



EUROPA-FACHBUCHREIHE
Kraftfahrzeugtechnik

Formeln für Berufskraftfahrer

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

2. Auflage

Vorwort zur 2. Auflage

Die Formelsammlung für Berufskraftfahrer soll den Aus- und Fortzubildenden sowie den Praktiker im Personen- und Güterkraftverkehr bei der Bearbeitung technisch-mathematischer Aufgabenstellungen unterstützen. Im Bereich der technischen Mathematik werden in der Regel Größengleichungen sowie Zahlenwertgleichungen verwendet.

Das vorliegende Werk berücksichtigt die gültigen Normen sowie die aktuellen Lehrpläne und Ausbildungsordnungen im Bereich der Ausbildung zur Berufskraftfahrerin bzw. zum Berufskraftfahrer.

Neu in der 2. Auflage ist ein Kapitel mit Formeln zu Beförderungsprozessen.

Die Seiten zur Ladungssicherung sind wesentlich ergänzt und neu verfasst. Neben der VDI 2700 (Blatt 2, Juli 2014) wird die DIN EN 12195-1 (2011-6) berücksichtigt. Beide Normen sind als Regelwerke offiziell anerkannt. Mit beiden Normen können sämtliche in der beruflichen Praxis auftretende Sicherungsfälle dargestellt und berechnet werden.

Das Kapitel Ladungssicherung ist nun in die drei Bereiche Grundlagen, Formeln nach VDI 2700 und Formeln nach DIN EN 12195 aufgeteilt.

Alle Angaben in der Formelsammlung erfolgen nach dem aktuellen Stand der Normen und Vorschriften. Haftungsansprüche gegenüber den Autoren und dem Verlag sind ausgeschlossen.

Die Autoren und der Verlag sind für Anregungen und kritische Hinweise dankbar (lektorat@europa-lehrmittel.de).

Sommer 2021

Autoren und Verlag

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 21120

Autoren:

Felder, Helmut

Oberstudienrat a. D.

Wuppertal – Essen

Moormann, Markus

Dipl.-Ing., Studiendirektor

Duisburg – Essen

Leiter des Arbeitskreises und Lektorat:

Hohmann, Berthold

Oberstudiendirektor

Eversberg

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Bildquellenverzeichnis:**• Adobe Systems Software Ireland Ltd., Adobe Stock, Dublin, Irland:**

S. 17/4-5 © goce risteski; S. 44/5-6 © Torsten

• Daimler Truck, Stuttgart: S. 22/4**• Jost-Werke Deutschland GmbH, Neu-Isenburg: S. 23/2**

Alle Bilder ohne Quellenangabe wurden von den Autoren und dem Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern, bearbeitet und erstellt.

Den „Formeln für Berufskraftfahrer“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

2. Auflage 2021

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2135-5

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2021 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Daimler AG, 76742 Wörth

Druck: optimal media GmbH, 17207 Röbel/Müritz

INHALTSVERZEICHNIS

Grundlagen	4	Wirkungsgrad, Sankey-Diagramm (Beispiel)	25
Mathematische Zeichen (Auswahl)	4	Antriebsleistung, Beschleunigung	25
Griechisches Alphabet (Auswahl)	4	Kraftstoffverbrauch, Reichweite	25
Einheiten	4	Einfache und mehrfache Übersetzung ..	26
Vorsätze von Einheiten	4	Raddrehzahl und Fahrzeuggeschwindigkeit	26
Anglo-amerikanische Einheiten	4	Getriebe, n - v -Diagramm	27
Größen und Einheiten	5	Grundlagen der Elektrotechnik	28
Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	7	Ladungssicherung	29
Satz des Pythagoras	7	Tabelle Niederzurren als Rutschsicherung (VDI 2700)	34
Verhältnisrechnen (Dreisatz)	8	Tabelle Diagonalzurren als Rutschsicherung (VDI 2700)	36
Prozentrechnen	8	Ladungssicherung	37
Promillerechnen	9	Beförderungsprozesse	43
Zinsrechnen	9	Einsatzplanung Linienverkehr	46
Mischungsrechnen	9	Fahrzeugeinsatzplanung Linienverkehr (vereinfachte Darstellung)	46
Maßstäbe (für Straßenkarten)	10	Fahrzeug- und Personaleinsatzplanung Linienverkehr (vereinfachte Darstellung)	47
Längen	10	Beurteilung körperlicher Belastungen beim Heben und Umsetzen	48
Flächen	11	Beurteilung von Lasten anhand von Leitmerkmalen	48
Zusammengesetzte Flächen	13	Beurteilung von Lasten anhand von Leitmerkmalen (Fortsetzung)	49
Volumen, Mantelflächen, Oberflächen ..	13	Wirtschaftlichkeitsrechnungen	50
Kraft und Drehmoment	15	Allgemeine Grundlagen (vereinfachte Darstellung)	50
Hebelgesetze	16	Ermittlung der variablen Kosten (vereinfachte Darstellung)	50
Druck, Druckkraft	16	Ermittlung der fixen Kosten (vereinfachte Darstellung)	51
Reibung	16	Ermittlung der Auftragsgesamtkosten (ohne Gewinne des Unternehmens) ...	51
Arbeit, Energie, Leistung	17	Abschreibung	52
Wirkungsgrad	17	Fahrzeugdaten	53
Technische Berechnungen am Fahrzeug 18		Formelzeichen	55
Gesamtschwerpunkt mehrerer Einzel-ladungen	18	Sachwortverzeichnis	58
Lastverteilung, Achslasten	18		
Achslasten, Lastverteilungsplan (LVP) .	19		
Geschwindigkeit, Beschleunigung, Bremsen	20		
Reaktionsweg, Reaktionszeit, Anhalteweg, Anhaltezeit	20		
Überholweg, Überholzeit	21		
Gewichtsleistung	21		
Fahrwiderstände, Rollreibung, Luftwiderstand, Steigungswiderstand .	21		
Bremsenergie, Bremsleistung bei Abbremsung bis zum Stillstand	22		
Bremsschlupf	22		
Bremskraft	22		
Fliehkraft	22		
D -Wert, D_c -Wert, V -Wert	23		
Zylindervolumen, Gesamthubraum	24		
Verdichtungsverhältnis	24		
Motorkennlinien	24		
Motordrehmoment, Motorleistung	25		

GRUNDLAGEN

Mathematische Zeichen (Auswahl)

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter bis gleich	$\sqrt{\quad}$	minus, weniger	Δ	Delta, Zeichen f. Differenz
\neq	nicht gleich, ungleich	$\cdot \times$	Quadratwurzel aus a mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	\cong	kongruent
\sim	proportional	$:-$	durch, geteilt durch, dividiert durch	\sim	ähnlich
\approx	annähernd, nahezu gleich, rund, etwas entspricht	%	Prozent, vom Hundert	\sphericalangle	Winkel
\triangleq	kleiner als	‰	Promille, vom Tausend	\overline{AB}	Strecke AB
$<$	größer als	$\{ \} [] \}$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	\overline{AB}	Bogen AB
$>$	größer oder gleich, mindestens gleich	\parallel	parallel	Σ	Summe
\geq	kleiner oder gleich, höchstens gleich	\perp	nicht parallel	e	Eulersche Zahl $e = 2,718281828\dots$
\leq	plus, mehr, und		rechtwinklig zu, senkrecht auf	α	Pi = 3,14159...
$+$				∞	unendlich
				log	Logarithmus (allgemein)
				lg	Zehnerlogarithmus
				ln	natürlicher Logarithmus

Griechisches Alphabet (Auswahl)

A α a Alpha	E ϵ e Epsilon	Λ λ l Lambda	P ρ r Rho	Φ ϕ f(ph) Phi
B β b Beta	H η e Eta	M μ m Mü	Σ σ s Sigma	X χ ch Chi
Γ γ g Gamma	Θ θ th Theta	N ν n Nü	T τ t Tau	Ψ ψ ps Psi
Δ δ d Delta	K κ k Kappa	Π π p Pi	Y υ ü Ypsilon	Ω ω o Omega

