



EUROPA-FACHBUCHREIHE
Kraftfahrzeugtechnik

Formeln Kraftfahrzeugtechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

9. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 20612

Autoren:

Fischer, Richard
Gscheidle, Rolf
Gscheidle, Tobias
Heider, Uwe

Studiendirektor a. D.
Studiendirektor a. D.
Dipl.-Gwl., Studiendirektor
Kfz-Elektriker-Meister,
Trainer Audi AG
Oberstudiendirektor
Oberstudiendirektor a. D.
Dipl.-Ingenieur, Oberstudienrat
Studiendirektor

Polling
Winnenden
Sindelfingen – Filderstadt

Neckarsulm – Ellhofen
Eversberg
München
Aachen – Hückelhoven
Gaggenau – Rastatt

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Rolf Gscheidle, Studiendirektor a. D., Winnenden

Bildquellen:

Robert Bosch GmbH: S. 20/4; S. 40/1 + 2; S. 57/2; S. 61/3

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Den „Formeln Kraftfahrzeugtechnik“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

9. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2291-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Ertstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Mercedes-Benz Group, Stuttgart und BMW AG, München

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Grundlagen 4	Luftverbrauch, Luftbedarf... 35	Fahrwerk 51
SI-Basiseinheiten 4	CO ₂ -Emission 35	Achskräfte, Auflagerkräfte .. 51
Mathematische Zeichen 4	Kraftstoff-Durchschnitts- verbrauch 36	Übersetzungen der Lenk- getriebe 52
Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten . 4	Verbrauchsangabe von Pkw und leichten Nutzfahr- zeugen 36	Gesamtübersetzung der Lenkung 52
Vorsätze für Zehnerpotenzen Prozentrechnen 6	Verbrauchsangabe von schweren Lkw und Omni- bussen EG 595/2009 36	Bremsen 53
Mischungsrechnen 6	Spezifischer Kraftstoffver- brauch 36	Mechanische Übersetzung am Bremspedal 53
Winkelfunktionen 7	Kraftstoffverbrauch 36	Leistungsdruck und Spannkraft 53
Berechnung von Winkelfunk- tionen mit dem Taschen- rechner 7	Kraftstoffverbrauch 36	Pneumatische Verstärkung . 54
Winkelfunktionen am Einheitskreis 7	Kraftstoff-Einspritzmenge pro Arbeitstakt 37	Hydraulische Übersetzung .. 54
Längenteilungen 8	Mischungsverhältnis für 2-Takt-Motoren 37	Gesamtübersetzung 55
Kettenlänge 8	Gefrierschutzmischung 37	Umfangskraft, Spannkraft an der Scheibenbremse 55
Gebogene Längen 8	Motorkühlung 37	Umfangskraft an der Trom- melbremse 55
Lehrsatz des Pythagoras 9	Zugeführte Leistung 38	Bremsmoment, Bremskraft am Rad 56
Regelmäßige Vielecke 9	Innenleistung des Motors, innere Motorarbeit 38	Trägheitskraft, Bremskraft .. 56
Geradlinig begrenzte Flächen Zusammengesetzte Flächen. 11	Nutzleistung und Innen- leistung 39	Bremsarbeit, Bremsleistung. 57
Volumen 12	Nutzleistung und nutzbarer Kolbendruck 39	Bremsenprüfung, Abbremsung 57
Dichte, Masse 14	Nutzleistung und Kraftstoff- verbrauch 39	Berechnung an hydrau- lischen Bremsen 58
Kraft 14	Nutzleistung und Dreh- moment 39	Elektrotechnik 59
Kräftezusammensetzung und Kräftezerlegung 14	Leistung am Motorprüfstand 40	Ohmsches Gesetz 59
Fliehkraft (Zentrifugalkraft).. 15	Leistung am Rollenprüfstand 40	Spezifischer elektrischer Widerstand und elektrische Leitfähigkeit 59
Fliehkraft bei überhöhter Kurve 15	Vergleichsleistung 40	Leiterwiderstand 59
Geschwindigkeit 16	Innenwirkungsgrad 41	Widerstand und Temperatur. 59
Beschleunigung, Verzö- gerung 17	Mechanischer Wirkungsgrad 41	Stromdichte 59
Überholen 18	Nutzwirkungsgrad 41	Spannungsabfall in Leitungen 60
Arbeit 19	Hubraumleistung 42	Leitungsberechnung 60
Energie 19	Leistungsgewicht des Motors, des Fahrzeugs 42	Schaltung von Widerständen 60
Leistung 20	Gewichtsleistung 42	Elektrische Leistung 61
Wirkungsgrad 20	Hubraumgewicht 42	Elektrische Arbeit 61
Drehmoment 21	Antriebsstrang – Kraftübertragung 43	Wirkungsgrad, Leistungs- verlust 61
Hebelgesetz 21	Kupplung 43	Spannungsteiler 61
Flaschenzug 21	Kupplungsbetätigung 44	Batterie 62
Festigkeit 22	Ungleichachsiges Wechsel- getriebe 45	Transformator 62
Reibung 23	Gleichachsiges Wechsel- getriebe 46	Wechselstrom 63
Druck 23	Achsgetriebe 47	Sternschaltung bei symme- trischer (gleichmäßiger) ohmscher Belastung 63
Hydraulik 24	Gesamtübersetzung des Antriebsstrangs 47	Dreieckschaltung bei symmetrischer (gleich- mäßiger) ohmscher Belastung 63
Pneumatik 26	Ausgleichsgetriebe bei Kurvenfahrt 48	Elektronische Bauelemente . 64
Wärmetechnik 27	Ausgleichsgetriebe mit Ausgleichssperre 48	Winkel und Zeiten beim Zündvorgang 64
Riementrieb 29	Antriebsstrang – Fahrwiderstände 49	Pulsweitenmodulation 64
Zahnradtrieb 30	Antriebsleistung 49	Datenübertragung 64
Einfaches Planetengetriebe . 30	Antriebskraft an den Antriebsrädern 49	Elektrische Antriebsma- schinen 65
Motor 31	Fahrgeschwindigkeit 49	Akkumulatoren in Elektro- fahrzeugen 66
Hubraum 31	Drehzahl der Antriebsräder.. 49	Zwischenkreis Kondensator .. 66
Verdichtungsverhältnis 31	Fahrwiderstände 49	Sachwortverzeichnis 67
Verdichtungsänderung 31		
Hubverhältnis 32		
Pleuelstangenverhältnis 32		
Kolbenweg 32		
Kolbengeschwindigkeit 32		
Gasdruck und Kolbenkraft. . 33		
Kräfte am Kurbeltrieb 33		
Steuerwinkel, Steuerzeiten, Ventilöffnungszeit 34		
Ventilöffnungsfläche, Gasge- schwindigkeit 34		
Luftverhältnis λ 35		
Liefergrad (Füllungsgrad) ... 35		

SI-Basiseinheiten

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermo-dynamische Temperatur	Stoff-menge	Licht-stärke
Basiseinheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Kurzzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

Mathematische Zeichen (Auswahl)

