\triangleq$	entspricht	() {} {}	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	$\Sigma$	Summe
<	kleiner als	$\parallel$	parallel	e	Eulersche Zahl $e = 2,718\ 281\ 828\dots$
>	größer als	$\nparallel$	nicht parallel	$\pi$	Pi = 3,14159...
$\geq$	größer oder gleich, mindestens gleich	$\perp$	rechtwinklig zu, normal auf, senkrecht auf	$\infty$	unendlich
$\leq$	kleiner oder gleich, höchstens gleich	$\Delta$	Delta, Zeichen für Differenz	log	Logarithmus (allgemein)
+	plus, mehr, und			lg	Zehnerlogarithmus
-	minus, weniger			ln	natürlicher Logarithmus

## Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten

Druck	Energie, Arbeit	Leistung
1 at = 1 kp/cm <sup>2</sup> = 981 mbar 1 mm WS = 1 kp/m <sup>2</sup> = 0,098 mbar 1 mm Hg = 1 Torr = 1,333 mbar	1 kcal = 4186,8 J $\approx$ 4,2 kJ = = 1,16 · 10 <sup>-3</sup> kWh 1 kpm = 9,81 J = 9,81 Nm	1 PS = 735 W = 0,735 kW = = 735 Nm/s 1 kW = 1,36 PS

## Prozentrechnen

$p$ Prozentsatz in % Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.	$E_{\max} = G + P$	$p = \frac{100 \cdot P}{G}$
$G$ Grundwert Er ist der Wert auf den man sich beim Prozentrechnen bezieht.	$E_{\min} = G - P$	$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$
$P$ Prozentwert Er ist der Teil des Grundwertes, der dem Prozentsatz entspricht. Er hat dieselbe Einheit wie der Grundwert.	$G = \frac{100 \cdot P}{p}$	$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$
$E_{\max}$ Endwert (vermehrter Wert) (Grundwert + Prozentwert)	$P = \frac{G \cdot p}{100}$	
$E_{\min}$ Endwert (verminderter Wert) (Grundwert – Prozentwert)		

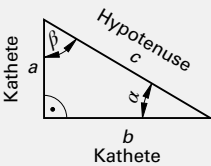
## Zinsrechnen

$z$ Zinsen in € $p$ Zinssatz in % $k$ Kapital in € $t$ Zeit in Jahren oder Zeit in Tagen	$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}$ $p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$ $t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$	<b>Jahreszins</b> $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$ <b>Tageszins</b> $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$
1 Zinsjahr $\triangleq$ 360 Tage 1 Zinsmonat $\triangleq$ 30 Tage		

## Mischungsrechnen

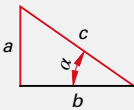
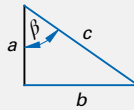
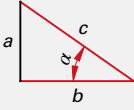
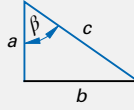
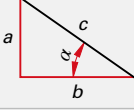
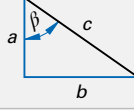
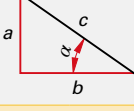
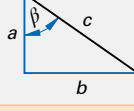
$m$ Gesamtmenge $m_1$ Teilmenge 1 $m_2$ Teilmenge 2 $x$ Summe der Anteile $x_1$ Anteil der Teilmenge 1 $x_2$ Anteil der Teilmenge 2	$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$ $m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$	$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$ $x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$	$m = m_1 + m_2 + \dots$ $x = x_1 + x_2 + \dots$ $\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1}$
--	--	--	---

**Winkelfunktionen**



- Die den rechten Winkel bildenden Seiten  $a$  und  $b$  heißen Katheten.
- Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite  $c$  heißt Hypotenuse.
- Die dem spitzen Winkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  anliegende Seite  $b$  bzw.  $a$  heißt Ankathete.
- Die dem spitzen Winkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  gegenüberliegende Seite  $a$  bzw.  $b$  heißt Gegenkathete.

Die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck werden Winkelfunktionen bzw. trigonometrische Funktionen genannt.

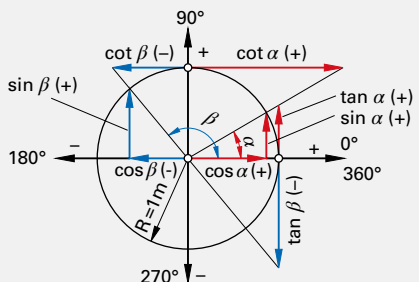
<div>Sinus = <math>\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}</math></div>		$\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $a = c \cdot \sin \alpha$ $c = \frac{a}{\sin \alpha}$		$\sin \beta = \frac{b}{c}$ $b = c \cdot \sin \beta$ $c = \frac{b}{\sin \beta}$
<div>Cosinus = <math>\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}</math></div>		$\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $b = c \cdot \cos \alpha$ $c = \frac{b}{\cos \alpha}$		$\cos \beta = \frac{a}{c}$ $a = c \cdot \cos \beta$ $c = \frac{a}{\cos \beta}$
<div>Tangens = <math>\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}</math></div>		$\tan \alpha = \frac{a}{b}$ $a = b \cdot \tan \alpha$ $b = \frac{a}{\tan \alpha}$		$\tan \beta = \frac{b}{a}$ $b = a \cdot \tan \beta$ $a = \frac{b}{\tan \beta}$
<div>Cotangens = <math>\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}</math></div>		$\cot \alpha = \frac{b}{a}$ $b = a \cdot \cot \alpha$ $a = \frac{b}{\cot \alpha}$		$\cot \beta = \frac{a}{b}$ $a = b \cdot \cot \beta$ $b = \frac{a}{\cot \beta}$

**Berechnung von Winkelfunktionen mit dem Taschenrechner (Beispiele)**

**Beispiel:**  $a = 10 \text{ cm}$ ;  $c = 50 \text{ cm}$ ;  $\alpha = ?$       **Lösung:**  $\sin \alpha = a : c = 10 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 0,2$

$10 \div 50 = 0,2$  (SHIFT ; 2ND ; INV) SIN     $\Rightarrow$     11,536 96° (SHIFT ; 2ND ; INV) ° ' "     $\Rightarrow$     11° 32' 13"