Einheiten

Vorsätze von Einheiten

	Vorsatz	Zeichen	Beispiel		Vorsatz	Zeichen	Beispiel
g r ö ß e r ↑	Mega	M	1 Megawatt = 1 MW = 1.000.000 W	k l e i n e r ↓	einfacher Wert		1 Meter = 1 m
	Kilo	k	1 Kilogramm = 1 kg = 1000 g		Dezi	d	1 Dezimeter = 1 dm = 0,1 m
	Hekto	h	1 Hektoliter = 1 hl = 100 l		Zenti	c	1 Zentimeter = 1 cm = 0,01 m
	Deka	da	1 Dekanewton = 1 daN = 10 N		Milli	m	1 Millimeter = 1 mm = 0,001 m
	einfacher Wert		1 Meter = 1 m oder 1 Newton = 1 N		Mikro	μ	1 Mikrometer = 1 μ m = 0,000001 m

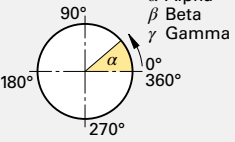
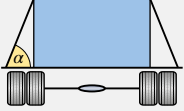
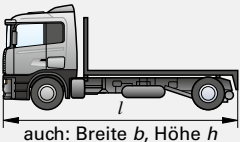
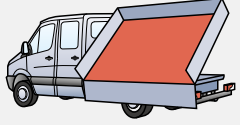



Anglo-amerikanische Einheiten

Länge				Fläche			
		mm	m (l)			cm ²	m ²
inch (Zoll)	1 in	25,4	0,025	square inch	1 in ²	6,452	-
foot	1 ft	304,8	0,305	square foot	1 ft ²	929	0,0931
yard	1 yd	914,4	0,914	square yard	1 yd ²	8361	0,8360
statute mile	1 mile	-	1609,34	acre	1 acre	-	4047 m ²
nautical mile	1 n mile	-	1852	square mile	1 mile ²	-	2,59 km ²
1 mile = 1760 yd; 1 yd = 3 ft; 1 ft = 12 in							
Volumen				Masse			
		cm ³	dm ³			g	kg
cubic inch	1 in ³	16,387	0,0164	grain	1 gr	0,0648	-
cubic foot	1 ft ³	28317	28,317	dram	1 dram	1,772	-
cubic yard	1 yd ³	-	764,555	ounce	1 oz	28,35	0,028
US-gallon	1 gal	3785	3,785	pound (libre)	1 lb	453,59	0,454
engl. gallon	1 gal	4546	4,546	hundredweight	1 cwt	50802	40,802
barrel	1 barrel	-	158,99	amer. ton	1 tn	-	1016
				1 tn = 20 hw; 1 cwt = 112 lb; 1 lb = 16 oz			
Geschwindigkeit				Druck			
		m/s	km/h			N/cm ²	bar
foot per second	1 fps	0,3048	1,096	pound per square inch	1 psi = 1 lb/in ²	0,704	0,0704
statute mile per hour	1 mph	0,4470	1,609				
nautic mile per hour	1 kn	0,5147	1,852				


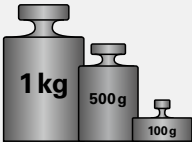
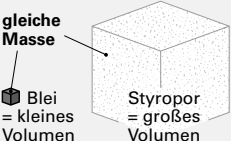
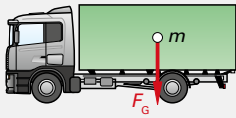
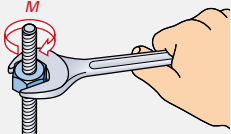
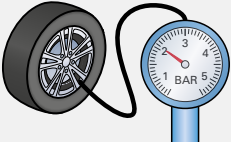
Temperatur

Temperatur in Grad Fahrenheit = 1,8 · Temperatur in Grad Celsius + 32
 Temperatur in Grad Celsius = (Temperatur in Grad Fahrenheit - 32) : 1,8

Größen und Einheiten

Größe und Formelzeichen	Einheit		Umrechnungen, Erklärungen	
	Name	Zeichen		
Winkel  <p>α Alpha β Beta γ Gamma</p>	Grad	°	<ul style="list-style-type: none"> – als Zurrwinkel α beim Niederzurren (siehe Bild) – Vertikal- und Neigungswinkel α beim Diagonalzurren – als Horizontalwinkel β beim Diagonalzurren 	
Länge l  <p>auch: Breite b, Höhe h</p>	Meter	m	1 km = 1000 m 1 m = 10 dm 1 m = 100 cm 1 m = 1000 mm 1 dm = 10 cm 1 dm = 100 mm 1 cm = 10 mm	1 m = 0,001 km 1 dm = 0,1 m 1 cm = 0,01 m 1 mm = 0,001 m 1 cm = 0,1 dm 1 mm = 0,01 dm 1 mm = 0,1 cm
Fläche A 	Quadratmeter	m ²	1 m ² = 100 dm ² 1 m ² = 10.000 cm ² 1 m ² = 1.000.000 mm ²	1 dm ² = 0,01 m ² 1 cm ² = 0,0001 m ² 1 mm ² = 0,000001 m ²
	Quadratdezimeter	dm ²	1 dm ² = 100 cm ² 1 dm ² = 10.000 mm ² 1 cm ² = 100 mm ²	1 cm ² = 0,01 dm ² 1 mm ² = 0,0001 dm ² 1 mm ² = 0,01 cm ²
	Hektar	ha	1 ha = 10.000 m ²	
Volumen V 	Kubikmeter	m ³	1 m ³ = 1000 dm ³ 1 m ³ = 1.000.000 cm ³ 1 dm ³ = 1000 cm ³	1 dm ³ = 0,001 m ³ 1 cm ³ = 0,000001 m ³ 1 cm ³ = 0,001 dm ³
	Liter	l	1 l = 1 dm ³ 1 l = 1000 cm ³	1 cm ³ = 0,001 l
	Milliliter	ml	1 ml = 1 cm ³	
Zeit t  <p>Lenk- und Ruhezeiten</p>	Sekunde	s	1 min = 60 s 1 h = 60 min 1 h = 3600 s 1 d = 24 h 1 a = 365 Tage (Schaltjahr 366 Tage)	1 s = 0,0167 min 1 min = 0,0167 h 1 s = 0,00028 h 1 h = 0,0417 d
	Minute	min		
	Stunde	h		
	Tag	d		
	Jahr	a		
			Umrechnungsbeispiel: 1,4 h = 1,4 · 60 min = 84 min = 1 h 24 min 78 min = 78 : 60 h = 1,3 h	
Geschwindigkeit v 	Meter pro Sekunde	m/s	1 km/h = 0,278 m/s 1 m/s = 3,6 km/h	
	Kilometer pro Stunde	km/h		Hinweis: in englischsprachigen Ländern oft „mph“ oder „ft/min“ mph = miles per hour 1 mph = 0,447 m/s = 1,609 km/h ft/min = feet per minute 1 ft/min = 0,0058 m/s
Beschleunigung a Fallbeschleunigung g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s ²	Die Richtung ist beliebig. Verzögerung ist eine negative Beschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (vereinfachte Rechnung mit $g = 10 \text{ m/s}^2$ bei der Berechnung von Ladungssicherungskraften)	