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter	\sqrt{a}	Quadratwurzel aus a	\cong	kongruent
=	gleich	$\cdot \times$	mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	\sim	ähnlich
\neq	nicht gleich, ungleich	$: / -$	durch, geteilt durch, dividiert durch	\sphericalangle	Winkel
\sim	proportional	%	Prozent, von Hundert	\overline{AB}	Strecke AB
\approx	annähernd, nahezu gleich, rund, etwa	‰	Promille, von Tausend	\widehat{AB}	Bogen AB
\triangleq	entspricht	{ } [] { }	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	Σ	Summe
<	kleiner als		parallel	e	Eulersche Zahl e = 2,718 281 828...
>	größer als	⊥	nicht parallel	π	Pi = 3,14159...
\geq	größer oder gleich, mindestens gleich	\perp	rechtwinklig zu, normal auf, senkrecht auf	∞	unendlich
\leq	kleiner oder gleich, höchstens gleich	Δ	Delta, Zeichen für Differenz	log	Logarithmus (allgemein)
+	plus, mehr, und			lg	Zehnerlogarithmus
-	minus, weniger			ln	natürlicher Logarithmus

Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten

Druck	Energie, Arbeit	Leistung
1 at = 1 kp/cm ² = 981 mbar 1 mm WS = 1 kp/m ² = 0,098 mbar 1 mm Hg = 1 Torr = 1,333 mbar	1 kcal = 4186,8 J \approx 4,2 kJ = = 1,16 · 10 ⁻³ kWh 1 kpm = 9,81 J = 9,81 Nm	1 PS = 735 W = 0,735 kW = = 735 Nm/s 1 kW = 1,36 PS

Größen

Größe	Formel-zeichen	Einheit		Umrechnung, Erklärung						
		Name	Zeichen							
Länge	l	Meter	m		m	dm	cm	mm		
				1 m	1	10	100	1000		
Fläche	A, S	Quadrat-meter	m ²		m ²	dm ²	cm ²	mm ²		
				1 m ²	1	100	10000	1000000		
Volumen Rauminhalt	V	Kubik-meter	m ³		m ³	dm ³ (l)	cm ³ (ml)	mm ³		
				1 m ³	1	1000	1000000			
				Liter	l, L	1 dm ³ (l)	0,001	1	1000	1000000
Zeit Zeitspanne Dauer	t	Sekunde	s		d	m	min	s		
				1 s		0,000278	0,01667	1		
				Minute	min	1 min	0,00069	0,01667	1	60
				Stunde	h	1 h	0,04167	1	60	3600
				Tag	d	1 d	1	24	1440	86400

Größen

Größe	Formelzeichen	Einheit		Umrechnung, Erklärung			
		Name	Zeichen				
Geschwindigkeit	v	Meter/Sekunde	m /s		m/s	m/min	km/h
Umfangsgeschwindigkeit	v	Kilometer/ Stunde	km/h	1 km/h	0,2778	16,667	1
Lichtgeschwindigkeit	c			1 m/min	0,01667	1	0,06
				1 m/s	1	60	3,6
				1 cm/s	0,01	0,6	0,036
Frequenz	f, ν	Hertz reziproke Sekunde	Hz 1/s	Anzahl periodischer Vorgänge pro Sekunde $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = \text{s}^{-1}$			
Beschleunigung	a	Meter/Sekunde hoch zwei	m/s^2	Wirkungsrichtung: Beliebig			
örtliche Fallbeschleunigung	g			Wirkungsrichtung: Zum Erdmittelpunkt $g = 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ wird meist als Normfallbeschleunigung angegeben.			
Masse	m				g	kg	t (Mg)
Gewicht als Wägeregebnis		Kilogramm Gramm Tonne	kg g t	1 kg	1000	1	0,001
				1 g	1	0,001	0,000001
				1 t (Mg)	1000000	1000	1
Dichte	ρ	Kilogramm/ Kubikmeter Kilogramm/ Kubikdezimeter	kg/m^3 kg/dm^3		g/cm^3	kg/dm^3	kg/m^3
				1 kg/m^3	0,001	0,001	1
				1 kg/dm^3	1	1	1000
				1 g/cm^3	1	1	1000
Kraft	F	Newton	N		N	daN	kN
Gewichtskraft	F_{Gr}, G			1 N	1	0,1	0,001
				1 kN	1000	100	1
				1 N = 1 kg · 1 m/s² = 1 kg m/s²			
Drehmoment	M	Newtonmeter	Nm		Ncm	Nm	kNm
				1 Ncm	1	0,01	0,00001
				1 Nm	100	1	0,001
Temperatur	T t	Kelvin Celsius	K °C	0 Kelvin = 0 K = - 273 °C 0 °Celsius = 0 °C = 273 K			
Arbeit	W	Joule	J		kWh	J	kJ
Energie	E, W			1 kWh	1	3600000	3600
Wärmemenge	Q			1 J		1	0,001
				1 kJ	0,0002778	1000	1
				1 MJ	0,2778	1000000	1000
				1 J = 1 Nm = 1 Ws = 1 kg m²/s²			
Leistung	P	Watt	W		mW	W	kW
				1 mW	1	0,001	0,000001
				1 W	1000	1	0,001
				1 kW	1000000	1000	1
				1 W = 1 J/s = 1 Nm/s			
Druck	p	Pascal	Pa		Pa	mbar, hPa	N/cm ²
				1 Pa	1	0,01	0,0001
				1 mbar, hPa	100	1	0,01
				1 N/cm ²	10000	100	1
				1 Pa = 1 N/m²; 1 bar = 10 N/cm²; 1 mbar = 1 hPa			

Größen

Größe	Formelzeichen	Einheit		Umrechnung, Erklärung			
		Name	Zeichen				
Mechanische Spannung	σ, τ	Newton/ Quadratmeter	N/m^2		N/m^2	daN/cm^2	N/mm^2
				1 N/m^2	1	0,00001	0,000001
				1 N/cm^2	10000	0,1	0,01
				1 N/mm^2	1000000	10	1
1 $\text{N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$							
Elektrische Stromstärke	I	Amper	A		mA	A	kA
				1 mA	1	0,001	0,000001
				1 A	1000	1	0,001
				1 kA	1000000	1000	1
Elektrische Spannung	U	Volt	V		mV	V	kV
				1 mV	1	0,001	0,000001
				1 V	1000	1	0,001
				1 kV	1000000	1000	1
Elektrischer Widerstand	R	Ohm	Ω		Ω	k Ω	M Ω
				1 Ω	1	0,001	0,000001
				1 k Ω	1000	1	0,001
				1 M Ω	1000000	1000	1

Vorsätze für Zehnerpotenzen (Auswahl)

da (Deka)	10^1	G (Giga)	10^9	d (Dezi)	10^{-1}	n (Nano)	10^{-9}
h (Hekto)	10^2	T (Tera)	10^{12}	c (Centi)	10^{-2}	p (Pico)	10^{-12}
k (Kilo)	10^3	P (Peta)	10^{15}	m (Milli)	10^{-3}	f (Femto)	10^{-15}
M (Mega)	10^6	E (Exa)	10^{18}	μ (Mikro)	10^{-6}	a (Atto)	10^{-18}

