




Tabelle: Berechnen von wichtigen Funktionswerten (Beispiele) mit dem ETR und in Excel

In der Elektrotechnik müssen häufig Funktionswerte, z. B. $\sin 45^\circ$, mit dem elektronischen Taschenrechner (ETR) oder mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen, z. B. Excel, berechnet werden. Für die Tastatureingabe am ETR sind, je nach Hersteller und Typ, bestimmte Schritte einzuhalten (**Tabelle**). Grundsätzlich ist zu beachten:

- Bei gängigen Taschenrechnern erfolgt die Eingabe entsprechend der Schreibweise von links nach rechts (natürliches Display).
- Neben der ersten Tastenbelegung ist meist auch die Eingabe einer zweiten Tastenbelegung, die über der Taste steht und in der Regel auch andersfarbig gekennzeichnet ist, möglich. Die Zweitbelegung, z. B. die Funktion 10^x , wird üblicherweise durch Drücken einer separaten Taste, z. B. "SHIFT" oder "2nd", aufgerufen.
- Zusammengehörige Rechenschritte, z. B. eine Addition unter der Wurzel, müssen in Klammern gesetzt werden.
- In Excel wird der Ausdruck zur Berechnung des Funktionswertes in einer Zelle, z. B. A1, eingetragen.

Funktionsbeispiele mit zugehörigen Eingabeschritten*




2-te Wurzel und Quadrat, z. B. $\sqrt{202^2 + 110^2} = ?$ (Seite 38)

 ETR 1: $\sqrt{\square} (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) \square \Rightarrow 230$
 ETR 2: $2\text{nd} \square^2 (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) \square \Rightarrow 230$
 Excel: $=\text{WURZEL}(202^2+110^2) \Rightarrow 230$

Hinweise

$\sqrt{\square}$ über 1. Tastenbelegung
 $\sqrt{\square}$ über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \square^2$
 Statt z. B. 202^2 auch Potenz(202;2)




Zehnerpotenz, z. B. $2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = ?$ (Seite 30)

 ETR 1: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 10^x (\square) 12 \square \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$
 ETR 2: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 2\text{nd} \text{LOG} (\square) 12 \square \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$
 Excel: $=2,5*8,85*1E-12 \Rightarrow 2,2125E-11$

Hinweise

$\times 10^x$ über 1. Tastenbelegung
 10^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LOG}$
 1E-12 bedeutet: 10^{-12}
 Auch: $=\text{PRODUKT}(2,5;8,85;1E-12)$




Zehnerlogarithmus (lg), z. B. $20 \cdot \lg \frac{48}{14} = ?$ (Seite 86)

 ETR 1: $20 \square \times \text{SHIFT} (\square) (\square) 48 \square \div 14 \square) \square \Rightarrow 10,7$
 ETR 2: $20 \square \times \text{LOG} (\square) 48 \square \div 14 \square) \square \Rightarrow 10,7$
 Excel: $=20*\text{LOG}10(48/14) \Rightarrow 10,7$

Hinweise

Der Zehnerlogarithmus (lg) hat die Zahl 10 als Basis.
 log über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} (\square)$
 LOG über 1. Tastenbelegung
 Bei Basis 10 ist die Basisangabe 10 nicht unbedingt erforderlich.




Natürlicher Logarithmus (ln), z. B. $-2,4 \cdot \ln \left(\frac{24,6}{125}\right) = ?$ (Seite 31)

 ETR 1: $(\square) 2,4 \square \times \ln (\square) 24,6 \square \div 125 \square) \square \Rightarrow 3,90$
 ETR 2: $(\square) 2,4 \square \times \text{LN} (\square) 24,6 \square \div 125 \square) \square \Rightarrow 3,90$
 Excel: $=-2,4*\text{LN}(24,6/125) \Rightarrow 3,90$

Hinweise

Der natürliche Logarithmus (ln) hat die Zahl $e = 2,71828\dots$ als Basis.
 \ln über 1. Tastenbelegung
 LN über 1. Tastenbelegung