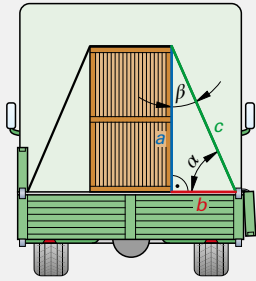
Größen und Einheiten

Größe und Formelzeichen	Einheit		Umrechnungen, Erklärungen	
	Name	Zeichen		
Drehzahl n 	eins durch Sekunde	1/s	Schreibweise in Formeln: $1/s = s^{-1}$ $1/min = min^{-1}$ $1 s^{-1} = 60 min^{-1}$ $1 min^{-1} = 1/60 s^{-1} = 0,167 s^{-1}$ Nenndrehzahl beim Lkw-Dieselmotor: 1700–3500 1/min Nenndrehzahl beim Pkw-Dieselmotor: 3500–5500 1/min	
Masse m 	Kilogramm	kg	$1 t = 1000 kg$ $1 kg = 0,001 t$ $1 t = 1.000.000 g$ $1 g = 0,000001 t$ Tonne Gramm Milligramm $1 kg = 1000 g$ $1 g = 0,001 kg$ $1 kg = 1.000.000 mg$ $1 mg = 0,000001 kg$ $1 g = 1000 mg$ $1 mg = 0,001 g$	
Dichte ρ gleiche Masse  Blei = kleines Volumen Styropor = großes Volumen	Kilogramm pro Kubikmeter	kg/m ³	$1 kg/m^3 = 0,001 g/cm^3$ $1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3$ weiterhin üblich für Ladungen: Tonne pro Kubikmeter t/m ³ $1 t/m^3 = 1000 kg/m^3$ $1 kg/m^3 = 0,001 t/m^3$ $1 t/m^3 = 1 g/cm^3$ $1 g/cm^3 = 1 t/m^3$ $1 g/cm^3 = 1 kg/l = 1 t/m^3$	
Kraft F 	Newton	N	$1 kN = 100 daN$ $1 daN = 0,01 kN$ $1 kN = 1000 N$ $1 N = 0,001 kN$ $1 daN = 10 N$ $1 N = 0,1 daN$	
	Kilonewton	kN	Vereinfachte Umrechnung bei Ladungssicherungskräften: 1 kg entspricht 10 N = 1 daN Gewichtskraft (gerechnet mit $g = 10 m/s^2$, vergl. „Beschleunigung“) Hinweis: Anzugsdrehmomente für Radschrauben nach Herstellerangaben in der Betriebsanleitung beachten!	
	Dekaneutron	daN		
Drehmoment M 	Newtonmeter	Nm	$1 kNm = 1000 Nm$ $1 Nm = 0,001 kNm$	
	Kilo-Newtonmeter	kNm		
Druck p 	Pascal	Pa	$1 hPa = 100 Pa$ $1 Pa = 0,01 hPa$ $1 hPa = 0,001 bar$ $1 bar = 1000 hPa$ $1 Pa = 0,00001 bar$ $1 bar = 100.000 Pa$	
	Hektopascal	hPa	Die Einheit bar ist bei Reifen gebräuchlich: $1 bar = 1000 mbar$ $1 mbar = 0,001 bar$ $1 mbar = 1 hPa$ $1 bar = 10 N/cm^2$	
	Bar	bar		
	Millibar	mbar		
Arbeit Energie Wärmemenge	W E Q	Joule sprich: „dschul“	J	$1 J = 1 Nm = 1Ws$ vergl. „Drehmoment“ auch gebräuchlich für Energie: Kilowattstunde kWh $1 kWh = 3600000 J$
Leistung	P	Watt	W	$1 kW = 1000 W$ $1 W = 0,001 kW$ alte Einheit für die mechanische Leistung: PS $1 PS = 0,735 kW$ $1 kW = 1,36 PS$
		Kilowatt	kW	

Größen und Einheiten

Größe und Formelzeichen	Einheit		Umrechnungen, Erklärungen
	Name	Zeichen	
Temperatur	T t	Kelvin Grad Celsius	K °C
elektrische Stromstärke	I	Ampere Milliampere	A mA
elektrische Spannung	U	Volt Millivolt	V mV
elektrische Widerstand	R	Ohm Kilohm	Ω k Ω

Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck



$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$c \cdot \sin \alpha = a$$

$$c \cdot \sin \beta = b$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$c = \frac{b}{\sin \beta}$$

a ist:

- Gegenkathete zum Winkel α
- Ankathete zum Winkel β

b ist:

- Gegenkathete zum Winkel β
- Ankathete zum Winkel α

c ist die Hypotenuse, die dem 90°-Winkel gegenüberliegt.

$$\text{Cosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$c \cdot \cos \alpha = b$$

$$c \cdot \cos \beta = a$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$c = \frac{a}{\cos \beta}$$

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$b \cdot \tan \alpha = a$$

$$a \cdot \tan \beta = b$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$a = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\text{Cotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

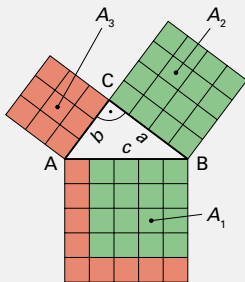
$$a \cdot \cot \alpha = b$$

$$b \cdot \cot \beta = a$$

$$a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

$$b = \frac{a}{\cot \beta}$$

Satz des Pythagoras



In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypotenuse genauso groß (flächengleich) wie die beiden Quadrate über den beiden Katheten zusammen (Summe).

$$a^2 + b^2 = c^2$$

a, b: Katheten (in mm, cm etc.) bilden den rechten Winkel

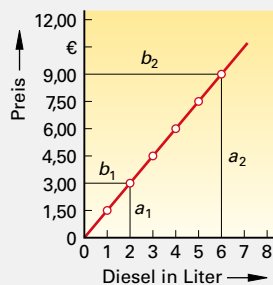
$$A_1 = A_2 + A_3$$

c: Hypotenuse (in mm, cm etc.) liegt immer gegenüber vom 90°-Winkel

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Verhältnisrechnen (Dreisatz)

Gleiches Verhältnis (direkte Proportionalität, direkter Dreisatz)



2 Liter kosten 3,00 €
6 Liter kosten ??? €

$$a_1 : b_1 = a_2 : b_2 \quad \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$a_1 = \frac{a_1 \cdot b_1}{b_2} \quad a_2 = \frac{a_1 \cdot b_2}{b_1}$$

$$b_1 = \frac{a_1 \cdot b_2}{a_2} \quad b_2 = \frac{a_2 \cdot b_1}{a_1}$$

$$2 \text{ Liter} \triangleq 3,00 \text{ €}$$

$$1 \text{ Liter} \triangleq \frac{3,00 \text{ €}}{2} = 1,50 \text{ €}$$

$$6 \text{ Liter} \triangleq 1,50 \text{ €} \cdot 6 = 9,00 \text{ €}$$

bei direkter Proportionalität gilt:

je mehr, desto mehr

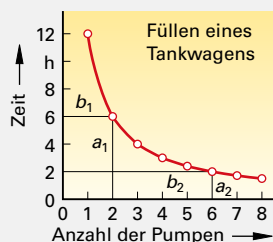
oder

je weniger, desto weniger

als Dreisatz:

1. Behauptung
2. Berechnung auf eine Einheit durch Dividieren
3. Berechnung der gesuchten Größe durch Multiplizieren

umgekehrtes Verhältnis (indirekte Proportionalität, indirekter Dreisatz)



2 Pumpen benötigen 6 h zum Füllen.
6 Pumpen benötigen ? h zum Füllen.

$$a_1 : b_1 = b_2 : a_2 \quad \frac{a_1}{b_1} = \frac{b_2}{a_2}$$

$$a_1 = \frac{a_2 \cdot b_2}{b_1} \quad a_2 = \frac{a_1 \cdot b_1}{b_2}$$

$$b_1 = \frac{a_2 \cdot b_2}{a_1} \quad b_2 = \frac{a_1 \cdot b_1}{a_2}$$

$$2 \text{ Pumpen} \triangleq 6 \text{ h}$$

$$1 \text{ Pumpe} \triangleq 6 \text{ h} \cdot 2 = 12 \text{ h}$$

$$6 \text{ Pumpen} \triangleq \frac{12 \text{ h}}{6} = 2 \text{ h}$$

bei indirekter Proportionalität gilt:

je mehr, desto weniger

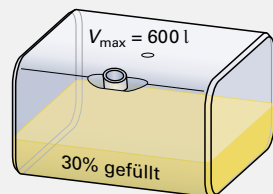
oder

je weniger, desto mehr

als Dreisatz:

1. Behauptung
2. Berechnung auf eine Einheit durch Multiplizieren
3. Berechnung der gesuchten Größe durch Dividieren

Prozentrechnen



Wie viele Liter sind noch im Behälter?

$$G = 600 \text{ l} \quad p = 30\%$$

auch als Dreisatz lösbar

1. Behauptung
2. Berechnung auf eine Einheit durch Dividieren
3. Berechnung der gesuchten Größe durch Multiplizieren

$$1\% = \frac{1}{100}$$

$$p = \frac{100 \cdot P}{G}$$

$$G = \frac{100 \cdot P}{p}$$

$$p = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$$

$$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$$

$$100\% \triangleq 600 \text{ l}$$

$$1\% \triangleq 600 \text{ l} : 100 = 6 \text{ l}$$

$$30\% \triangleq 6 \text{ l} \cdot 30 = 180 \text{ l}$$

Prozentrechnung ist Verhältnisrechnen, bei der alle Größen auf 100 Teile bezogen werden.