Prozentrechnen

p	Prozentsatz in % Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.	$E_{\max} = G + P$
G	Grundwert Er ist der Wert, auf den man sich beim Prozentrechnen bezieht.	$E_{\min} = G - P$
P	Prozentwert Er ist der Teil des Grundwertes, der dem Prozentsatz entspricht. Er hat dieselbe Einheit wie der Grundwert.	$G = \frac{100 \cdot P}{p}$
E_{\max}	Endwert (vermehrter Wert) (Grundwert + Prozentwert)	$P = \frac{G \cdot p}{100}$
E_{\min}	Endwert (verminderter Wert) (Grundwert - Prozentwert)	

$$p = \frac{100 \cdot P}{G}$$

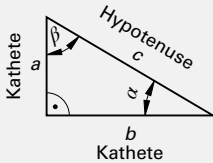
$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$$

Mischungsrechnen

m	Gesamtmenge	$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$	$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$	$m = m_1 + m_2 + \dots$
m_1	Teilmenge 1			$x = x_1 + x_2 + \dots$
m_2	Teilmenge 2			
x	Summe der Anteile	$m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$	$x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$	$\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1}$
x_1	Anteil der Teilmenge 1			
x_2	Anteil der Teilmenge 2			

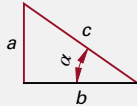
Winkelfunktionen



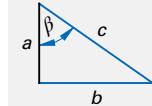
- Die den rechten Winkel bildenden Seiten a und b heißen Katheten.
- Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite c heißt Hypotenuse.
- Die dem spitzen Winkel α bzw. β anliegende Seite b bzw. a heißt Ankathete.
- Die dem spitzen Winkel α bzw. β gegenüberliegende Seite a bzw. b heißt Gegenkathete.

Die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck werden Winkelfunktionen bzw. trigonometrische Funktionen genannt.

Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

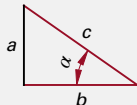


$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $a = c \cdot \sin \alpha$
 $c = \frac{a}{\sin \alpha}$

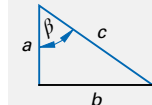


$\sin \beta = \frac{b}{c}$
 $b = c \cdot \sin \beta$
 $c = \frac{b}{\sin \beta}$

Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

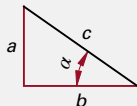


$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $b = c \cdot \cos \alpha$
 $c = \frac{b}{\cos \alpha}$

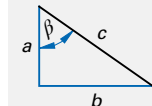


$\cos \beta = \frac{a}{c}$
 $a = c \cdot \cos \beta$
 $c = \frac{a}{\cos \beta}$

Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

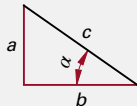


$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 $a = b \cdot \tan \alpha$
 $b = \frac{a}{\tan \alpha}$

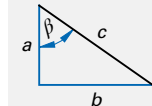


$\tan \beta = \frac{b}{a}$
 $b = a \cdot \tan \beta$
 $a = \frac{b}{\tan \beta}$

Cotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$



$\cot \alpha = \frac{b}{a}$
 $b = a \cdot \cot \alpha$
 $a = \frac{b}{\cot \alpha}$

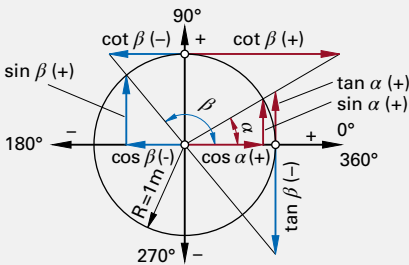


$\cot \beta = \frac{a}{b}$
 $a = b \cdot \cot \beta$
 $b = \frac{a}{\cot \beta}$

Berechnung von Winkelfunktionen mit dem Taschenrechner (Beispiele)

Beispiel 1: $a = 10 \text{ cm}; c = 50 \text{ cm}; \alpha = ?$ Lösung: $\sin \alpha = a : c = 10 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 0,2$
 $10 \div 50 = 0,2$ (SHIFT; 2ND; INV; SIN) $\Rightarrow 11,53696^\circ$ (SHIFT; 2ND; INV) $\Rightarrow 11^\circ 32' 13''$

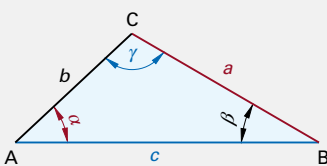
Winkelfunktionen am Einheitskreis



Besondere Winkelfunktionswerte

Winkel α	0°	30°	45°	60°	90°
Sinus α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cosinus α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangens α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
Cotangens α	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



a, b, c Seitenlängen (mm)
 α, β, γ Winkel, die jeweils den Seiten a, b, c gegenüber liegen (°)

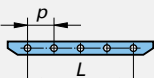
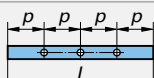
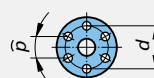
Sinussatz

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

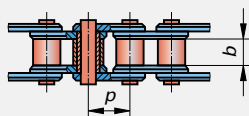
Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Längenteilungen

	Teilung p Lochabstand	Teilungszahl n Lochzahl	Teilungslänge l
	$p = \frac{L}{n-1}$	$n = \frac{L}{p} + 1$	$L = p \cdot (n-1)$
	$p = \frac{L}{n+1}$	$n = \frac{L}{p} - 1$	$L = p \cdot (n+1)$
	$p = \frac{\pi \cdot d}{n}$	$n = \frac{\pi \cdot d}{p}$	$L = U = n \cdot p$ $L = U = \pi \cdot d$

Kettenlänge



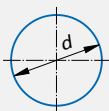
- L Kettenlänge
- p Teilung
- b Gliederbreite (Innenglied)
- X Gliederzahl

$$L = p \cdot X$$

$$p = \frac{L}{X} \quad X = \frac{L}{p}$$

Gebogene Längen

Kreisumfang

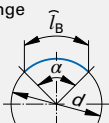


- U Umfang
- d Durchmesser

$$U = \pi \cdot d$$

$$d = \frac{U}{\pi}$$

Kreisbogenlänge

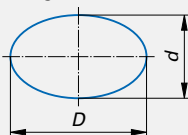


- l_B Bogenlänge
- d Durchmesser
- α Mittelpunktwinkel in $^\circ$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$$

Ellipsenumfang



- U Umfang
- D Durchmesser
- d Durchmesser
- R Radius
- r Radius

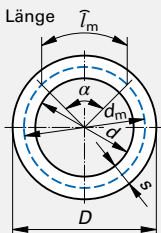
$$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$$

$$D \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - d \quad d \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - D$$

genauer:

$$U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$$

Gestreckte Länge



- l_m gestreckte Länge, Länge der neutralen Faser
- d_m mittlerer Durchmesser
- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- α Mittelpunktwinkel in $^\circ$
- s Werkstoffdicke
- U_m mittlerer Umfang

$$l_m = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

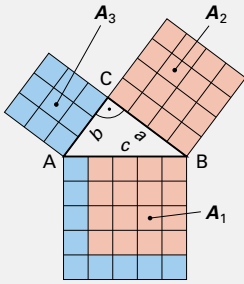
$$U_m = \pi \cdot d_m$$

$$d_m = \frac{D+d}{2}$$

$$d_m = D - s$$

$$d_m = d + s$$

Lehrsatz des Pythagoras



Beim rechtwinkigen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates gleich der Summe der Flächen der beiden Kathetenquadrate.