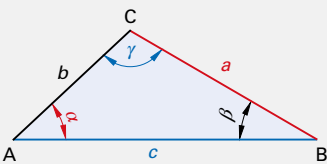
**Winkelfunktionen am Einheitskreis**



**Besondere Winkelfunktionswerte**

Winkel $\alpha$	0°	30°	45°	60°	90°
<b>Funktion</b>					
<b>Sinus <math>\alpha</math></b>	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	1
<b>Cosinus <math>\alpha</math></b>	1	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
<b>Tangens <math>\alpha</math></b>	0	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
<b>Cotangens <math>\alpha</math></b>	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	0

**Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck**



$a, b, c$  Seitenlängen (mm)  
 $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel, die jeweils den Seiten  $a, b, c$  gegenüber liegen (°)

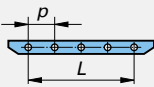
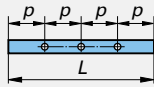
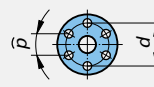
**Sinussatz**

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

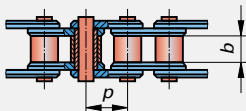
**Kosinussatz**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

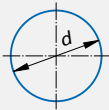
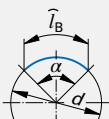
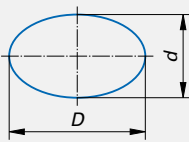
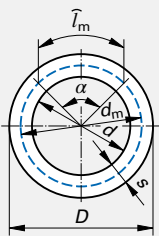
## Längenteilungen

	Teilung $p$ Lochabstand	Teilungszahl $n$ Lochzahl	Teilungslänge $l$
	$p = \frac{L}{n-1}$	$n = \frac{L}{p} + 1$	$L = p \cdot (n-1)$
	$p = \frac{L}{n+1}$	$n = \frac{L}{p} - 1$	$L = p \cdot (n+1)$
	$p = \frac{\pi \cdot d}{n}$	$n = \frac{\pi \cdot d}{p}$	$L = U = n \cdot p$ $L = U = \pi \cdot d$

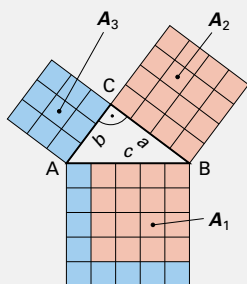
## Kettenlänge

	$L$ Kettenlänge $p$ Teilung $b$ Gliederbreite (Innenglied) $X$ Gliederzahl	$L = p \cdot X$ $p = \frac{L}{X} \quad X = \frac{L}{p}$
---	---	---

## Gebogene Längen

	$U$ Umfang $d$ Durchmesser	$U = \pi \cdot d$ $d = \frac{U}{\pi}$
	$l_B$ Bogenlänge $d$ Durchmesser $\alpha$ Mittelpunktswinkel in °	$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$ $\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$
	$U$ Umfang $D$ Durchmesser $d$ Durchmesser $R$ Radius $r$ Radius	$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$ $D \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - d \quad d \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - D$ <p>genauer:</p> $U = \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$
	$l_m$ gestreckte Länge, Länge der neutralen Faser $d_m$ mittlerer Durchmesser $D$ Außendurchmesser $d$ Innendurchmesser $\alpha$ Mittelpunktswinkel in ° $s$ Werkstoffdicke $U_m$ mittlerer Umfang	$l_m = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$ $U_m = \pi \cdot d_m$ $d_m = \frac{D+d}{2}$ $d_m = D - s$ $d_m = d + s$

## Lehrsatz des Pythagoras



Beim rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates gleich der Summe der Flächen der beiden Kathetenquadrate.

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

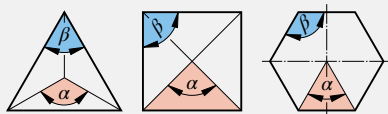
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$c$  Hypotenuse  
– die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite  
 $a, b$  Katheten  
– die den rechten Winkel bildenden Seiten  
 $A_1, A_2, A_3$  Flächen

## Regelmäßige Vielecke

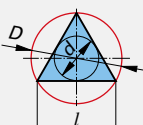
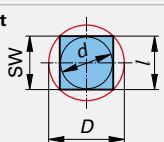
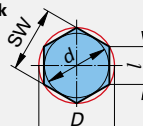
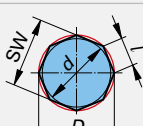
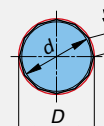


Für regelmäßige Vielecke gilt:

Innenwinkel  $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Außenwinkel  $\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \quad \beta = 180^\circ - \alpha$

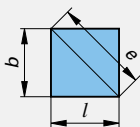
$n$  Anzahl der Ecken

Regelmäßiges Vieleck $n$ Anzahl der Ecken	Umkreis-Ø $D$ Eckenmaß $e$	Innenkreis-Ø $d$ Schlüsselweite $SW$	Seitenlänge $l$ Umfang $U$	Gesamtfläche $A$
<b>Dreieck</b> $n = 3$	 $D = 1,154 \cdot l$ $D = 2 \cdot d$	$d = 0,578 \cdot l$ $d = 0,5 \cdot D$	$l = 0,866 \cdot D$ $l = 1,730 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,325 \cdot D^2$  $A = 1,299 \cdot d^2$ $A = 0,433 \cdot l^2$
<b>Quadrat</b> $n = 4$	 $D = 1,414 \cdot l$ $D = 1,414 \cdot d$  $D = e$	$d = l$ $d = 0,707 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,707 \cdot D$ $l = d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,5 \cdot D^2$  $A = d^2$ $A = l^2$
<b>Sechseck</b> $n = 6$	 $D = 2 \cdot l$ $D = 1,155 \cdot d$  $D = e$	$d = 1,732 \cdot l$ $d = 0,866 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,5 \cdot D$ $l = 0,577 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,649 \cdot D^2$  $A = 0,866 \cdot d^2$ $A = 2,598 \cdot l^2$
<b>Achteck</b> $n = 8$	 $D = 2,614 \cdot l$ $D = 1,082 \cdot d$  $D = e$	$d = 2,414 \cdot l$ $d = 0,924 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,383 \cdot D$ $l = 0,414 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,707 \cdot D^2$  $A = 0,829 \cdot d^2$ $A = 4,828 \cdot l^2$
<b>Zwölfeck</b> $n = 12$	 $D = 3,864 \cdot l$ $D = 1,035 \cdot d$  $D = e$	$d = 3,732 \cdot l$ $d = 0,966 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,259 \cdot D$ $l = 0,268 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,750 \cdot D^2$  $A = 0,804 \cdot d^2$ $A = 11,196 \cdot l^2$