Exponentialfunktion (e-Funktion), z. B. $125 \cdot e^{-3,9/2,4} = ?$ (Seite 31)




 ETR 1: $125 \square \times \text{SHIFT} \ln (\square) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) \square \Rightarrow 24,6$
 ETR 2: $125 \square \times 2\text{nd} \text{LN} (\square) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) \square \Rightarrow 24,6$
 Excel: $=125*\text{EXP}(-3,9/2,4) \Rightarrow 24,6$

Hinweise

Die e-Funktion ist eine Exponentialfunktion mit der Basis $e = 2,71828\dots$
 e^x über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \ln$
 e^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LN}$

Trigonometrische Funktion (sin) a) im Gradmaß und b) im Bogenmaß, z. B. a) $325 \cdot \sin 45^\circ = ?$ und b) $325 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = ?$ (Seite 36)




a) Einstellung: DEG bzw. D
 ETR 1: $325 \square \times \sin 45 \square \Rightarrow 229,8$
 ETR 2: $325 \square \times \text{SIN} 45 \square \Rightarrow 229,8$
 Excel: $=325*\text{SIN}(\text{BOGEN MASS}(45)) \Rightarrow 229,8$

b) Einstellung: RAD bzw. R
 $325 \square \times \sin (\square) \text{SHIFT} \square \times 10^x \square \div 4 \square) \square \Rightarrow 229,8$
 $325 \square \times \text{SIN} (\square) \pi \square \div 4 \square) \square \Rightarrow 229,8$
 $=325*\text{SIN}(\text{PI}()/4) \Rightarrow 229,8$

Hinweise

Am ETR muss bei Winkelangaben im Gradmaß, z. B. 45° , DEG bzw. D und bei Winkelangaben im Bogenmaß, z. B. $\pi/4$, RAD bzw. R eingestellt werden. Die Einstellung erfolgt z. B. im SETUP-Menü.
 π über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \square \times 10^x$
 Excel berechnet trigonometrische Funktionen immer im Bogenmaß. Winkel im Gradmaß werden mit der Funktion $\text{BOGENMASS}()$ umgerechnet.

Umkehrfunktion des Sinus (arc sin), z. B. $\text{arc sin} \left(\frac{230}{325}\right) = ?$ (Seite 36)

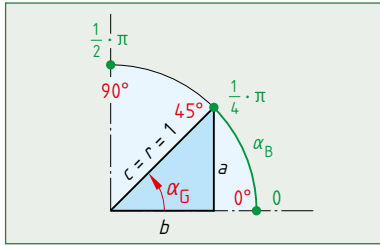
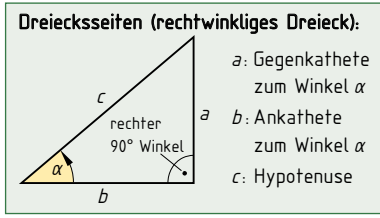
 ETR 1: $\text{SHIFT} \sin (\square) 230 \square \div 325 \square) \square \Rightarrow 45 (45^\circ)$
 ETR 2: $2\text{nd} \text{SIN} (\square) 230 \square \div 325 \square) \square \Rightarrow 45 (45^\circ)$
 Excel: $=\text{GRAD}(\text{ARCSIN}(230/325)) \Rightarrow 45 (45^\circ)$

Hinweise

Zu einem Sinuswert, z. B. 0,707, wird der zugehörige Winkel im Gradmaß, hier 45° , mit \sin^{-1} (= arc sin) berechnet.
 \sin^{-1} über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \sin$ bzw. $2\text{nd} \text{SIN}$
 GRAD liefert den Winkel im Gradmaß.

* Die Eingabeschritte am elektronischen Taschenrechner sind beispielhaft und können je nach Modell abweichen.

In der Elektrotechnik, insbesondere in der Wechselstromtechnik, sind Berechnungen mit Winkelfunktionen, z.B. der Sinusfunktion (**Seite 36**), wichtig. Die vier Winkelfunktionen Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens geben im rechtwinkligen Dreieck das Verhältnis zweier Seiten in Bezug auf den Winkel α an.