G Grundwert (der Wert, auf den man sich bezieht)

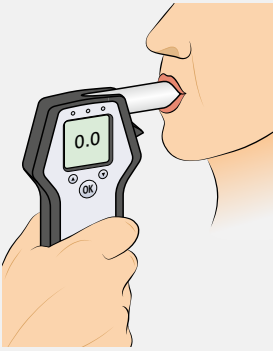
P Prozentwert (der Wert, der dem Prozentsatz entspricht, hat gleiche Einheit wie G)

p Prozentsatz in % (gibt an, wie viele Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind)

E_{\max} vermehrter Endwert (Grundwert + Prozentwert)

E_{\min} vermindertter Endwert (Grundwert - Prozentwert)

Promillerechnen



$$1\text{‰} = \frac{1}{1000}$$

$$p = \frac{1000 \cdot P}{G}$$

$$G = \frac{1000 \cdot P}{p}$$

$$P = \frac{G \cdot p}{1000}$$

Promillerechnung ist Verhältnissrechnen, bei der alle Größen auf 1000 Teile bezogen werden.

- G** Grundwert
(der Wert, auf den man sich bezieht)
- P** Promillewert
(der Wert, der dem Promillesatz entspricht, hat gleiche Einheit wie G)
- p** Promillesatz in ‰
(gibt an, wie viele Tausendstel vom Grundwert zu nehmen sind)

Zinsrechnen



Jahreszinsen

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100}$$

$$t = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot p}$$

$$K = \frac{100 \cdot Z}{t \cdot p}$$

$$p = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot t}$$

Tageszinsen

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

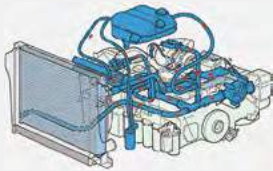
- K** Kapital in €
- Z** Zinsen in €
- p** Zinssatz in %
- t** Zinszeitraum

Bei Tages- oder Monatsberechnungen gilt:

$$1 \text{ Zinsjahr} \triangleq 360 \text{ Tage}$$

$$1 \text{ Zinsmonat} \triangleq 30 \text{ Tage}$$

Mischungsrechnen



z. B. Mischungsangaben für Gefrierschutz

$$m = m_1 + m_2$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1} = \frac{m}{m_2} = \frac{x}{x_2}$$

$$m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$$

$$x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$$

$$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$$

$$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$$

$$m_2 = \frac{m \cdot x_2}{x}$$

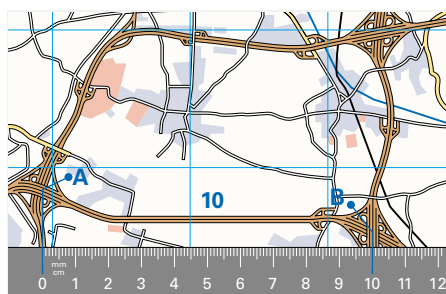
$$x_2 = \frac{m_2 \cdot x}{m}$$

- m** Gesamtmenge
(z. B. Kühlfülligkeitsvolumen in l)
- m₁** Teilmenge 1
(z. B. Wasservolumen in l)
- m₂** Teilmenge 2
(z. B. Gefrierschutzvolumen in l)
- x** Summe aller Anteile
(z. B. Kühlfülligkeitsvolumen)
- x₁** Anteil der Teilmenge 1
(z. B. Wasservolumen)
- x₂** Anteil der Teilmenge 2
(z. B. Gefrierschutzvolumen)

Teile Frostschutz	Teile Wasser	für Temp. bei °C
1	3	-15
2	3	-27
1	1	-40

Maßstäbe (für Straßenkarten)

Maßstab 1:100.000
1 cm Karte $\hat{=}$ 1 km in Realität



z. B. Entfernung A zu B:
10 cm Karte $\hat{=}$ 10 km in der Realität

Typische Kartenmaßstäbe:

Maßstab	Kartenstrecke	Realstrecke	Typische Anwendung
1:100.000	1 cm	1 km	Detailautokarte
1:350.000	1 cm	3,5 km	Straßenatlas z. B. Deutschland
1:4.500.000	1 cm	45 km	z. B. Europakarte
1:80.000.000	1 cm	800 km	Weltkarte (ganze Welt)

Der Maßstab gibt das Verhältnis einer Länge auf einer Karte (Kartenstrecke) zu der entsprechenden Länge in der Realität in (hier: Straßenlänge) an.

z. B. Maßstab 1:100.000
1 cm Karte $\hat{=}$ 100.000 cm Realstrecke
 $\hat{=}$ 1000 m Realstrecke
 $\hat{=}$ 1 km Realstrecke

l_K Kartenstrecke
 l_R Realstrecke (Straßenlänge)
 M Maßstab (Verhältniszahl)
 m Maßstabszahl (Verhältnis zu 1)

Beide Strecken müssen **immer** in der gleichen Einheit (mm, cm, m) eingesetzt werden.

$$m = \frac{l_R}{l_K} \quad l_K = \frac{l_R}{m} \quad l_R = m \cdot l_K$$

$$M = \frac{1}{m} \quad m = \frac{1}{M} \quad M = \frac{l_K}{l_R}$$

Hinweis:

Bei der Berechnung von M zeigt der Taschenrechner bei großen Maßstäben eine sehr kleine Zahl an. Durch Drücken der Taste $1/x$ oder x^{-1} kann man sich die zugehörige Maßstabszahl m anzeigen lassen.

Längen

Längenteilung

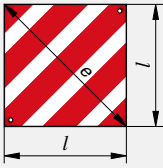
	$z = \frac{L}{p}$ $p = \frac{L}{z}$ $z = n - 1$ $n = z + 1$	d Teilkreisdurchmesser (mm) n Lochzahl oder Anzahl der Markierungen L Gesamtlänge (mm) (Kreisumfang bei Lochkreisen)
	$z = \frac{L}{p}$ $p = \frac{L}{z}$ $z = n + 1$ $n = z - 1$	p Lochmittenabstand (mm) p Lochmittenabstand im Bogenmaß (mm) z Anzahl der Teilungen
	$z = \frac{\pi \cdot d}{p}$ $p = \frac{\pi \cdot d}{z}$ $z = n$ $n = z$	

Kreisbogenlänge

	$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$ $\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$	d Durchmesser (mm, cm, ...) l Bogenlänge (mm, cm, ...) α Mittelpunktswinkel (in $^\circ$) π Kreiszahl (3,14 oder Taschenrechner Taste)
--	--	---

Flächen

Quadrat



$$A = l \cdot l$$

$$U = 4 \cdot l$$

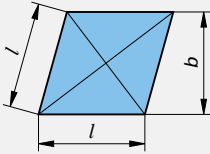
$$A = l^2 \quad l = \sqrt{A} \quad l = \frac{U}{4}$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l \approx 1,414 \cdot l$$

$$l = \frac{e}{\sqrt{2}} \approx \frac{e}{1,414} \approx 0,707 \cdot e$$

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l Länge (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)
 e Eckmaß (in cm, m, ...)