## Geradlinig begrenzte Flächen

## Quadrat

$b = l$



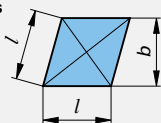
$l = \sqrt{A}$

$b = l$

$e = \sqrt{2} \cdot l^2 = 1,414 \cdot l$

$l = \frac{e}{1,414} = 0,707 \cdot e \quad U = 4 \cdot l$

$A = l^2$

Rhombus  
(Raute)

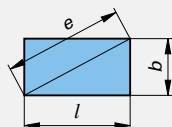
$l = \frac{A}{b}$

$b = \frac{A}{l}$

$U = 4 \cdot l$

$A = l \cdot b$

## Rechteck



$b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{A}{b}$

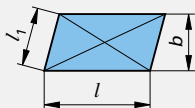
$l = \frac{U-2 \cdot b}{2}$

$e = \sqrt{l^2 + b^2}$

$b = \frac{U-2 \cdot l}{2}$

$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$

$A = l \cdot b$

Rhomboid  
(Parallelo-  
gramm)

$l = \frac{A}{b}$

$l = \frac{U-2 \cdot l_1}{2}$

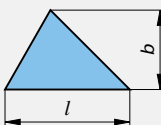
$b = \frac{A}{l}$

$l_1 = \frac{U-2 \cdot l}{2}$

$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$

$A = l \cdot b$

## Dreieck



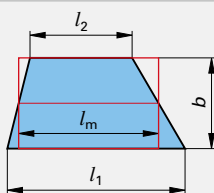
$l = \frac{2 \cdot A}{b}$

$b = \frac{2 \cdot A}{l}$

$U = \text{Summe aller Seiten}$

$A = \frac{l \cdot b}{2}$

## Trapez



$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$

$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$

$l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$

$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$

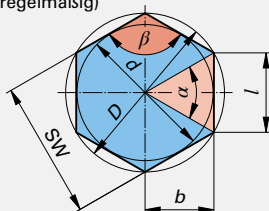
$l_1 = 2 \cdot l_m - l_2$

$l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$

$U = \text{Summe aller Seiten}$

$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$

$A = l_m \cdot b$

Vieleck  
(regelmäßig)

$\alpha$  Innenwinkel  
 $\beta$  Außenwinkel  
 SW Schlüsselweite  
 D Umkreisdurchmesser  
 d Inkreisdurchmesser

$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

$\beta = 180^\circ - \alpha$

$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

$d = \sqrt{D^2 - l^2}$

$b = \frac{SW}{2} = \frac{d}{2}$

$U = l \cdot n$

$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$

$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$

A Gesamtfläche  
 d Inkreisdurchmesser  
 n Anzahl der Ecken  
 l Seitenlänge  
 b Breite

A Fläche

l Länge

 $l_m$  mittlere Länge

b Breite

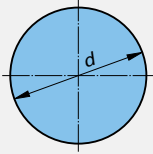
U Umfang

e Eckmaß



**Kreisförmig oder bogenförmig begrenzte Flächen**

**Kreis**



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

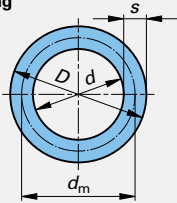
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

**Kreisring**



$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

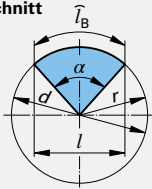
$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$A = A_2 - A_1$$

**Kreisausschnitt (Sektor)**



$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$U = l_B + 2 \cdot r$$

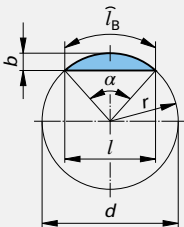
$l_B$  Bogenlänge

$\alpha$  Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

**Kreisabschnitt (Segment)**



$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - l^2/4}$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot r - b^2}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

$$U = l + l_B$$

$l$  Länge (Sehne)

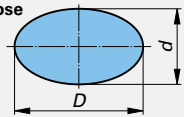
$b$  Breite (Bogenhöhe)

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A \approx \frac{2 \cdot l \cdot b}{3}$$

**Ellipse**



$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

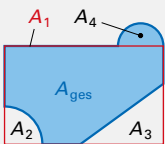
$$U \approx \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

genauer:

$$U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

**Zusammengesetzte Flächen**



Zusammengesetzte Flächen werden zur Berechnung ihrer Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt.

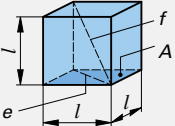
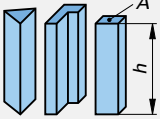
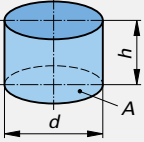
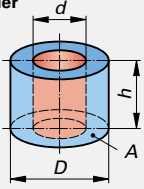
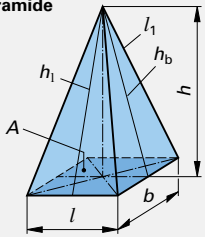
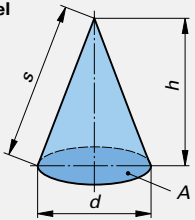
Durch Addition und Subtraktion der Teilflächen erhält man die Gesamtfläche.

$$A_{ges} = A_1 - A_2 - A_3 + A_4$$

Allgemein gilt:

$$A_{ges} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm \dots$$

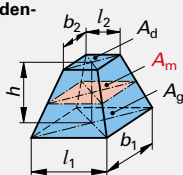
A Fläche    D, d Durchmesser     $l_B$  Bogenlänge    b Breite (Bogenhöhe)     $\alpha$  Mittelpunktswinkel  
 U Umfang    R, r Radius    l Länge (Sehne)    b Breite     $d_m$  mittlerer Durchmesser