Umrechnung Gradmaß $\alpha_G \leftrightarrow$ Bogenmaß α_B mit dem Taschenrechner:

- Bei Gradmaß auf DEG oder D
 Beispiele:
 $\alpha_G = 90^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 90 = 1$
 $\alpha_G = 45^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 45 = (0,707)$
 $\alpha_G = 0^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 0 = (0)$
- Bei Bogenmaß auf RAD oder R
 Beispiele:
 $\alpha_B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{2}) = 1$
 $\alpha_B = \frac{\pi}{4} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{4}) = (0,707)$
 $\alpha_B = 0 \Rightarrow R \Rightarrow \sin 0 = (0)$

Winkel-funktion	Funktions-gleichung	Beispiel für $a = 0,707; b = 0,707; c = 1; \alpha = 45^\circ$
Sinus	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Cosinus	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Tangens	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$
Cotangens	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$

- Der Winkel α kann im Gradmaß α_G , z.B. $\alpha_G = 45^\circ$, oder im Bogenmaß α_B , z.B. $\alpha_B = 1/4 \cdot \pi \text{ rad} = 0,785 \text{ rad}$, angegeben werden.
- Die Einheit des Winkels im Gradmaß ist $^\circ$ (Grad), im Bogenmaß rad (Radiant).
- In einem Einheitskreis (Radius $r = 1$) ist α_B die Länge des Kreisbogens.

Umrechnung Gradmaß α_G in Bogenmaß α_B :

Bogenmaß $\alpha_B = \frac{\alpha_G \cdot \pi}{180^\circ}$			
Beispiele	$\alpha_G = 90^\circ$	$\alpha_G = 180^\circ$	$\alpha_G = 270^\circ$
α_B in rad	$\frac{1}{2} \cdot \pi = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$

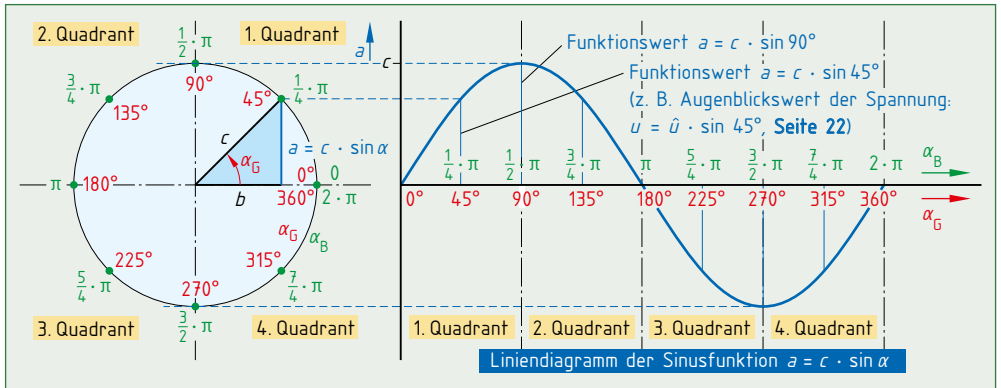
Umrechnung Bogenmaß α_B in Gradmaß α_G :

Gradmaß $\alpha_G = \frac{\alpha_B \cdot 180^\circ}{\pi}$			
Beispiele	$\alpha_B = \frac{3}{4} \cdot \pi = 2,36$	$\alpha_B = \frac{5}{4} \cdot \pi = 3,93$	$\alpha_B = \frac{7}{4} \cdot \pi = 5,50$
α_G in Grad	135°	225°	315°

Wertebereiche der Winkelfunktionen bei einem Kreisumlauf in den vier Quadranten:

Quadrant	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
1. (0° bis 90°)	0 bis +1	+1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
2. (90° bis 180°)	+1 bis 0	0 bis -1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
3. (180° bis 270°)	0 bis -1	-1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
4. (270° bis 360°)	-1 bis 0	0 bis +1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
Beispiele	$\sin 90^\circ = 1$ $\sin 225^\circ = -0,707$	$\cos 90^\circ = 0$ $\cos 180^\circ = -1$	$\tan 45^\circ = 1$ $\tan 89^\circ = 57,3$	$\cot 90^\circ = 0$ $\cot 359^\circ = -57,3$