Rhombus (Raute)



$$A = l \cdot b$$

$$U = 4 \cdot l$$

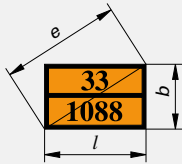
$$l = \frac{A}{b}$$

$$l = \frac{U}{4}$$

$$b = \frac{A}{l}$$

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l Länge (in cm, m, ...)
 b Breite (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)

Rechteck



$$A = l \cdot b$$

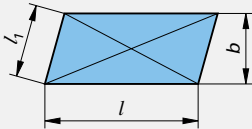
$$U = 2 \cdot b + 2 \cdot l$$

$$l = \frac{A}{b} \quad b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} \quad b = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$$

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l Länge (in cm, m, ...)
 b Breite (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)
 e Eckmaß (in cm, m, ...)

Parallelogramm (Rhomboid)



$$A = l \cdot b$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$$

$$l = \frac{A}{b}$$

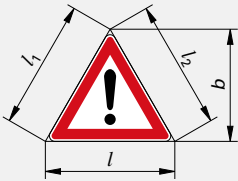
$$l = \frac{U - 2 \cdot l_1}{2}$$

$$b = \frac{A}{l}$$

$$l_1 = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l Länge (in cm, m, ...)
 l₁ Seitenlänge (in cm, m, ...)
 b Breite (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)

Dreieck



$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

$$U = l + l_1 + l_2$$

$$l = U - l_1 - l_2$$

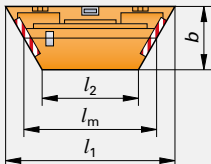
$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

$l_1 = l_2$ gleichschenkliges Dreieck
 $l = l_1 = l_2$ gleichseitiges Dreieck

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l Länge (in cm, m, ...)
 l₁ Seitenlänge (in cm, m, ...)
 l₂ Seitenlänge (in cm, m, ...)
 b Breite (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)

Trapez



$$A = l_m \cdot b = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

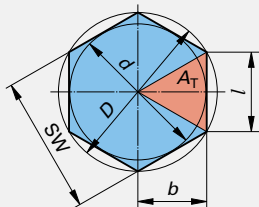
$$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2 \quad l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2} \quad l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

A Fläche (in $\text{cm}^2, \text{m}^2, \dots$)
 l₁ Seitenlänge (in cm, m, ...)
 l₂ Seitenlänge (in cm, m, ...)
 l_m mittlere Seitenlänge (in cm, m, ...)
 b Breite (in cm, m, ...)
 U Umfang (in cm, m, ...)

Flächen

Vieleck (regelmäßig)



$$A = n \cdot A_T$$

$$U = n \cdot l$$

$$A = \frac{l \cdot d \cdot n}{4}$$

$$SW = d = 2 \cdot b$$

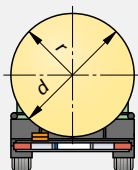
$$A = \frac{l \cdot b \cdot n}{2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

A Fläche (in mm², m², ...)
A_T Teilfläche (in mm², m², ...)
n Eckenanzahl
l Seitenlänge (in mm, m, ...)
b Breite (in cm, m, ...)
U Umfang (in cm, m, ...)
D Umkreisdurchmesser (in cm, m, ...)
d Innendurchmesser (in cm, m, ...)
SW Schlüsselweite

n	A			SW
3	0,325 · D ²	1,299 · d ²	0,433 · l ²	–
4	0,5 · D ²	1,0 · d ²	1,0 · l ²	0,707 · e
5	0,595 · D ²	0,908 · d ²	1,721 · l ²	–
6	0,649 · D ²	0,866 · d ²	2,598 · l ²	0,866 · e
8	0,707 · D ²	0,828 · d ²	4,828 · l ²	0,924 · e

Kreis



$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

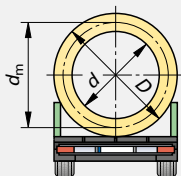
$$U = d \cdot \pi$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$d = \frac{U}{\pi} = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\pi}}$$

A Fläche (in cm², m², ...)
r Radius (in cm, m, ...)
d Durchmesser (in cm, m, ...)
U Umfang (in cm, m, ...)
π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Kreisring



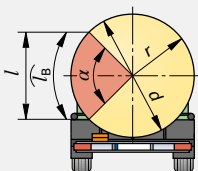
$$A = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$s = \frac{D - d}{2}$$

A Ringfläche (in cm², m², ...)
D Außendurchmesser (in cm, m, ...)
d Innendurchmesser (in cm, m, ...)
d_m mittlerer Durchmesser (in cm, m, ...)
s Ringbreite (in cm, m, ...)
π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Kreisausschnitt (Sektor)



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$U = l_B + 2 \cdot r$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

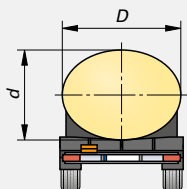
$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

A Sektorfläche (in cm², m², ...)
r Radius (in cm, m, ...)
d Durchmesser (in cm, m, ...)
l Sehnenlänge (in cm, m, ...)
l_B Bogenlänge (in cm, m, ...)
U Umfang (in cm, m, ...)
α Mittelpunktswinkel (in °)
π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Ellipse



$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

$$U = \pi \cdot \sqrt{\frac{D^2 + d^2}{2}}$$

$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

Nährungsformel:

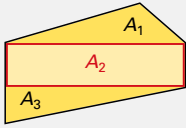
$$U = \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

A Fläche (in cm², m², ...)
d Innendurchmesser, kleinere Achse (in cm, m, ...)
D Umkreisdurchmesser, größere Achse (in cm, m, ...)
U Umfang (in cm, m, ...)
π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Zusammengesetzte Flächen

Beispiel 1



Allgemein

$$A_{\text{ges}} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm \dots$$

Flächenberechnung Beispiel 1

$$A_{\text{ges}} = A_1 + A_2 + A_3$$

Flächenberechnung Beispiel 2

$$A_{\text{ges}} = A_4 + A_5 - A_6$$

A_{ges} Gesamtfläche

A_1, A_2, \dots sinnvolle Teilflächen

Zusammengesetzte Flächen werden zur Bestimmung der Gesamtfläche in Teilflächen einfacher Formen zerlegt.

Anschließend werden dann die berechneten Teilflächen zusammengezählt (addiert)

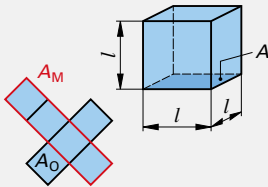
oder

abgezogen (subtrahiert)

Beispiel 2



Würfel



$$A_O = 6 \cdot l^2$$

$$A_M = 4 \cdot l^2$$

$$A_O = 6 \cdot A$$

$$A_M = 4 \cdot A$$

$$V = l \cdot l \cdot l$$

$$V = l^3 \quad l = \sqrt[3]{V}$$

V Volumen (in $\text{mm}^3, \text{m}^3, \dots$)

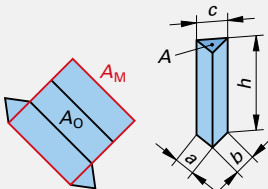
A Grundfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

l Kantenlänge (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

A_O Oberfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

A_M Mantelfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

Dreieckprisma



$$A_O = 2A + (a + b + c) \cdot h$$

$$A_M = (a + b + c) \cdot h$$

$$V = A \cdot h$$

$$h = \frac{V}{A}$$

V Volumen (in $\text{mm}^3, \text{m}^3, \dots$)

A Grundfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

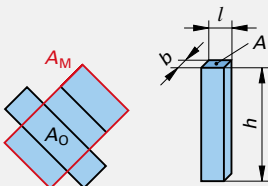
h Höhe (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

a, b, c Kanten des Dreiecks (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

A_O Oberfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

A_M Mantelfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

Rechteckprisma, Quader



$$A_O = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot b \cdot h + 2 \cdot l \cdot h$$

$$A_M = 2 \cdot b \cdot h + 2 \cdot l \cdot h$$

$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

$$V = A \cdot h$$

V Volumen (in $\text{mm}^3, \text{m}^3, \dots$)

A Grundfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

l Länge (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

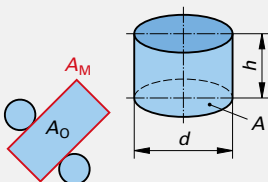
b Breite (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

h Höhe (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

A_O Oberfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

A_M Mantelfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

Zylinder



$$A_O = d \cdot \pi \cdot h + 2 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_M = d \cdot \pi \cdot h$$