Volumen							
Gleichdicke Körper				$V = A \cdot h$			
<b>Würfel</b> 	$l = \sqrt[3]{V}$  $e = 1,414 \cdot l$ $f = 1,732 \cdot l$ $l_{\text{ges}} = 12 \cdot l$	$A_M = 4 \cdot A = 4 \cdot l^2$ $A_O = 6 \cdot A = 6 \cdot l^2$	$V = l \cdot l \cdot l$  $V = l^3$				
<b>Prisma</b> 	$A = \frac{V}{h}$	$h = \frac{V}{A}$	$V = A \cdot h$				
<b>Zylinder</b> 	$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A = \frac{V}{h}$ $A_M = \pi \cdot d \cdot h$ $A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$ $h = \frac{V}{A}$	$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$  $V = A \cdot h$				
<b>Hohlzylinder</b> 	$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$ $D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ $A_O = \pi \cdot h \cdot (D + d) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$	$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot h$ $V = (A_2 - A_1) \cdot h$ $V = V_2 - V_1$				
Spitze Körper				$V = A \cdot b/3$			
<b>Pyramide</b> 	$h = \frac{3 \cdot V}{l \cdot b}$ $A = \frac{3 \cdot V}{h}$ $h_l = \sqrt{h^2 + b^2/4}$ $l_1 = \sqrt{h_b^2 + b^2/4}$ $A_M = h_l \cdot l + h_b \cdot b$ $A_O = A_M + A$	$b = \frac{3 \cdot V}{l \cdot h}$ $h = \frac{3 \cdot V}{A}$ $h_b = \sqrt{h^2 + l^2/4}$ $l_1 = \sqrt{h_l^2 + l^2/4}$	$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$  $V = \frac{A \cdot h}{3}$				
<b>Kegel</b> 	$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ $A = \frac{3 \cdot V}{h}$ $A_M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$ $A_M = \pi \cdot r \cdot s$ $A_O = A_M + A$	$h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$ $h = \frac{3 \cdot V}{A}$ $A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$ $s = \sqrt{h^2 + r^2}$	$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$ $V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$ $V = \frac{A \cdot h}{3}$				
<b>V</b> Volumen <b>A</b> Fläche <b>h</b> Höhe	<b>l</b> Länge <b>b</b> Breite <b>D, d</b> Durchmesser	<b>h<sub>l</sub></b> Mantelhöhe über l <b>h<sub>b</sub></b> Mantelhöhe über b <b>s</b> Mantelhöhe	<b>r</b> Radius <b>A<sub>M</sub></b> Mantelfläche <b>A<sub>O</sub></b> Oberfläche	<b>e</b> Eckenmaß (Flächendiagonale) <b>f</b> Raumdiagonale			

## Volumen

## Abgestumpfte Körper

## Pyramidenstumpf

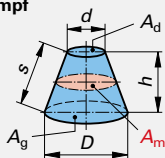


$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$V = \frac{h \cdot (A_g + A_d + \sqrt{A_g \cdot A_d})}{3}$$

$$V \approx A_m \cdot h$$

## Kegelstumpf



$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$A_m = \frac{\pi \cdot (D + d) \cdot s}{2}$$

$$s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

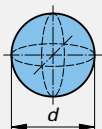
$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)}{12}$$

$$V \approx A_m \cdot h$$

$$A_o = A_d + A_m + A_g$$

## Kugel

## Vollkugel



$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{V}{0,524}}$$

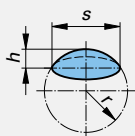
$$d \approx 1,24 \cdot \sqrt[3]{V}$$

$$A_o = \pi \cdot d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A_o}{\pi}}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$V = 0,524 \cdot d^3$$

Kugelabschnitt  
(Kugelsegment)

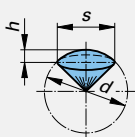
$$A_m = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_m = \frac{\pi \cdot (s^2 + 4 \cdot h^2)}{4}$$

$$A_o = \pi \cdot h \cdot (4 \cdot r - h)$$

$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(r - \frac{h}{3}\right)$$

$$V = \pi \cdot h \cdot \left(\frac{s^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right)$$

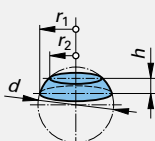
Kugelausschnitt  
(Kugelsektor)

$$A_m = A_o$$

$$A_o = \frac{\pi \cdot d \cdot (4 \cdot h + s)}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{6 \cdot V}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{6 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{6}$$

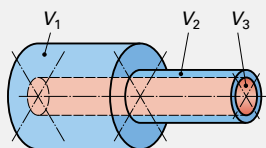
Kugelschicht  
(Kugelzone)

$$A_m = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_o = \pi \cdot (d \cdot h + r_1^2 + r_2^2)$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + h^2)}{6}$$

## Zusammengesetzte Körper

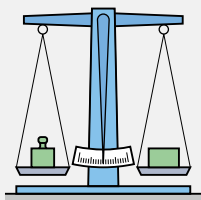


Durch Addition und Subtraktion der Teilkörper erhält man das Gesamtvolumen.

$$V_{\text{ges}} = V_1 \pm V_2 \pm V_3 \pm \dots$$

V	Volumen	A <sub>O</sub>	Oberfläche	A	Fläche	b	Breite	d <sub>m</sub>	mittlerer Durchmesser
A <sub>m</sub>	Mittelfläche	A <sub>d</sub>	Deckfläche	h	Höhe	r	Halbmesser	d	Durchmesser
A <sub>g</sub>	Grundfläche	A <sub>M</sub>	Mantelfläche	l	Länge	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe, Länge

## Dichte, Masse



$\rho$  Dichte in  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  bzw.  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  bzw.  $\frac{\text{t}}{\text{m}^3}$   
 $m$  Masse in g bzw. kg bzw. t  
 $V$  Volumen in  $\text{cm}^3$  bzw.  $\text{dm}^3$  bzw.  $\text{m}^3$

$$\begin{aligned} 1 \text{ g/l} &= 1 \text{ g/dm}^3 = 1 \text{ kg/m}^3 \\ 1 \text{ g/cm}^3 &= 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

Die Dichte von Gasen ist abhängig von Druck und Temperatur. Sie wird deshalb für Normalbedingungen (1013 hPa, 1,013 bar, 0 °C) in  $\text{kg/m}^3$  angegeben.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

## Kraft



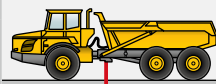
Kraftrichtung: beliebig

$F$  Kraft in N  
 $m$  Masse in kg  
 $a$  Beschleunigung in  $\text{m/s}^2$   
 Verzögerung in  $\text{m/s}^2$

$$m = \frac{F}{a}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = m \cdot a$$



Kraftrichtung:  
Richtung Erdmittelpunkt

## Gewichtskraft

$G, F_G$  Gewichtskraft in N  
 $m$  Masse in kg  
 $g$  Fallbeschleunigung in  $\text{m/s}^2$   
 $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$  bzw.  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

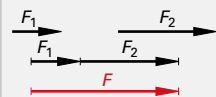
$$\begin{aligned} 1 \text{ N} &= 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \\ &= 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

$$G = m \cdot g$$

$$m = \frac{G}{g}$$

## Kräftezusammensetzung und Kräftezerlegung

## Gleiche Richtung und gleiche Wirkungslinie

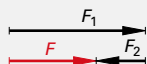


Greifen an einem Punkt mehrere Kräfte (Teilkräfte) an, die die gleiche Wirkungslinie und die gleiche Richtung haben, so können sie zu einer Ersatzkraft (Resultierende) zusammengefasst werden.