Darstellung der Sinusfunktion als Liniendiagramm für einen vollen Kreisumlauf:



Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen	Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen
1. Länge und ihre Potenzen				3. Mechanik			
l Δl b h d, δ r, R d, D s	Länge, Abstand Längenänderung, Längendifferenz Breite Höhe, Tiefe Dicke, Schichtdicke Radius, Halbmesser, Abstand Durchmesser Weglänge, Kurvenlänge	Meter	m	m	Masse, Gewicht als Wäageergebnis	Kilogramm	kg
				ρ, ρ_m	Dichte, Massendichte, volumenbezogene Masse	Kilogramm je Kubikmeter	kg/m ³
				F F_G, G	Kraft Gewichtskraft	Newton	N
				M	Kraftmoment, Drehmoment	Newtonmeter	Nm
A, S S, q	Flächeninhalt, Fläche, Oberfläche Querschnittsfläche, Querschnitt	Quadratmeter	m ²	p	Druck	Pascal	Pa
V ΔV	Volumen, Rauminhalt Volumenänderung, Volumendifferenz			Kubikmeter	m ³	ϵ	Dehnung, relative Längenänderung
α, β, γ	ebener Winkel	Grad (DEG)	° (Grad)	μ	Reibungszahl	-	1
φ	Drehwinkel	Radian (RAD)	rad = $\frac{m}{m}$ = 1	W	Arbeit, Energie	Joule	J
Ω, ω	Raumwinkel	Steradian	sr	P	Leistung	Watt	W
2. Raum und Zeit				η	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)	-	1
t Δt T τ, T	Zeit, Dauer Zeitdifferenz, Zeitänderung Periodendauer, Schwingungsdauer Zeitkonstante	Sekunde	s	ξ	Arbeitsgrad** Nutzungsgrad (Arbeitsverhältnis, Energieverhältnis)		
f, ν f_c f_r	Frequenz Grenzfrequenz Resonanzfrequenz			Hertz	Hz = 1/s		
ω n ω, Ω λ v, u, w c a g	Kreisfrequenz, Pulsanz Drehzahl, Umdrehungsfrequenz Winkelgeschwindigkeit, Drehgeschwindigkeit Wellenlänge Geschwindigkeit Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle Beschleunigung, Verzögerung örtliche Fallbeschleunigung	-	rad/s = 1/s	4. Wärme und Wärmeübertragung			
				T, θ	thermodynamische Temperatur	Kelvin	K
				$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz		
				t, ϑ	Celsius-Temperatur	Grad Celsius	°C
				α_l α_v, γ	Längenausdehnungs- koeffizient Volumenausdehnungs- koeffizient	je Kelvin	1/K
				Q	Wärme, Wärmemenge	Joule	J
				R_{th}	thermischer Widerstand, Wärmewiderstand	Kelvin je Watt	K/W
				C_{th}	Wärmekapazität	Joule je Kelvin	J/K
				c	spezifische Wärmekapazität	Joule je kg und Kelvin	J/(kg · K)
* Sind für eine Größe mehrere Zeichen angeführt, so ist das an erster Stelle stehende (meist internationale) Zeichen zu bevorzugen.				Fortsetzung siehe hintere Umschlag-Innenseite			
** ξ griech. Kleinbuchstabe zeta							



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Elektrotechnik

Formeln Elektrotechnik *PLUS*⁺

3. Auflage

Bearbeitet von Ingenieuren und Lehrern
an beruflichen Schulen (siehe Rückseite)

Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30289

Autoren: Isele, Dieter Lauterach
 Klee, Werner Mehlingen
 Tkotz, Klaus Kronach
 Winter, Ulrich Kaiserslautern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

Bildbearbeitung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Betreuung der Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildquellenverzeichnis:
Autorenfoto: 106

3. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-3313-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Erwin Wodicka - wodicka@aon.at; ©AA+W - stock.adobe.com; Casio Europe GmbH

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Wegweiser Formeln für Elektrotechniker

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Mathematische Grundlagen	6
2	Längen- und Flächenberechnungen	10
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen	14
4	Mechanik	16
5	Wärmelehre	18
6	Elektrotechnische Grundlagen	20
7	Elektrisches Feld, Kondensator	30
8	Magnetisches Feld	32
9	Wechselstrom und Drehstrom	36
10	Elektrische Maschinen	53
11	Elektrische Anlagen	65
12	Digitaltechnik	90
13	Elektronik	93
14	Regelungstechnik	111
15	Messtechnik	114
16	Info und Tabellenteil	116

Nützliches

Mathematische Zeichen (Tabelle 4)	116
Griechisches Alphabet (Tabelle 6)	116
E-Reihen von Widerständen und Kondensatoren (Tabelle 21)	121
Drehstrommotoren (Betriebsdaten) (Tabelle 26)	123
Wichtige Formelzeichen	Innenumschlagseiten

Praxistipps:

- | | |
|---|-----------------------|
| ▶ Berechnungen mit Taschenrechner und Excel | vordere Ausklappseite |
| ▶ Arbeiten mit Winkelfunktionen | vordere Ausklappseite |
| ▶ Arbeiten mit Formeln | hintere Ausklappseite |
| ▶ Wichtige Formeln Gleichstrom | hintere Ausklappseite |