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$V = A \cdot h$$

V Volumen (in $\text{mm}^3, \text{m}^3, \dots$)

A Grundfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

h Höhe (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

d Durchmesser (in $\text{mm}, \text{m}, \dots$)

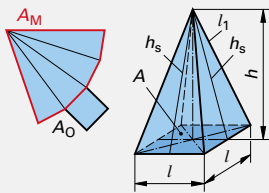
A_O Oberfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

A_M Mantelfläche (in $\text{mm}^2, \text{m}^2, \dots$)

π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Volumen, Mantelflächen, Oberflächen

Pyramide (quadratisch)



$$A_0 = l^2 + 2 \cdot l \cdot h_s$$

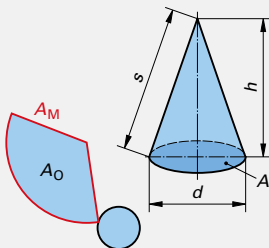
$$A_M = 2 \cdot l \cdot h_s$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h \quad V = \frac{A \cdot h}{3}$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{l^2} \quad h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

V Volumen (in mm^3 , m^3 , ...)
 A Grundfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 l Seitenlänge (in mm , m , ...)
 h Höhe (in mm , m , ...)
 h_s Höhe der Seitenfläche (in mm , m , ...)
 A_0 Oberfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_M Mantelfläche (in mm^2 , m^2 , ...)

Kegel



$$A_0 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} + \frac{d \cdot \pi \cdot s}{2}$$

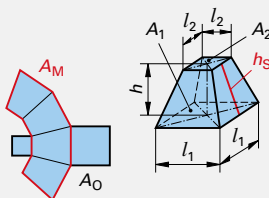
$$A_M = \frac{d \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h \quad V = \frac{A \cdot h}{3}$$

$$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}} \quad l = \sqrt{h^2 + \frac{d^2}{4}}$$

V Volumen (in mm^3 , m^3 , ...)
 A Grundfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 d Durchmesser (in mm , m , ...)
 h Höhe (in mm , m , ...)
 s Länge der Mantelhöhe (in mm , m , ...)
 A_0 Oberfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_M Mantelfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Pyramidenstumpf (quadratisch)



$$A_0 = l_1^2 + l_2^2 + 2 \cdot h_s \cdot (l_1 + l_2)$$

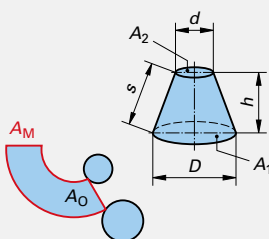
$$A_M = 2 \cdot h_s \cdot (l_1 + l_2)$$

$$V = \frac{h}{3} \cdot (l_1^2 + l_2^2 + l_1 \cdot l_2)$$

$$h_s = \sqrt{\frac{(l_1 - l_2)^2}{4} + h^2}$$

V Volumen (in mm^3 , m^3 , ...)
 A_1 Grundfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_2 Deckfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 l_1 Grundseite (in mm , m , ...)
 l_2 Deckseite (in mm , m , ...)
 h Höhe (in mm , m , ...)
 h_s Seitenhöhe (in mm , m , ...)
 A_0 Oberfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_M Mantelfläche (in mm^2 , m^2 , ...)

Kegelstumpf



$$A_0 = \frac{(D^2 + d^2) \cdot \pi}{4} + \frac{(D + d) \cdot \pi \cdot s}{2}$$

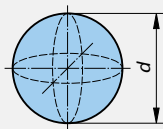
$$A_M = \frac{(D + d) \cdot \pi \cdot s}{2}$$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

$$s = \sqrt{\frac{(D - d)^2}{4} + h^2}$$

V Volumen (in mm^3 , m^3 , ...)
 A_1 Grundfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_2 Deckfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 D Durchmesser Grundfläche (in mm , m , ...)
 d Durchmesser Deckfläche (in mm , m , ...)
 h Höhe (in mm , m , ...)
 s Seitenhöhe (in mm , m , ...)
 A_0 Oberfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 A_M Mantelfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Kugel



$$A_0 = \pi \cdot D^2$$

$$D = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

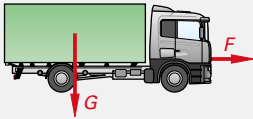
$$V = \frac{\pi \cdot D^3}{6}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

V Volumen (in mm^3 , m^3 , ...)
 D Durchmesser (in mm , m , ...)
 A_0 Oberfläche (in mm^2 , m^2 , ...)
 π Kreiszahl pi (= 3,14159...)

Kraft und Drehmoment

Kraft und Gewichtskraft



$$F = m \cdot a$$

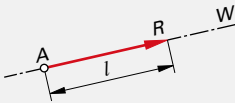
$$m = \frac{F}{a} \quad a = \frac{F}{m}$$

$$G = m \cdot g$$

$$m = \frac{G}{g}$$

F Kraft (in N, kN, ...)
G Gewichtskraft (in N, kN, ...)
m Masse (in kg, t)
a Beschleunigung (in m/s²)
g Fallbeschleunigung (in m/s²)
g = 9,81 m/s² bzw. Näherungswert bei Ladungsicherung *g* ≈ 10 m/s²

allgemeine Darstellung



z. B.: $KM = 5 \text{ N/cm}$

zeichnerische Darstellung mithilfe des Kräftemaßstabes *KM* und einer Wirkungslinie möglich

$$F = l \cdot KM$$

$$l = \frac{F}{KM}$$

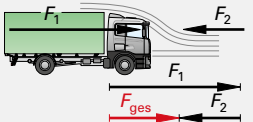
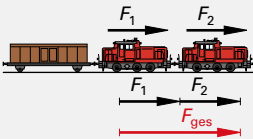
$$KM = \frac{F}{l}$$

Eine Kraft ist eindeutig bestimmt durch:

- den Angriffspunkt
- die Richtung und Wirkungslinie
- die Größe

A Angriffspunkt der Kraft
W Wirkungslinie der Kraft
R Richtung der Kraft (Pfeilspitze)
F Kraft (in N, daN, kN, ...)
l Pfeillänge (in mm, cm, ...)
KM Kräftemaßstab (N/cm, N/mm, ...)

Kräfte auf einer Wirkungslinie



gleiche Richtung:

Die resultierende Gesamtkraft ergibt sich durch Addition.

$$F_{\text{Ges}} = F_1 + F_2 + \dots$$

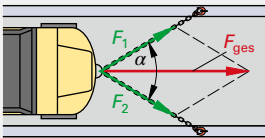
entgegengesetzte Richtung:

Die resultierende Gesamtkraft ergibt sich durch Subtraktion.

$$F_{\text{ges}} = F_1 - F_2 - \dots$$

*F*₁ Einzelkraft 1 (in N, daN, ...)
*F*₂ Einzelkraft 2 (in N, daN, ...)
*F*_{ges} resultierende Gesamtkraft (in N, daN, ...)

Kräfte auf verschiedenen Wirkungslinien



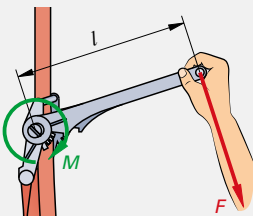
$$F_{\text{ges}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

Zeichnerisches Addieren der Kräfte *F*₁ und *F*₂ mithilfe des Kräfteparallelogramms ergibt die resultierende Kraft *F*_{ges}.
 Zeichnerische Zerlegung der resultierenden Kraft *F*_{ges} mithilfe des Kräfteparallelogramms ergibt die Kräfte *F*₁ und *F*₂ bei bekannten Wirkungslinien.