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

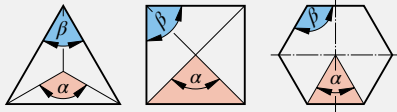
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

c Hypotenuse
– die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite

a, b Katheten
– die den rechten Winkel bildenden Seiten

A_1, A_2, A_3 Flächen

Regelmäßige Vielecke



Für regelmäßige Vielecke gilt:

Innenwinkel $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

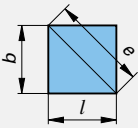
Außenwinkel $\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ $\beta = 180^\circ - \alpha$

n Anzahl der Ecken

Regelmäßiges Vieleck n Anzahl der Ecken	Umkreis-Ø D Eckenmaß e	Innenkreis-Ø d Schlüsselweite SW	Seitenlänge l Umfang U	Gesamtfläche A
Dreieck $n=3$ 	$D = 1,154 \cdot l$ $D = 2 \cdot d$	$d = 0,578 \cdot l$ $d = 0,5 \cdot D$	$l = 0,866 \cdot D$ $l = 1,730 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,325 \cdot D^2$ $A = 1,299 \cdot d^2$ $A = 0,433 \cdot l^2$
Viereck $n=4$ 	$D = 1,414 \cdot l$ $D = 1,414 \cdot d$ $D = e$	$d = l$ $d = 0,707 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,707 \cdot D$ $l = d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,5 \cdot D^2$ $A = d^2$ $A = l^2$
Sechseck $n=6$ 	$D = 2 \cdot l$ $D = 1,155 \cdot d$ $D = e$	$d = 1,732 \cdot l$ $d = 0,866 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,5 \cdot D$ $l = 0,577 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,649 \cdot D^2$ $A = 0,866 \cdot d^2$ $A = 2,598 \cdot l^2$
Achteck $n=8$ 	$D = 2,614 \cdot l$ $D = 1,082 \cdot d$ $D = e$	$d = 2,414 \cdot l$ $d = 0,924 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,383 \cdot D$ $l = 0,414 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,707 \cdot D^2$ $A = 0,829 \cdot d^2$ $A = 4,828 \cdot l^2$
Zwölfeck $n=12$ 	$D = 3,864 \cdot l$ $D = 1,035 \cdot d$ $D = e$	$d = 3,732 \cdot l$ $d = 0,966 \cdot D$ $d = SW$	$l = 0,259 \cdot D$ $l = 0,268 \cdot d$ $U = l \cdot n$	$A = 0,750 \cdot D^2$ $A = 0,804 \cdot d^2$ $A = 11,196 \cdot l^2$

Geradlinig begrenzte Flächen

Quadrat
 $b = l$



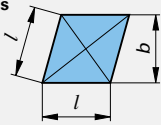
$$l = \sqrt{A} \quad b = l$$

$$e = \sqrt{2 \cdot l^2} = 1,414 \cdot l$$

$$l = \frac{e}{1,414} = 0,707 \cdot e \quad U = 4 \cdot l$$

$$A = l^2$$

Rhombus (Raute)



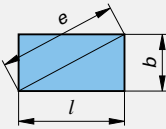
$$l = \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{A}{l}$$

$$U = 4 \cdot l$$

$$A = l \cdot b$$

Rechteck



$$b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{A}{b}$$

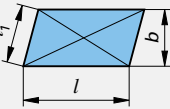
$$l = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} \quad b = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

$$A = l \cdot b$$

Rhomboid (Parallelogramm)



$$l = \frac{A}{b}$$

$$l = \frac{U - 2 \cdot l_1}{2}$$

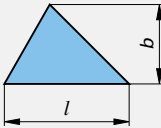
$$b = \frac{A}{l}$$

$$l_1 = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$$

$$A = l \cdot b$$

Dreieck



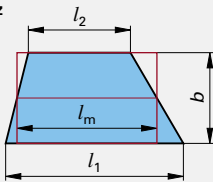
$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Trapez



$$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$$

$$l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

$$l_1 = 2 \cdot l_m - l_2$$

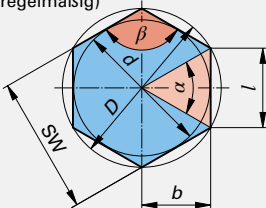
$$l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$A = l_m \cdot b$$

Vieleck (regelmäßig)



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

$$b = \frac{SW}{2} = \frac{d}{2}$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

α Innenwinkel
 β Außenwinkel
SW Schlüsselweite
D Umkreisdurchmesser
d Inkreisdurchmesser

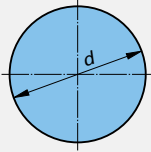
A Gesamtfläche
d Inkreisdurchmesser
n Anzahl der Ecken
l Seitenlänge
b Breite

$$U = l \cdot n$$

A Fläche l Länge l_m mittlere Länge b Breite U Umfang e Eckmaß

Kreisförmig oder bogenförmig begrenzte Flächen

Kreis



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

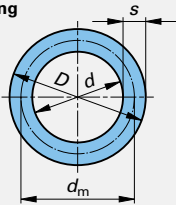
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kreisring



$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

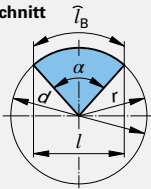
$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$A = A_2 - A_1$$

Kreisausschnitt (Sektor)



$$l_B = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

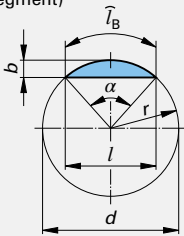
$$U = l_B + 2 \cdot r$$

l_B Bogenlänge ($l_B = l_B$)
 l Länge (Sehne)
 α Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Kreisabschnitt (Segment)



$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot r - b^2}$$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

$$U = l + l_B$$

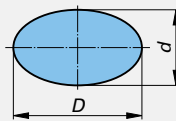
l_B Bogenlänge ($l_B = l_B$)
 l Länge (Sehne)
 b Breite (Bogenhöhe)
 α Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A \approx \frac{2 \cdot l \cdot b}{3}$$

Ellipse



D große Achse
 d kleine Achse

$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

$$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$$

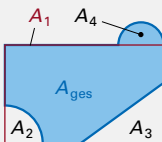
genauer:

$$U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

Zusammengesetzte Flächen



Zusammengesetzte Flächen werden zur Berechnung ihrer Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt. Durch Addition und Subtraktion der Teilflächen erhält man die Gesamtfläche.

$$A_{ges} = A_1 - A_2 - A_3 + A_4$$

Allgemein gilt:

$$A_{ges} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm A_4$$

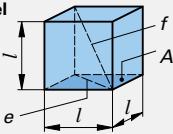
A Fläche D, d Durchmesser l_B Bogenlänge b Breite (Bogenhöhe) α Mittelpunktswinkel
 U Umfang R, r Radius l Länge (Sehne) b Breite d_m mittlerer Durchmesser