$F$  Ersatzkraft in N  
 $F_1, F_2$  Teilkräfte in N

$$F = F_1 + F_2 + \dots$$

## Entgegengesetzte Richtung, aber gleiche Wirkungslinie

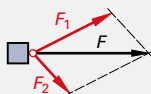


Die Ersatzkraft wird durch Abziehen ermittelt.

$F$  Ersatzkraft in N  
 $F_1, F_2$  Teilkräfte in N

$$F = F_1 - F_2 - \dots$$

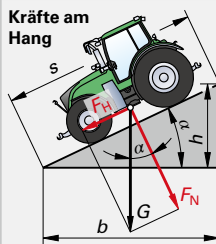
## Kraft in Teilkkräfte zerlegt



Die Teilkkräfte werden mithilfe des Kräfteparallelogramms ermittelt. Die Wirkungslinien der Teilkkräfte müssen bekannt sein.

$F$  Kraft in N  
 $F_1, F_2$  Teilkkräfte in N

## Kräfte am Hang



$G$  Gewichtskraft (lotrecht wirkend) in N  
 $F_N$  Normalkraft (senkrecht auf die Ebene wirkend) in N  
 $F_H$  Hangabtriebskraft in N  
 $s$  Länge der schiefen Ebene in m  
 $b$  horizontale Länge in m  
 $h$  Höhenunterschied in m  
 $\alpha$  Steigungswinkel in °  
 $m$  Masse (Gewicht) des Körpers in kg  
 $g$  Fallbeschleunigung  $9,81 \text{ m/s}^2$

$$F_N = \frac{G \cdot b}{s}$$

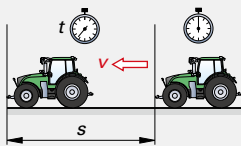
$$F_H = \frac{m \cdot g \cdot b}{s}$$

$$F_H = \frac{G \cdot h}{s}$$

Fliehkraft (Zentrifugalkraft)		
	<p><math>F_Z</math> Fliehkraft in N <math>m</math> Masse (Fahrzeuggewicht) in kg <math>v</math> Geschwindigkeit in m/s <math>v_{\max}</math> maximale Fahrgeschwindigkeit in m/s <math>r</math> Radius (Kurvenradius) in m <math>r_{\min}</math> kleinster Kurvenradius in m <math>g</math> Fallbeschleunigung in m/s<sup>2</sup> <math>G</math> Gesamtgewichtskraft in N <math>\mu_H</math> Haftreibungszahl <math>F_H</math> Haftreibungskraft in N <math>F_R</math> Reibungskraft in N <math>F_{Z\max}</math> größte wirksame Fliehkraft in N <math>\alpha</math> Neigungswinkel in Grad zur Senkrechten</p>	<div><math display="block">F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}</math></div> <div><math display="block">v = \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}</math></div> <div><math display="block">r = m \cdot \frac{v^2}{F_Z}</math></div> <div><math display="block">v_{\max} = \sqrt{g \cdot r \cdot \mu_H}</math></div> <p>v in km/h:</p> <div><math display="block">F_Z = \frac{m \cdot v^2}{12,96 \cdot r}</math></div> <div><math display="block">v = 3,6 \cdot \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}</math></div> <div><math display="block">G = m \cdot g</math></div> <div><math display="block">\tan \alpha = \frac{F_Z}{G}</math></div> <div><math display="block">F_Z = G \cdot \tan \alpha</math></div> <div><math display="block">\tan \alpha = \frac{v^2}{g \cdot r}</math></div> <div><math display="block">v = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}</math></div> <p>v in km/h:</p> <div><math display="block">\tan \alpha = \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot r}</math></div> <div><math display="block">v = 3,6 \cdot \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}</math></div>
	<p>Schleuderbeginn bei Überschreiten der maximalen Kurvengeschwindigkeit <math>v_{\max}</math></p> <p><math>F_{Z\max} \leq F_R</math></p> <p><math>F_{Z\max} \leq m \cdot g \cdot \mu_H</math></p> <p><math>r_{\min} \geq \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot \mu_H}</math></p>	
	<p><b>Zustand</b></p> <p>Haften</p> <p>Grenzbereich</p> <p>Rutschen/Schleudern</p>	<p><b>Kräfte</b></p> <p><math>F_Z &lt; F_H</math>    <math>F_Z &lt; G \cdot \mu_H</math></p> <p><math>F_Z = F_H</math>    <math>F_Z = G \cdot \mu_H</math></p> <p><math>F_Z &gt; F_H</math>    <math>F_Z &gt; G \cdot \mu_H</math></p>
Fliehkraft bei überhöhter Kurve		
	<p><math>F_Z</math> Fliehkraft in N <math>G</math> Gewichtskraft in N <math>m</math> Fahrzeugmasse in kg <math>r</math> Kurvenradius in m <math>v</math> Geschwindigkeit in m/s <math>\beta</math> Kurvenüberhöhung in Grad (Neigungswinkel der Fahrbahn)</p>	<div><math display="block">F_Z = G \cdot \tan \beta</math></div> <div><math display="block">\tan \beta = \frac{v^2}{g \cdot r}</math></div>
	<p><math>\tan \beta = \frac{F_Z}{G}</math></p> <p>Optimaler Neigungswinkel, wenn <math>F_N</math> senkrecht auf die Fahrbahn wirkt.</p>	

## Geschwindigkeit

## Gleichförmige Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit



$v$  Geschwindigkeit in m/s, km/h  
 $s$  Weg in m, km  
 $t$  Zeit in s, h

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

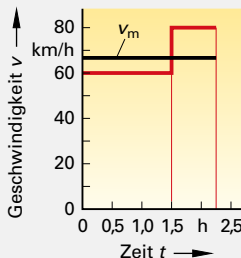
$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$s = v \cdot t$$