*F*₁ Einzelkraft 1 (in N, daN, ...)
*F*₂ Einzelkraft 2 (in N, daN, ...)
*F*_{ges} resultierende Gesamtkraft (in N, daN, ...)
a Winkel zwischen den Wirkungslinien (in °)

Beispiel Bild links:
KM: 1mm ≙ 1000 daN
*F*₁ = 12000 daN *F*₂ = 12000 daN
 Aus der Zeichnung:
*F*_{ges} ≙ 20 mm
*F*_{ges} = 20 mm · 1000 daN/mm
*F*_{ges} = 20000 daN

Drehmoment *M*



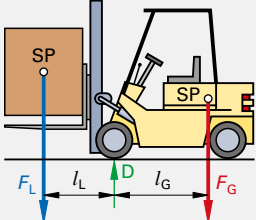
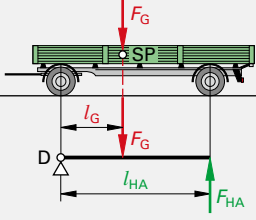
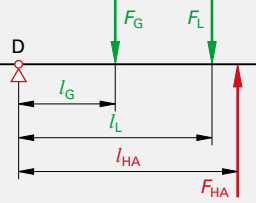
$$M = F \cdot l$$

$$l = \frac{M}{F} \quad F = \frac{M}{l}$$

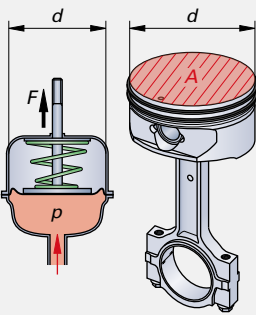
Die wirksame Hebellänge ist der senkrechte Abstand zwischen Drehpunkt und Kraftangriffspunkt.

M Drehmoment (in Nm)
F Kräfte (in N)
l wirksame Hebellänge (in m)

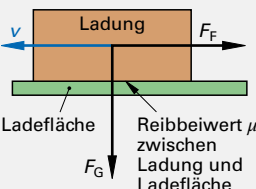
Hebelgesetze

	<p>Gleichgewichtsbedingungen am Hebel: Kraft · Kraftarm = Last · Lastarm</p> <p>zweiseitiger Hebel</p> $F_L \cdot l_L = F_G \cdot l_G$	<p>F_G Gewichtskraft in daN l_G Hebelarmlänge für Gewichtskraft in m F_{HA} Achslast Hinterachse (HA) in daN l_{HA} Hebelarmlänge für Achslast (HA) in m F_L Zusatzlast in daN l_L Hebelarmlänge für Zusatzlast in m D Drehpunkt SP Schwerpunkt</p>
	<p>einseitiger Hebel</p> $F_G \cdot l_G = F_{HA} \cdot l_{HA}$	
	<p>Hebel mit 3 Kräften</p> $F_L \cdot l_L + F_G \cdot l_G = F_{HA} \cdot l_{HA}$ <p>1 daN = 10 N</p>	<p>Die Summe aller rechtsdrehenden Drehmomente muss gleich der Summe aller linksdrehenden Drehmomente sein.</p>

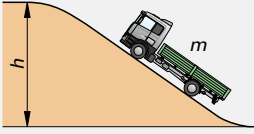
Druck, Druckkraft

	$F = p \cdot A$ $A = r^2 \cdot \pi$ $r = \frac{d}{2}$ <p>1 N/m² = 1 Pa (Pascal) = 0,00001 bar</p> <p>1 bar = 10 N/cm²</p>	<p>F Druckkraft in N d Kolben-/Membrandurchmesser in m p Druck in N/cm² A Kolben-/Membranfläche in cm²</p>
--	---	---

Reibung

	$F_F = \mu \cdot F_G$ <p>Die Reibungskraft ist immer der tatsächlichen oder beabsichtigten Bewegung entgegengesetzt.</p>	<p>F_F Reibungskraft in N F_G Gewichtskraft in N μ Reibbeiwert</p> <p>F: Friction, engl. Reibung</p>
---	--	---

Arbeit, Energie, Leistung



bergauf/bergab fahren



beschleunigen/bremsen

$$W = m \cdot g \cdot h$$

$$W = F \cdot s$$

$$E = 0,5 \cdot m \cdot v^2$$

$$E = P \cdot t$$

$$P = F \cdot v$$

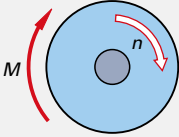
$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

$$P = \frac{E}{t}$$

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ J}$$

P Leistung in W oder kW
 t Zeit in s
 m Masse in kg
 h Höhe in m
 E Energie, Arbeit in Nm
 W Energie, Arbeit in Nm
 g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)
 v Geschwindigkeit in m/s
 F Kraft (gegen die Bewegung v) in N

Leistung an einer drehenden Welle

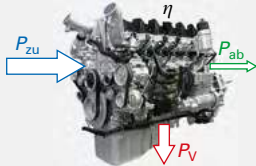


$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

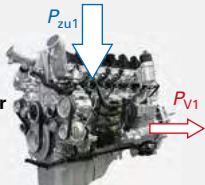
P Leistung in kW
 M Drehmoment in Nm
 n Drehzahl in 1/min

Wirkungsgrad

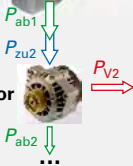
Bei der Umwandlung von Energie oder Leistung treten immer Verluste auf.



Motor



Generator



$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}}$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$\eta = \frac{E_{ab}}{E_{zu}} = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$$P_{zu} = P_{ab} + P_v$$

$$E_{zu} = E_{ab} + E_v$$

$$\eta_g = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots$$

$$\eta < 1$$

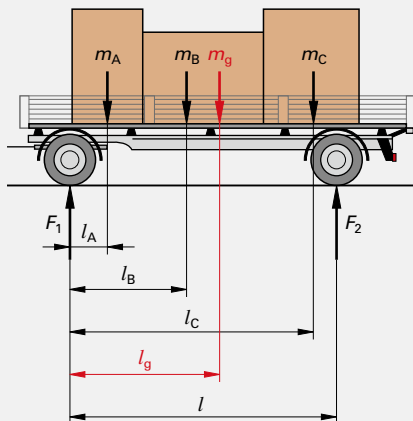
$$\eta < 100\%$$

η Wirkungsgrad (ohne Einheit)
 $\eta_{1,2}$ Wirkungsgrad Umwandlung 1 bzw. 2
 $P_{zu1,2}$ zugeführte Leistung der jeweiligen Stufe in W
 η_g Gesamtwirkungsgrad bei Mehrfachumwandlungen
 $P_{ab1,2}$ abgegebene Leistung der jeweiligen Stufe in W
 E_{ab} abgegebene Energie in Ws
 E_{zu} zugeführte Energie in Ws
 E_v Verlustenergie in Ws
 P_v Verlustleistung in W

TECHNISCHE BERECHNUNGEN AM FAHRZEUG

Gesamtschwerpunkt mehrerer Einzelladungen

Sind auf der Ladefläche mehrere Einzelladungen mit den Massen m_A, m_B, \dots und den jeweiligen Abständen zur Vorderachse l_A, l_B, \dots , so ermittelt man zunächst die Lage des Gesamtschwerpunkts l_g . Erst dann kann man die Achslasten F_1 und F_2 berechnen.