Volumen

Gleichdicke Körper

$V = A \cdot h$

Würfel



$l = \sqrt[3]{V}$

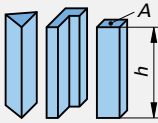
$e = 1,414 \cdot l$
 $f = 1,732 \cdot l$
 $l_{\text{ges}} = 12 \cdot l$

$A_M = 4 \cdot A = 4 \cdot l^2$
 $A_O = 6 \cdot A = 6 \cdot l^2$

$V = l \cdot l \cdot l$

$V = l^3$

Prisma

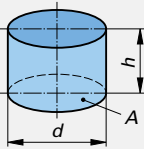


$A = \frac{V}{h}$

$h = \frac{V}{A}$

$V = A \cdot h$

Zylinder



$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$

$A = \frac{V}{h}$

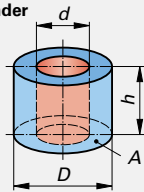
$h = \frac{V}{A}$

$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$

$V = A \cdot h$

$A_M = \pi \cdot d \cdot h$
 $A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

Hohlzylinder



$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$

$D = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot h$

$V = (A_2 - A_1) \cdot h$

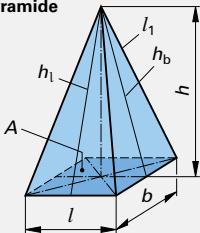
$V = V_2 - V_1$

$A_O = \pi \cdot h \cdot (D + d) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$

Spitze Körper

$V = A \cdot b / 3$

Pyramide



$h = \frac{3 \cdot V}{l \cdot b}$ $b = \frac{3 \cdot V}{l \cdot h}$

$l = \frac{3 \cdot V}{b \cdot h}$

$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$

$A = \frac{3 \cdot V}{h}$

$h = \frac{3 \cdot V}{A}$

$V = \frac{A \cdot h}{3}$

$h_1 = \sqrt{h^2 + b^2/4}$

$h_b = \sqrt{h^2 + l^2/4}$

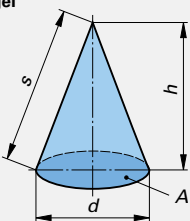
$l_1 = \sqrt{h_1^2 + b^2/4}$

$l_1 = \sqrt{h_1^2 + l^2/4}$

$A_M = h_1 \cdot l + h_b \cdot b$

$A_O = A_M + A$

Kegel



$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$

$A = \frac{3 \cdot V}{h}$

$h = \frac{3 \cdot V}{A}$

$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$

$A_M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$

$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$

$V = \frac{A \cdot h}{3}$

$A_M = \pi \cdot r \cdot s$

$s = \sqrt{h^2 + r^2}$

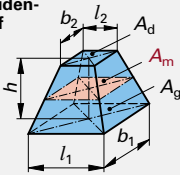
$A_O = A_M + A$

V	Volumen	l	Länge	h ₁	Mantelhöhe über l	r	Radius	e	Eckenmaß
A	Fläche	b	Breite	h _b	Mantelhöhe über b	A _M	Mantelfläche	f	(Flächendiagonale)
h	Höhe	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe	A _O	Oberfläche	f	Raumdiagonale

Volumen

Abgestumpfte Körper

Pyramidenstumpf

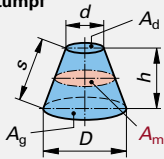


$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$V = \frac{h \cdot (A_g + A_d + \sqrt{A_g \cdot A_d})}{3}$$

$$V = A_m \cdot h$$

Kegelstumpf



$$A_m = \frac{A_g + A_d}{2}$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)}{12}$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot (D + d) \cdot s}{2}$$

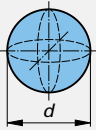
$$V \approx A_m \cdot h$$

$$s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

$$A_0 = A_d + A_m + A_g$$

Kugel

Kugel



$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{V}{0,524}}$$

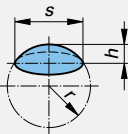
$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$d \approx 1,24 \cdot \sqrt[3]{V}$$

$$V = 0,524 \cdot d^3$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2 \quad d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

Kugelabschnitt (Kugel-segment)



$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

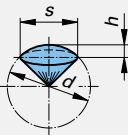
$$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(r - \frac{h}{3}\right)$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot (s^2 + 4 \cdot h^2)}{4}$$

$$V = \pi \cdot h \cdot \left(\frac{s^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right)$$

$$A_0 = \pi \cdot h \cdot (4 \cdot r - h)$$

Kugelausschnitt (Kugel-sektor)



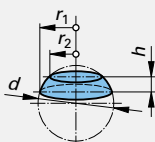
$$A_M = A_0$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{6}$$

$$A_0 = \frac{\pi \cdot d \cdot (4 \cdot h + s)}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{6 \cdot V}{\pi \cdot h}} \quad h = \frac{6 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

Kugelschicht (Kugel-zone)

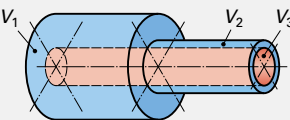


$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (3 \cdot r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + h^2)}{6}$$

$$A_0 = \pi \cdot (d \cdot h + r_1^2 + r_2^2)$$

Zusammengesetzte Körper

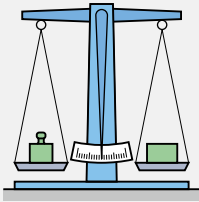


Durch Addition und Subtraktion der Teilkörper erhält man das Gesamtvolumen.

$$V_{ges} = V_1 \pm V_2 \pm V_3 \pm \dots$$

V	Volumen	A ₀	Oberfläche	A	Fläche	b	Breite	d _m	mittlerer Durchmesser
A _m	Mittelfläche	A _d	Deckfläche	h	Höhe	r	Halbmesser	d	Durchmesser
A _g	Grundfläche	A _M	Mantelfläche	l	Länge	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe, Länge

Dichte, Masse



ρ Dichte in $\frac{g}{cm^3}$ bzw. $\frac{kg}{dm^3}$ bzw. $\frac{t}{m^3}$
 m Masse in g bzw. kg bzw. t
 V Volumen in cm^3 bzw. dm^3 bzw. m^3

$$1 \text{ g/l} = 1 \text{ g/dm}^3 = 1 \text{ kg/m}^3$$

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ t/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Die Dichte von Gasen ist abhängig von Druck und Temperatur. Sie wird deshalb für Normalbedingungen (1013 hPa, 1,013 bar, 0 °C) in kg/m^3 angegeben.

Kraft



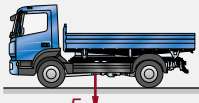
Kraftrichtung: beliebig

F Kraft in N
 m Masse in kg
 a Beschleunigung in m/s^2
 Verzögerung in m/s^2

$$m = \frac{F}{a}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = m \cdot a$$



Kraftrichtung:
Richtung Erdmittelpunkt

Gewichtskraft

F_G Gewichtskraft in N
 m Masse in kg
 g Fallbeschleunigung in m/s^2
 $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ bzw.
 $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

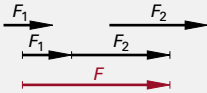
$$= 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$m = \frac{F_G}{g}$$

Kräftezusammensetzung und Kräftezerlegung

Gleiche Richtung und gleiche Wirkungslinie

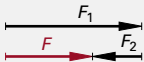


Greifen an einem Punkt mehrere Kräfte (Teilkräfte) an, die die gleiche Wirkungslinie und die gleiche Richtung haben, so können sie zu einer Ersatzkraft (Resultierende) zusammengefasst werden.

$$F = F_1 + F_2 + \dots$$

F Ersatzkraft in N
 F_1, F_2 Teilkräfte in N

Entgegengesetzte Richtung, aber gleiche Wirkungslinie

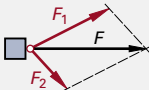


Die Ersatzkraft wird durch Abziehen ermittelt.