## Durchschnittsgeschwindigkeit aus Einzelgeschwindigkeiten



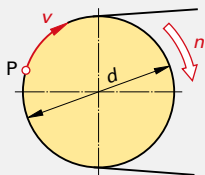
$v_m$  Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h  
 $v_1, v_2, \dots$  Einzelgeschwindigkeiten in km/h  
 $t_1, t_2, \dots$  Einzelfahrzeiten in h

$$v_m = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

bei  $t_1 = t_2$  gilt:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

## Umfangsgeschwindigkeit



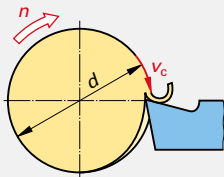
$v$  Umfangsgeschwindigkeit in m/s  
 $d$  Kreisdurchmesser in m  
 $n$  Drehzahl in 1/min

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$$

$$d = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot d}$$

## Schnittgeschwindigkeit



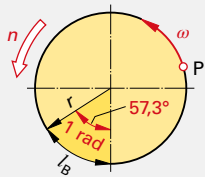
$v_c$  Schnittgeschwindigkeit in m/min  
 $d$  Werkstückdurchmesser bzw. Werkzeugdurchmesser in mm  
 $n$  Drehzahl der Arbeitsspindel bzw. der Werkzeugspindel in 1/min

$$v_c = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000}$$

$$d = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

## Winkelgeschwindigkeit



$\omega$  Winkelgeschwindigkeit in 1/s oder rad/s  
 $2 \cdot \pi$  Vollwinkel in rad  
 $n$  Drehzahl in 1/s  
 $r$  Radius, Halbmesser in m  
 $v$  Umfangsgeschwindigkeit in m/s

$$1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ m (Bogen)}}{1 \text{ m (Radius)}} \approx 57,3^\circ$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$v = \omega \cdot r$$

**Beschleunigung, Verzögerung****Beschleunigung aus dem Stand oder Verzögerung (Bremsung) bis zum Stand**

<b>Beschleunigung <math>a</math></b> <b>Verzögerung <math>a</math></b> in $\text{m/s}^2$	$a = \frac{v}{t}$	$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$
<b>Endgeschwindigkeit <math>v</math></b> <b>Anfangsgeschwindigkeit <math>v</math></b> in $\text{m/s}$	$v = a \cdot t$	$v = \frac{2 \cdot s}{t}$	$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
<b>Beschleunigungszeit <math>t</math></b> <b>Verzögerungszeit <math>t</math></b> <b>(Bremszeit)</b> in $\text{s}$	$t = \frac{v}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$
<b>Beschleunigungsweg <math>s</math></b> <b>Verzögerungsweg <math>s</math></b> <b>(Bremsweg)</b> in $\text{m}$	$s = \frac{v \cdot t}{2}$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$

**Anhalteweg, Reaktionsweg, Bremsweg (Geschwindigkeit  $v$  in  $\text{m/s}$  einsetzen)**

<b>Anhalteweg <math>s_A</math></b> in $\text{m}$	$s_A = s_R + s$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s_A = v \cdot \left( t_R + \frac{t}{2} \right)$
<b>Reaktionsweg <math>s_R</math></b> in $\text{m}$	$s_R = s_A - s$	$s_R = v \cdot t_R$	$s_R = v \cdot (t_A - t)$	$s_R = v \cdot t_A - 2 \cdot s$
<b>Bremsweg <math>s</math></b> in $\text{m}$	$s = s_A - s_R$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = \frac{v \cdot t}{2}$
<b>Anhaltezeit <math>t_A</math></b> in $\text{s}$	$t_A = t_R + t$	$t_A = t_R + \frac{v}{a}$	$t_A = t_R + \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_A = t_R + \frac{2 \cdot s}{v}$
<b>Reaktionszeit <math>t_R</math></b> in $\text{s}$	$t_R = t_A - t$	$t_R = \frac{s_R}{v}$	$t_R = t_A - \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_R = t_A - \frac{2 \cdot s}{v}$
<b>Bremszeit <math>t</math></b> in $\text{s}$	$t = t_A - t_R$	$t = \frac{v}{a}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$

**Beschleunigung in der Bewegung oder Verzögerung in der Bewegung**

<b>Beschleunigung <math>a</math></b> <b>Verzögerung <math>a</math></b> in $\text{m/s}^2$	$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$	$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s - 2 \cdot v_1 \cdot t}{t^2}$	$a = \frac{2 \cdot v_2 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2}$
<b>Kleinere Geschwindigkeit <math>v_1</math></b> in $\text{m/s}$	$v_1 = v_2 - a \cdot t$	$v_1 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_2$	$v_1 = \frac{s}{t} - \frac{a \cdot t}{2}$	$v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}$
<b>Größere Geschwindigkeit <math>v_2</math></b> in $\text{m/s}$	$v_2 = v_1 + a \cdot t$	$v_2 = \frac{2 \cdot s}{t} + v_1$	$v_2 = \frac{s}{t} + \frac{a \cdot t}{2}$	$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s}$
<b>Beschleunigungszeit <math>t</math></b> <b>Verzögerungszeit <math>t</math></b> <b>(Bremszeit)</b> in $\text{s}$	$t = \frac{v_2 - v_1}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}$	$t = \sqrt{\frac{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s - v_1^2}{a}}$	$t = \frac{v_2 - \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}}{a}$
<b>Beschleunigungsweg <math>s</math></b> <b>Verzögerungsweg <math>s</math></b> <b>(Bremsweg)</b> in $\text{m}$	$s = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \cdot t$	$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot a}$	$s = v_1 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = v_2 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2}$

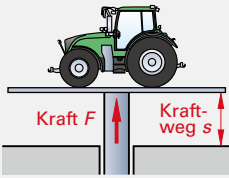
**Umrechnung:**  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}};$

$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$





**Arbeit**



$W$  Arbeit in Nm, J, Ws  
 $F$  Kraft in N  
 $s$  Kraftweg in m

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

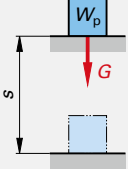
$$W = F \cdot s$$

$$F = \frac{W}{s}$$

$$s = \frac{W}{F}$$

**Energie**

**Lageenergie**



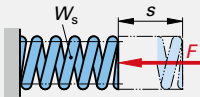
**Potenzielle Energie, Energie der Ruhe**