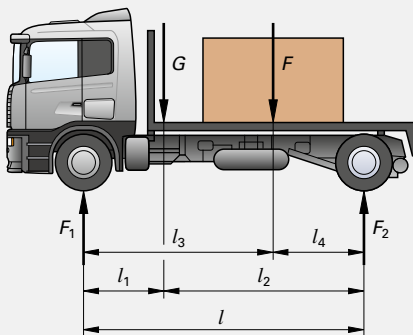
Die ... in den Formeln bedeuten, dass diese Formeln für beliebig viele Ladungsstücke erweiterbar sind.

$$m_g = m_A + m_B + m_C + \dots$$

$$l = \frac{m_A \cdot l_A + m_B \cdot l_B + m_C \cdot l_C + \dots}{m_g}$$

- L Radstand in m
- L_A Abstand VA–SP Ladung A in m
- L_B Abstand VA–SP Ladung B in m
- L_C Abstand VA–SP Ladung C in m
- L_g Abstand VA–Gesamt-SP Ladung in m
- m_A Masse Teilladung A in kg
- m_B Masse Teilladung B in kg
- m_C Masse Teilladung C in kg
- m_g Gesamtmasse der Ladung in kg
- SP Schwerpunkt
- VA Vorderachse
- HA Hinterachse

Lastverteilung, Achslasten



$$F_1 = \frac{F \cdot l_4 + G \cdot l_2}{l}$$

$$F_2 = \frac{F \cdot l_3 + G \cdot l_1}{l}$$

$$F + G = F_1 + F_2$$

$$G = m \cdot g$$

$$F = m_1 \cdot g$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$$

- F Ladungsgewicht in N
- F_1 vordere Achslast in N
- F_2 hintere Achslast in N
- G Fahrzeuggewicht in N
- m Fahrzeugmasse in kg
- m_1 Ladungsmasse in kg

- l Radstand in m
- l_1 Abstand VA–Fz-SP in m
- l_2 Abstand HA–Fz-SP in m
- l_3 Abstand VA–Ladungs-SP in m
- l_4 Abstand HA–Ladungs-SP in m
- SP Schwerpunkt
- VA Vorderachse
- HA Hinterachse

Achslasten, Lastverteilungsplan (LVP)

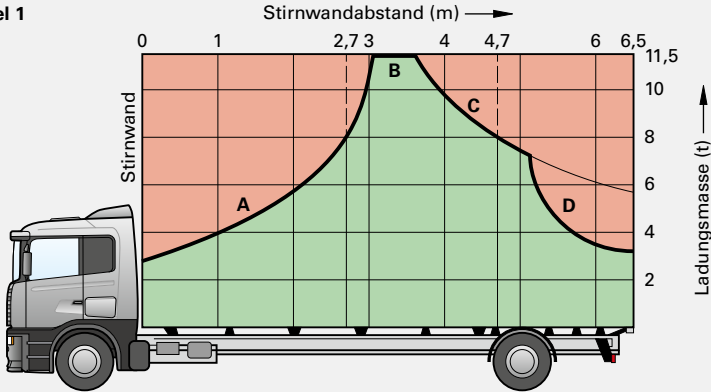
Der LVP eines Fahrzeugs zeigt, wo der Gesamtschwerpunkt der Ladung liegen muss, damit die zulässigen Mindest- und Höchstwerte der Achslasten und die zGM eingehalten werden.

Wenn der Gesamtschwerpunkt der Ladung unterhalb des Kurvenzugs A-B-C-(D) liegt, ist keine Achse überlastet, keine Achse unterlastet und die zGM wird nicht überschritten.

Bedeutung der einzelnen Kurvenabschnitte:

- A: Überlastung der Vorderachse B: Überschreitung der zGM
C: Überlastung der Hinterachse D: Unterlastung der Vorderachse

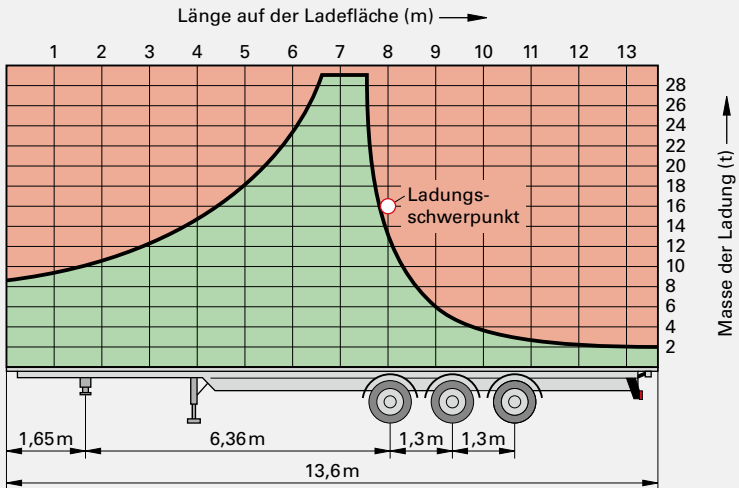
Beispiel 1 LKW



Ablesebeispiel:

Eine Ladung von insgesamt 8 t muss so auf der Ladefläche abgestellt werden, dass der Gesamtschwerpunkt mindestens 2,7 m und höchstens 4,7 m hinter der Stirnwand liegt.

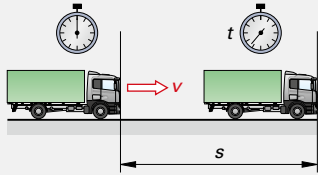
Beispiel 2 SAH



Ablesebeispiel:

Wenn der Gesamtschwerpunkt der Ladung von 16 t 8 m hinter der Stirnwand liegt, ist die Hinterachsgruppe überlastet.

Geschwindigkeit, Beschleunigung, Bremsen

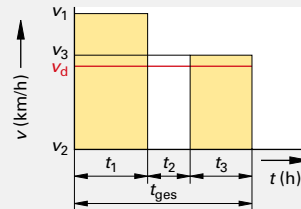


$$s = v \cdot t$$

$$v = \frac{s}{t} \quad t = \frac{s}{v}$$

s Strecke in m (km)
 t Zeit in s (h)
 v Geschwindigkeit in m/s (km/h)
 1 m/s = 3,6 km/h

Durchschnittsgeschwindigkeit



$$v_d = \frac{s_{\text{ges}}}{t_{\text{ges}}}$$

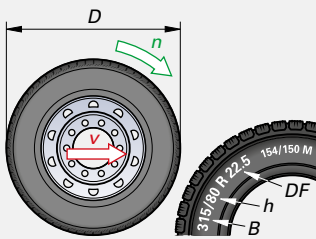
$$s_{\text{ges}} = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \dots$$

$$t_{\text{ges}} = t_1 + t_2 + \dots$$

Die Formeln mit ... sind beliebig erweiterbar.

s_1, s_2, \dots Teilstrecken in km
 v_1, v_2, \dots Teilgeschwindigkeit in km
 t_1, t_2, \dots Teilfahrzeit in h
 v_d Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h
 s_{ges} Gesamtstrecke in km
 t_{ges} Gesamtfahrzeit in h

Raddrehzahl, Raddurchmesser, Geschwindigkeit



$$v = \frac{d \cdot \pi \cdot n \cdot 60}{1000}$$

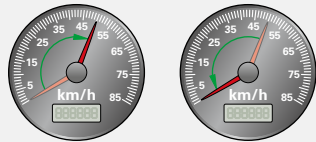
$$D_f = DF \cdot 0,0254$$

$$H = \frac{h \cdot B}{1000}$$

$$D = D_f + 2 \cdot H$$

v Fahrzeuggeschwindigkeit in km/h
 DF Felgendurchmesser in Zoll
 D_f Felgendurchmesser in m
 D Raddurchmesser in m
 h Höhe/Breite-Verhältnis des Reifens in %
 H Reifenhöhe in m
 B Reifenbreite in mm
 n Drehzahl der Antriebsräder in 1/min

Beschleunigungen aus dem Stand, Bremsen bis zum Stillstand



Beschleunigen

Abbremsen

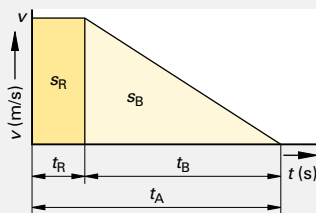
$$a = \frac{v}{t}$$

$$v = a \cdot t \quad t = \frac{v}{a}$$

$a > 0$: Beschleunigung
 $a < 0$: Abbremsen

a Beschleunigung in m/s²
 v Geschwindigkeit in m/s
 t Zeit in s

Reaktionsweg, Reaktionszeit, Anhalteweg, Anhaltezeit



Reaktionsweg und Bremsweg erscheinen in dem Diagramm als farbige Flächen.

$$s_R = v \cdot t_R$$

$$s_B = 0,5 \cdot v \cdot t_B$$

$$s_B = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

$$t_B = \frac{v}{a}$$

$$s_A = s_r + s_B$$

v Geschwindigkeit in m/s
 s_R Reaktionsweg in m
 s_B Bremsweg in m
 s_A Anhalteweg in m
 t_R Reaktionszeit in s
 t_B Bremszeit in s
 t_A Anhaltezeit in s
 a Bremsverzögerung in m/s²