F Ersatzkraft in N
 F_1, F_2 Teilkräfte in N

$$F = F_1 - F_2 - \dots$$

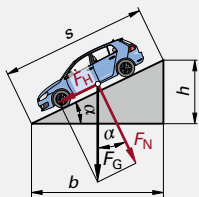
Kraft in Teilkräfte zerlegt



Die Teilkräfte werden mit Hilfe des Kräfteparallelogramms ermittelt. Die Wirkungslinien der Teilkräfte müssen bekannt sein.

F Ersatzkraft in N
 F_1, F_2 Teilkräfte in N

Kräfte am Hang



F_G Gewichtskraft (lotrecht wirkend) in N
 F_N Normalkraft (senkrecht auf die Ebene wirkend) in N

F_H Hangabtriebskraft in N
 s Länge der schiefen Ebene in m

b Horizontale Länge in m

h Höhenunterschied in m

α Steigungswinkel in °

m Masse (Gewicht) des Körpers in kg

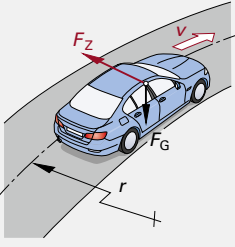
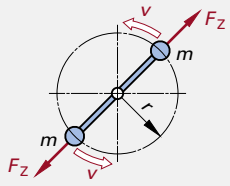
g Fallbeschleunigung $9,81 \text{ m/s}^2$

$$F_N = \frac{F_G \cdot b}{s}$$

$$F_H = \frac{m \cdot g \cdot b}{s}$$

$$F_H = \frac{F_G \cdot h}{s}$$

Fliehkraft (Zentrifugalkraft)



- F_Z Fliehkraft in N
- m Masse (Fahrzeuggewicht) in kg
- v Geschwindigkeit in m/s
- v_{max} maximale Fahrgeschwindigkeit in m/s
- r Radius (Kurvenradius) in m
- r_{min} kleinster Kurvenradius in m
- g Fallbeschleunigung in m/s²
- F_G Gesamtgewichtskraft in N
- μ_H Haftreibungszahl
- F_H Haftreibungskraft in N
- F_R Reibungskraft in N
- F_{Zmax} größte wirksame Fliehkraft in N
- α Neigungswinkel in Grad zur Senkrechten

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}$$

$$r = m \cdot \frac{v^2}{F_Z}$$

$$v_{max} = \sqrt{g \cdot r \cdot \mu_H}$$

v in km/h:

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{12,96 \cdot r}$$

$$v = 3,6 \cdot \sqrt{\frac{F_Z \cdot r}{m}}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$\tan \alpha = \frac{F_Z}{F_G}$$

$$F_Z = F_G \cdot \tan \alpha$$

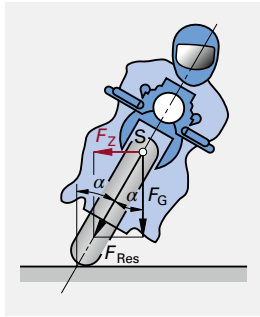
$$\tan \alpha = \frac{v^2}{g \cdot r}$$

$$v = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}$$

v in km/h:

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot r}$$

$$v = 3,6 \cdot \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \alpha}$$



Schleuderbeginn bei Überschreiten der maximalen Kurvengeschwindigkeit v_{max}

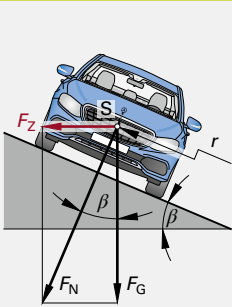
$$F_{Zmax} \leq F_R$$

$$F_{Zmax} \leq m \cdot g \cdot \mu_H$$

$$r_{min} \geq \frac{v^2}{12,96 \cdot g \cdot \mu_H}$$

Zustand	Kräfte	
Haften	$F_Z < F_H$	$F_Z < F_G \cdot \mu_H$
Grenzbereich	$F_Z = F_H$	$F_Z = F_G \cdot \mu_H$
Rutschen/Schleudern	$F_Z > F_H$	$F_Z > F_G \cdot \mu_H$

Fliehkraft bei überhöhter Kurve



- F_Z Fliehkraft in N
- F_G Gewichtskraft in N
- m Fahrzeugmasse in kg
- g Fallbeschleunigung in m/s²
- r Kurvenradius in m
- v Geschwindigkeit in m/s
- β Kurvenüberhöhung in Grad (Neigungswinkel der Fahrbahn)

$$F_Z = F_G \cdot \tan \beta$$

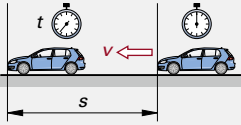
$$\tan \beta = \frac{v^2}{g \cdot r}$$

$$\tan \beta = \frac{F_Z}{F_G}$$

Optimaler Neigungswinkel, wenn F_N senkrecht auf die Fahrbahn wirkt.

Geschwindigkeit

Gleichförmige Geschwindigkeit, Durchschnittsgeschwindigkeit



- v Geschwindigkeit in m/s, km/h
- s Weg in m, km
- t Zeit in s, h

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

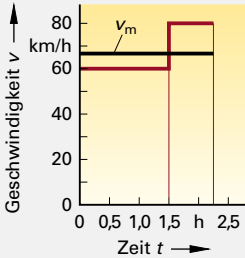
$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$s = v \cdot t$$

Durchschnittsgeschwindigkeit aus Einzelgeschwindigkeiten



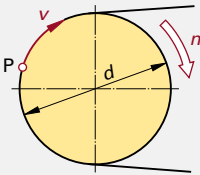
- v_m Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h
- v_1, v_2, \dots Einzelgeschwindigkeiten in km/h
- t_1, t_2, \dots Einzelfahrzeiten in h

$$v_m = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

bei $t_1 = t_2$ gilt:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Umfangsgeschwindigkeit



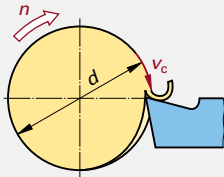
- v Umfangsgeschwindigkeit in m/s
- d Kreisdurchmesser in m
- n Drehzahl in 1/min