$W_p$  Lageenergie in Nm, J, Ws  
 $G, F_G$  Gewichtskraft in N  
 $h$  Hubhöhe in m

$$W_p = G \cdot h$$

$$G = \frac{W_p}{h} \quad h = \frac{W_p}{G}$$

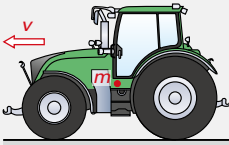
**Spannenergie**



$W_s$  Spannenergie in Nm, J, Ws  
 $s$  Federweg in m  
 $F$  Federspannkraft in N

$$W_s = \frac{F \cdot s}{2}$$

$$F = \frac{2 \cdot W_s}{s} \quad s = \frac{2 \cdot W_s}{F}$$



**Kinetische Energie, Bewegungsenergie**

$W_k$  kinetische Energie in Nm, J, Ws  
 $m$  Masse in kg  
 $v$  Geschwindigkeit in m/s

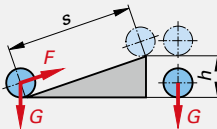
$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$m = \frac{2 \cdot W_k}{v^2} \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}}$$

**Goldene Regel der Mechanik: Aufgewendete Arbeit = gewonnene Arbeit**

$$W_1 = W_2$$

**Schiefe Ebene**



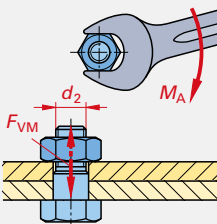
$F$  Kraft in N  
 $s$  Kraftweg in m  
 $G, F_G$  Gewichtskraft in N  
 $h$  Weg der Gewichtskraft in m  
 $W_1$  aufgewendete Arbeit in Nm  
 $W_2$  abgegebene Arbeit in Nm

$$F \cdot s = G \cdot h$$

$$G = \frac{F \cdot s}{h} \quad s = \frac{G \cdot h}{F}$$

$$W_1 = W_2$$

**Montagevorspannkraft**



$M_A$  Anzugdrehmoment in Nm  
 $F_{VM}$  Montagevorspannkraft in N  
 $d_2$  Flankendurchmesser in m

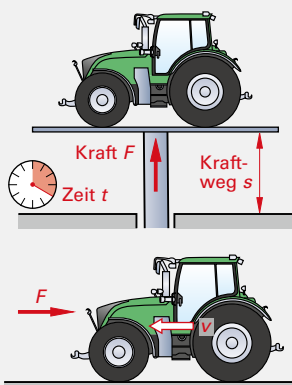
$$F_{VM} \approx \frac{M_A}{0,2 \cdot d_2}$$

Näherungsformel gilt für metrische Regelgewinde (nicht geschmiedet).

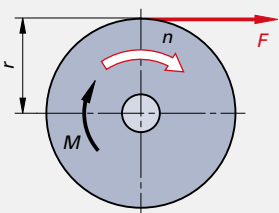
Durch unterschiedliche Reibverhältnisse können sich Abweichungen ergeben.

$$M_A \approx 0,2 \cdot F_{VM} \cdot d_2$$

## Leistung



Motor mit Schwungrad



- $P$  Leistung in W, Nm/s, J/s  
 $W$  Arbeit in Ws, Nm, J  
 $t$  Zeit in s  
 $F$  Kraft in N  
 $s$  Kraftweg in m  
 $v$  Geschwindigkeit in m/s

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

- $P$  Leistung in kW  
 $M$  Drehmoment in Nm  
 $n$  Drehzahl in 1/min  
 $F$  Kraft in Nm  
 $r$  Radius in m

$$P = \frac{W}{t}$$

$$W = P \cdot t \quad t = \frac{W}{P}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$F = \frac{P \cdot t}{s} \quad s = \frac{P \cdot t}{F}$$

$$t = \frac{F \cdot s}{P}$$

$$P = F \cdot v$$

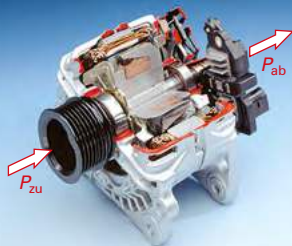
$$F = \frac{P}{v} \quad v = \frac{P}{F}$$

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

$$n = \frac{9550 \cdot P}{M}$$

## Wirkungsgrad, Gesamtwirkungsgrad



## Nutzwirkungsgrade

Elektromotor	0,85
Otto-Motor	0,40
Diesel-Motor	0,48
Wechselgetriebe	0,95

- $W_v$  Energieverlust in Nm, Ws  
 $\eta$  Wirkungsgrad  
 $\eta_{\text{ges}}$  Gesamtwirkungsgrad  
 $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  Einzelwirkungsgrade  
 $W_{\text{ab}}$  abgegebene Arbeit in Nm, Ws  
 $W_{\text{zu}}$  zugeführte Arbeit in Nm, Ws  
 $P_v$  Verlustleistung in W, kW  
 $P_{\text{ab}}$  abgegebene Leistung in W, kW  
 $P_{\text{zu}}$  zugeführte Leistung in W, kW

$$W_v = W_{\text{zu}} - W_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}}$$

$$W_{\text{ab}} = \eta \cdot W_{\text{zu}}$$

$$W_{\text{zu}} = \frac{W_{\text{ab}}}{\eta}$$

$$P_v = P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$$

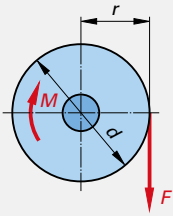
$$P_{\text{ab}} = \eta \cdot P_{\text{zu}}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta}$$

**Der Wirkungsgrad ist stets kleiner als 1 oder weniger als 100 %.**

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$

### Drehmoment



Greift eine Kraft an einem Hebelarm an, so wird ein Drehmoment erzeugt. Der Hebelarm ist der senkrechte Abstand der Wirkungslinie der Kraft vom Drehpunkt.