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$$

$$d = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot d}$$

Schnittgeschwindigkeit



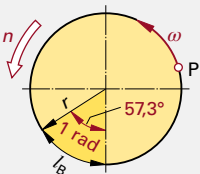
- v_c Schnittgeschwindigkeit in m/min
- d Werkstückdurchmesser bzw. Werkzeugdurchmesser in mm
- n Drehzahl der Arbeitsspindel bzw. der Werkzeugspindel in 1/min

$$v_c = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000}$$

$$d = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot n}$$

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

Winkelgeschwindigkeit



- ω Winkelgeschwindigkeit in 1/s oder rad/s
- $2 \cdot \pi$ Vollwinkel in rad
- n Drehzahl in 1/s
- r Radius, Halbmesser in m
- v Umfangsgeschwindigkeit in m/s

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ m (Bogen)}}{1 \text{ m (Radius)}} \approx 57,3^\circ$$

$$v = \omega \cdot r$$

Beschleunigung, Verzögerung

Beschleunigung aus dem Stand oder Verzögerung (Bremsung) bis zum Stand

Beschleunigung a Verzögerung a in m/s ²	$a = \frac{v}{t}$	$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$
Endgeschwindigkeit v Anfangsgeschwindigkeit v in m/s	$v = a \cdot t$	$v = \frac{2 \cdot s}{t}$	$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
Beschleunigungszeit t Verzögerungszeit t (Bremszeit) in s	$t = \frac{v}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$
Beschleunigungsweg s Verzögerungsweg s (Bremsweg) in m	$s = \frac{v \cdot t}{2}$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$

Anhalteweg, Reaktionsweg, Bremsweg (Geschwindigkeit v in m/s einsetzen)

Anhalteweg s_A in m	$s_A = s_R + s$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s_A = v \cdot t_R + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s_A = v \cdot \left(t_R + \frac{t}{2} \right)$
Reaktionsweg s_R in m	$s_R = s_A - s$	$s_R = v \cdot t_R$	$s_R = v \cdot (t_A - t)$	$s_R = v \cdot t_A - 2 \cdot s$
Bremsweg s in m	$s = s_A - s_R$	$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$	$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = \frac{v \cdot t}{2}$
Anhaltezeit t_A in s	$t_A = t_R + t$	$t_A = t_R + \frac{v}{a}$	$t_A = t_R + \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_A = t_R + \frac{2 \cdot s}{v}$
Reaktionszeit t_R in s	$t_R = t_A - t$	$t_R = \frac{s_R}{v}$	$t_R = t_A - \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t_R = t_A - \frac{2 \cdot s}{v}$
Bremszeit t in s	$t = t_A - t_R$	$t = \frac{v}{a}$	$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v}$

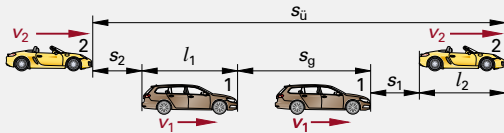
Beschleunigung in der Bewegung oder Verzögerung in der Bewegung

Beschleunigung a Verzögerung a in m/s ²	$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$	$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s}$	$a = \frac{2 \cdot s - 2 \cdot v_1 \cdot t}{t^2}$	$a = \frac{2 \cdot v_2 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2}$
Kleinere Geschwindigkeit v₁ in m/s	$v_1 = v_2 - a \cdot t$	$v_1 = \frac{2 \cdot s}{t} - v_2$	$v_1 = \frac{s}{t} - \frac{a \cdot t}{2}$	$v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}$
Größere Geschwindigkeit v₂ in m/s	$v_2 = v_1 + a \cdot t$	$v_2 = \frac{2 \cdot s}{t} + v_1$	$v_2 = \frac{s}{t} + \frac{a \cdot t}{2}$	$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s}$
Beschleunigungszeit t Verzögerungszeit t (Bremszeit) in s	$t = \frac{v_2 - v_1}{a}$	$t = \frac{2 \cdot s}{v_1 + v_2}$	$t = \sqrt{\frac{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s - v_1}{a}}$	$t = \frac{v_2 - \sqrt{v_2^2 - 2 \cdot a \cdot s}}{a}$
Beschleunigungsweg s Verzögerungsweg s (Bremsweg) in m	$s = \frac{(v_1 + v_2) \cdot t}{2}$	$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot a}$	$s = v_1 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$s = v_2 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2}$

Umrechnung: $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Überholen

Überholen mit gleichbleibender Geschwindigkeit



Das überholende Kfz 2 hat eine größere Geschwindigkeit als das zu überholende Kfz 1. Beide Fahrzeuge ändern ihre Geschwindigkeit während des Überholvorganges nicht.

l_1, l_2 Fahrzeuglängen in m

Der Sicherheitsabstand in m entspricht dem halben Zahlenwert der Tachoanzeige.

Sicherheitsabstände Kfz 1 und Kfz 2

s_1 in m; s_2 in m

$$s_1 = \frac{|v_1|}{2}$$

$$s_2 = \frac{|v_2|}{2}$$

Grundweg Kfz 1

s_g in m

$$s_g = v_1 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = v_2 \cdot t_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = \frac{s_a \cdot v_1}{v_2 - v_1}$$

Aufholweg Kfz 2

s_a in m

$$s_a = l_1 + l_2 + s_1 + s_2$$

$$s_a = s_{\bar{u}} - s_g$$

$$s_a = (v_2 - v_1) \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_a = \frac{v_2 - v_1}{v_2} \cdot s_{\bar{u}}$$

Überholweg Kfz 2

$s_{\bar{u}}$ in m

$$s_{\bar{u}} = s_g + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_2 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_{\bar{u}} = s_g \cdot \frac{v_2}{v_1}$$

$$s_{\bar{u}} = \frac{s_a \cdot v_2}{v_2 - v_1}$$

Überholzeit Kfz 2

$t_{\bar{u}}$ in s

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_{\bar{u}}}{v_2}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_g}{v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_a}{v_2 - v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_{\bar{u}} - s_a}{v_1}$$

Geschwindigkeit Kfz 1

v_1 in m/s

$$v_1 = \frac{s_g}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = v_2 - \frac{s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = \frac{s_{\bar{u}} - s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = v_2 - \frac{s_a \cdot v_2}{s_{\bar{u}}}$$

Geschwindigkeit Kfz 2

v_2 in m/s

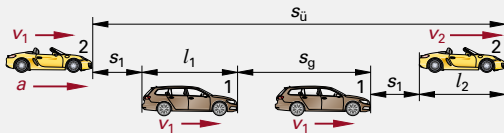
$$v_2 = \frac{s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = v_1 + \frac{s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = \frac{s_g + s_a}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_2 = \frac{s_a \cdot v_1 + v_1}{s_g}$$

Überholen mit gleichbleibender Beschleunigung



Die Geschwindigkeit des zu überholenden Kfz 1 beträgt gleichbleibend v_1 ; das überholende Kfz 2 beschleunigt während des Überholvorganges gleichmäßig von v_1 auf v_2 .

l_1, l_2 Fahrzeuglängen in m

Der Sicherheitsabstand in m entspricht dem halben Zahlenwert der Tachoanzeige.

Sicherheitsabstände Kfz 1 und Kfz 2

s_1 in m; s_2 in m

$$s_1 = \frac{|v_1|}{2}$$

Grundweg Kfz 1

s_g in m

$$s_g = v_1 \cdot t_{\bar{u}}$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - s_a$$

$$s_g = s_{\bar{u}} - \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_g = \frac{v_1}{a} \cdot (v_2 - v_1)$$

Aufholweg Kfz 2

s_a in m

$$s_a = l_1 + l_2 + s_1 + s_2$$

$$s_a = s_{\bar{u}} - s_g$$

$$s_a = \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_a = \frac{v_2 - v_1}{2} \cdot t_{\bar{u}}$$

Überholweg Kfz 2

$s_{\bar{u}}$ in m

$$s_{\bar{u}} = s_g + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_1 \cdot t_{\bar{u}} + s_a$$

$$s_{\bar{u}} = v_1 \cdot t_{\bar{u}} + \frac{a \cdot t_{\bar{u}}^2}{2}$$

$$s_{\bar{u}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t_{\bar{u}}$$

Überholzeit Kfz 2

$t_{\bar{u}}$ in s

$$t_{\bar{u}} = \frac{s_{\bar{u}}}{v_1}$$

$$t_{\bar{u}} = \sqrt{\frac{2 \cdot s_a}{a}}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

$$t_{\bar{u}} = \frac{2 \cdot s_a}{v_2 - v_1}$$

Geschwindigkeit Kfz 1

v_1 in m/s

$$v_1 = \frac{s_g}{t_{\bar{u}}}$$

$$v_1 = v_2 - a \cdot t_{\bar{u}}$$

$$v_1 = \frac{2 \cdot s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}} - v_2$$

$$v_1 = v_2 - \frac{2 \cdot s_a}{t_{\bar{u}}}$$

Endgeschwindigkeit Kfz 2

v_2 in m/s

$$v_2 = v_1 + a \cdot t_{\bar{u}}$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot s_a}{t_{\bar{u}}} + v_1$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}} - v_1$$

$$v_2 = \frac{s_{\bar{u}}}{t_{\bar{u}}} + \frac{a \cdot t_{\bar{u}}}{2}$$

Arbeit



W Arbeit in Nm, J, Ws
 F Kraft in N
 s Kraftweg in m

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

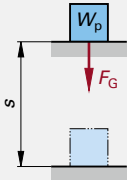
$$W = F \cdot s$$

$$F = \frac{W}{s}$$

$$s = \frac{W}{F}$$

Energie

Lageenergie



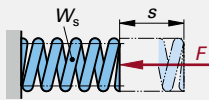
Potenzielle Energie, Energie der Ruhe

W_p Lageenergie in Nm, J, Ws
 F_G Gewichtskraft in N
 h Hubhöhe in m

$$W_p = F_G \cdot h$$

$$F_G = \frac{W_p}{h} \quad h = \frac{W_p}{F_G}$$

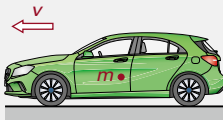
Spannenergie



W_s Spannenergie in Nm, J, Ws
 s Federweg in m
 F Federspannkraft in N

$$W_s = \frac{F \cdot s}{2}$$

$$F = \frac{2 \cdot W_s}{s} \quad s = \frac{2 \cdot W_s}{F}$$



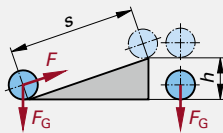
Kinetische Energie, Bewegungsenergie

W_k kinetische Energie in Nm, J, Ws
 m Masse in kg
 v Geschwindigkeit in m/s

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$m = \frac{2 \cdot W_k}{v^2} \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}}$$

Goldene Regel der Mechanik: Aufgewendete Arbeit = gewonnene Arbeit $W_1 = W_2$



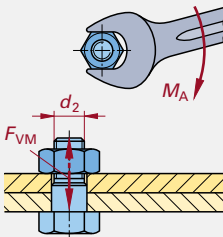
Schiefe Ebene

F Kraft in N
 s Kraftweg in m
 F_G Gewichtskraft in N
 h Weg der Gewichtskraft in m
 W_1 aufgewendete Arbeit in Nm
 W_2 abgegebene Arbeit in Nm

$$F \cdot s = F_G \cdot h$$

$$F_G = \frac{F \cdot s}{h} \quad s = \frac{F_G \cdot h}{F}$$

$$W_1 = W_2$$



Montagevorspannkraft

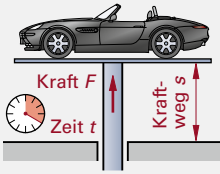
M_A Anzugdrehmoment in Nm
 F_{VM} Montagevorspannkraft in N
 d_2 Flankendurchmesser in m

$$F_{VM} \approx \frac{M_A}{0,2 \cdot d_2}$$

$$M_A \approx 0,2 \cdot F_{VM} \cdot d_2$$

Näherungsformel gilt für metrische Regelgewinde (nicht geschmiert).
 Durch unterschiedliche Reibverhältnisse können sich Abweichungen ergeben.

Leistung



- P Leistung in W, Nm/s, J/s
- W Arbeit in Ws, Nm, J
- t Zeit in s
- F Kraft in N
- s Kraftweg in m
- v Geschwindigkeit in m/s

$$P = \frac{W}{t}$$

$$W = P \cdot t \quad t = \frac{W}{P}$$

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$F = \frac{P \cdot t}{s} \quad s = \frac{P \cdot t}{F}$$

$$t = \frac{F \cdot s}{P}$$

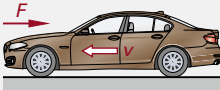
$$P = F \cdot v$$

$$F = \frac{P}{v} \quad v = \frac{P}{F}$$

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

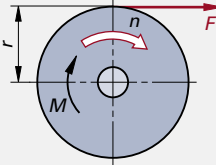
$$n = \frac{9550 \cdot P}{M}$$



$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

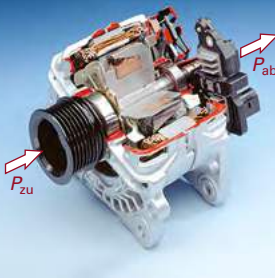
$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

Motor mit Schwungrad



- P Leistung in kW
- M Drehmoment in Nm
- n Drehzahl in 1/min
- F Kraft in Nm
- r Radius in m

Wirkungsgrad, Gesamtwirkungsgrad



- W_v Energieverlust in Nm, Ws
- η Wirkungsgrad
- η_{ges} Gesamtwirkungsgrad
- η_1, η_2, η_3 Einzelwirkungsgrade
- W_{ab} abgegebene Arbeit in Nm, Ws
- W_{zu} zugeführte Arbeit in Nm, Ws
- P_v Verlustleistung in W, kW
- P_{ab} abgegebene Leistung in W, kW
- P_{zu} zugeführte Leistung in W, kW

$$W_v = W_{\text{zu}} - W_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}}$$

$$W_{\text{ab}} = \eta \cdot W_{\text{zu}}$$

$$W_{\text{zu}} = \frac{W_{\text{ab}}}{\eta}$$

$$P_v = P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$$

$$P_{\text{ab}} = \eta \cdot P_{\text{zu}}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta}$$

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$

Nutzwirkungsgrade

Elektromotor	0,85
Ottomotor	0,40
Dieselmotor	0,48
Wechselgetriebe	0,95

Der Wirkungsgrad ist stets kleiner als 1 oder weniger als 100 %.