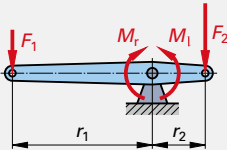
$M$  Drehmoment in Nm  
 $F$  Kraft in N  
 $r$  Hebelarm in m  
 $d$  Durchmesser in m

$$M = F \cdot r$$

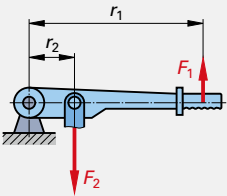
$$F = \frac{M}{r} = \frac{z \cdot M}{d}$$

$$r = \frac{M}{F}$$

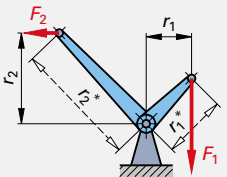
### Hebelgesetz



#### Zweiseitiger Hebel



#### Einseitiger Hebel



#### Winkelhebel

**Hebelgesetz:**  
 Summe aller linksdrehenden Momente  
 = Summe aller rechtsdrehenden Momente (Momentengleichgewicht).

$\hat{M}_l$  linksdrehende Momente in Nm  
 $\hat{M}_r$  rechtsdrehende Momente in Nm  
 $F_1, F_2$  Kraft in N  
 $r_1, r_2$  wirksamer Hebelarm in m  
 $i_F$  Kraftübersetzung  
 $i_R$  Hebelarmübersetzung  
 $r_1^*, r_2^*$  Bauteillänge in m

$$\Sigma \hat{M}_l = \Sigma \hat{M}_r$$

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{r_1}$$

$$r_1 = \frac{F_2 \cdot r_2}{F_1}$$

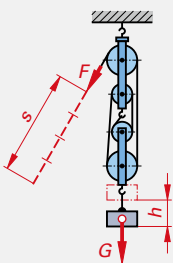
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{r_2}$$

$$r_2 = \frac{F_1 \cdot r_1}{F_2}$$

$$i_F = \frac{F_1}{F_2}$$

$$i_r = \frac{r_2}{r_1}$$

### Flaschenzug



$F$  Kraft in N  
 $G$  Gewichtskraft in N  
 $z$  Anzahl der Rollen  
 $s$  Kraftweg in m  
 $h$  Hubhöhe in m

$$F = \frac{G}{z}$$

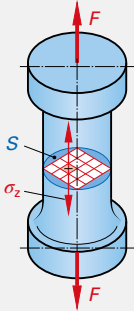
$$G = z \cdot F \quad z = \frac{G}{F}$$

$$s = z \cdot h$$

$$h = \frac{s}{z} \quad z = \frac{s}{h}$$

## Festigkeit

## Zugbeanspruchung



- $\sigma_z$  Zugspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $\sigma_{zul}$  zulässige Zugspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $R_m$  Zugfestigkeit (Bruchfestigkeit) in N/mm<sup>2</sup>  
 $F$  Zugkraft in N  
 $F_m$  größte Zugkraft (Bruchkraft) in N  
 $F_{zul}$  zulässige Zugkraft in N  
 $S$  Querschnitt in mm<sup>2</sup>  
 $v$  Sicherheitszahl (Sicherheit)

\*) Abhängig vom Werkstoff wird eingesetzt:

- spröder Werkstoff (EN-GJL) Zugfestigkeit  $R_m$
- zäher Werkstoff ( $\sigma_t \leq 600 \text{ N/mm}^2$ ) Streckgrenze  $R_e$
- zäher Werkstoff ( $\sigma_t > 600 \text{ N/mm}^2$ , Al, Cu) 0,2 % Dehngrenze  $R_{p0,2}$

$$\sigma_z = \frac{F}{S}$$

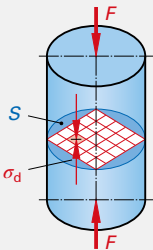
$$R_m = \frac{F_m}{S}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{R_m^{*)}}{v}$$

$$F_{zul} = \sigma_{zul} \cdot S$$

$$S = \frac{F_{zul}}{\sigma_{zul}} \quad \sigma_{zul} = \frac{F_{zul}}{S}$$

## Druckbeanspruchung



- $\sigma_d$  Druckspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $\sigma_{dB}$  Bruchfestigkeit in N/mm<sup>2</sup> (Bruchgrenze)  
 $\sigma_{dzul}$  zulässige Druckspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $F$  Druckkraft in N  
 $F_B$  Druckkraft bei Bruch (Bruchkraft) in N  
 $F_{zul}$  zulässige Druckkraft in N  
 $S$  Querschnitt in mm<sup>2</sup>  
 $v$  Sicherheitszahl (Sicherheit)  
 $\sigma_{dB}$  für spröde Werkstoffe (Grauguss);  
 $\sigma_{dF}$  (Quetschgrenze) für zähe Werkstoffe  
 bzw.  $\sigma_{d0,2}$

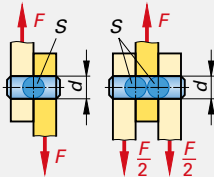
$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_{dB} = \frac{F_B}{S}$$

$$\sigma_{dzul} = \frac{\sigma_{dB}}{v}$$

$$F_{zul} = \sigma_{dzul} \cdot S$$

## Scherbeanspruchung



$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad S = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

- $\tau_a$  Scherspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $\tau_{a \text{ zul}}$  zulässige Scherspannung in N/mm<sup>2</sup>  
 $F_{a \text{ zul}}$  zulässige Scherkraft in N, bei der der Werkstoff nicht getrennt wird  
 $S$  Querschnitt in mm<sup>2</sup>  
 $F_a$  Scherkraft in N  
 $R_e$  Streckgrenze in N/mm<sup>2</sup>  
 $v$  Sicherheitszahl

Die Scherbeanspruchung kann einschnittig oder mehrschnittig sein.  
Bei zweisechnittiger Beanspruchung ist der Querschnitt zu verdoppeln.

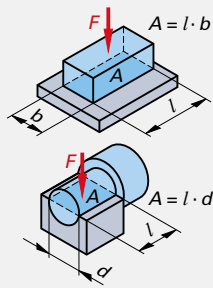
$$\tau_a = \frac{F_a}{S}$$

$$F_a = \tau_a \cdot S \quad S = \frac{F_a}{\tau_a}$$

$$\tau_{a \text{ zul}} = \frac{R_e}{v}$$

$$F_{a \text{ zul}} = \tau_{a \text{ zul}} \cdot S$$

## Flächenpressung



- $p$  Flächenpressung in N/mm<sup>2</sup>  
 Lochleibungsdruck bei Nieten und Bolzen  
 $F$  Druckkraft in N  
 $A$  rechnerische Berührungsfläche in cm<sup>2</sup>; es wird eine Fläche senkrecht zur Krafrichtung angenommen (Projektionsfläche), z.B. Gleitlager:  $A = l \cdot d$ ;  
 $l$  = Lagerlänge;  $d$  = Lagerdurchmesser

$$p = \frac{F}{A}$$

$$F = p \cdot A \quad A = \frac{F}{p}$$