1
Mathematische
Grundlagen

2
Längen- und Flächen-
berechnungen

3
Körper-, Volumen- und
Masseberechnungen

4
Mechanik

5
Wärmelehre

6
Elektrotechnische
Grundlagen

7
Elektrisches Feld,
Kondensator

8
Magnetisches Feld

9
Wechselstrom und
Drehstrom

10
Elektrische
Maschinen

11
Elektrische Anlagen







12
Digitaltechnik

13
Elektronik

14
Regelungstechnik

15
Messtechnik

16
Info und Tabellenteil

1	Mathematische Grundlagen		6	9	Wechselstrom und Drehstrom		36
1.1	Summieren, Multiplizieren		6	9.1	Grundgrößen des Wechselstroms		36
1.2	Rechnen mit Brüchen		6	9.2	Wechselstromwiderstände		37
1.3	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen		7	9.3	Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis)		43
1.4	Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \leftrightarrow Gradmaß		7	9.4	Leistung bei Wechselstrom		44
1.5	Rechnen am Dreieck		8	9.5	Kompensation der Blindleistung		45
1.6	Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln		9	9.6	Sinus- und nichtsinusförmige Spannungen*		46
				9.7	Hoch- und Tiefpässe		48
				9.8	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)		49
2	Längen- und Flächenberechnungen		10	10	Elektrische Maschinen		53
2.1	Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen		10	10.1	Transformator		53
2.2	Flächen		10	10.2	Antriebstechnik		56
				10.2.1	Bewegungen		56
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen		14	10.2.2	Mechanische Arbeit, mechanische Energie		57
3.1	Volumen und Oberflächen		14	10.2.3	Riementrieb, Zahnradtrieb, Schneckenrieb		59
3.2	Masse und Gewichtskraft		15	10.2.4	Drehmoment und Hebel		59
				10.2.5	Mechanische Leistung		60
4	Mechanik		16	10.3	Umlaufende elektrische Maschinen		61
4.1	Kräfte		16	10.3.1	Wechselstrommotoren		61
4.2	Wirkungsgrad, Arbeitsgrad		17	10.3.2	Drehstrommotoren		62
				10.3.3	Schrittmotor		63
				10.3.4	Gleichstrommaschinen, Gleichstrom- Nebenschlussmaschine		63
5	Wärmelehre		18	11	Elektrische Anlagen		65
5.1	Temperatur		18	11.1	Schutzmaßnahmen		65
5.2	Wärmedehnung		18	11.1.1	Fehlerstromkreis		65
5.3	Wärmemenge		19	11.1.2	Schutzmaßnahmen im TN-System		66
5.4	Wärme-Kreisprozess		19	11.1.3	Abschaltströme I_a von Leitungsschutzschaltern (LS-Schalter)		66
				11.1.4	Schutzmaßnahmen im TT-System		66
				11.1.5	Schutzmaßnahmen im IT-System		67
				11.1.6	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)		67
				11.1.7	Maximale Abschaltzeiten im TN-System und im TT-System (nach DIN VDE 0100-410)		68
				11.1.8	Maximale Abschaltzeiten im IT-System (nach DIN VDE 0100-410)		68
				11.1.9	Messen des Isolationswiderstandes		68
				11.1.10	Isolationswiderstandsmessung von isolierenden Fußböden und Wänden		68
				11.1.11	Auslösekennlinien von Überstrom- Schutzeinrichtungen		69
				11.2	Leitungen		70
				11.2.1	Unverzweigte Leitungen		70
				11.2.2	Verzweigte Leitungen		73
				11.2.3	Ringleitung		76
				11.2.4	Lichtwellenleitung (LWL)		77
				11.2.5	Bestimmung des Leiterquerschnittes A (nach DIN VDE 0298-4)		78
				11.2.6	Bestimmung des Leiterquerschnittes A bei Oberschwingungen (nach DIN VDE 0100-520, Bbl.3)		79
				11.3	Fotovoltaik		81
				11.4	Licht und Beleuchtung		82
				11.4.1	Lichttechnische Größen		82
				11.4.2	Berechnung von Beleuchtungsanlagen		83
				11.5	Antennen		84
				11.5.1	Frequenzbereiche		84
				11.5.2	Wellenlänge, Empfangsspannung, Wellenwiderstand		84
6	Elektrotechnische Grundlagen		20				
6.1	Grundgesetze		20				
6.2	Anpassung		21				
6.3	Schaltungen von Widerständen		22				
6.4	Spannungsteiler		23				
6.5	Widerstandsbestimmung		24				
6.6	Unabgeglichene Brückenschaltung		25				
6.7	Dreieck-Stern-Umwandlung bei Wirkwiderständen		25				
6.8	Elektrische Arbeit und elektrische Leistung		26				
6.9	Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)		26				
6.10	Elektrowärme		27				
6.11	Elektrochemie		28				
6.12	Schaltung von gleichen Spannungserzeugern, z. B. Batterien		28				
7	Elektrisches Feld, Kondensator		30				
7.1	Elektrische Feldstärke		30				
7.2	Kondensator		30				
7.3	Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit		31				
8	Magnetisches Feld		32				
8.1	Magnetische Größen		32				
8.2	Haltekraft von Elektromagneten		33				
8.3	Magnetische Feldkräfte		33				
8.4	Induktion		34				

11.5.3	Verstärkungen, Dämpfungen, Pegel	86
11.5.4	Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	89

12 Digitaltechnik  **90**

12.1	Grundfunktionen	90
12.2	Zusammengesetzte Funktionen	90
12.3	Spezielle zusammengesetzte Funktionen	91
12.4	Rechengesetze der Schaltalgebra	92

13 Elektronik  **93**

13.1	Halbleiterdioden	93
13.2	Bipolarer Transistor	94
13.3	Feldeffekttransistor	97
13.4	Transistor als Schalter	98
13.5	Kippschaltungen	98
13.6	Gleichrichterschaltungen	101
13.7	Glättung und Siebung der gleichgerichteten Spannung	103
13.8	Spannungsstabilisierung	104
13.9	Kühlung von elektronischen Halbleiterbauelementen	106
13.10	Leistungselektronik	107
13.11	Operationsverstärker	108

14 Regelungstechnik  **111**

14.1	Regelstrecken	111
14.2	Unstetiges Regeln (bei 100 % Leistungsüberschuss)	111
14.3	Stetiges Regeln	112

15 Messtechnik  **114**

15.1	Messfehler von Zeigermessgeräten	114
15.2	Messfehler von digitalen Messgeräten	114
15.3	Messwertbestimmung sinusförmiger Größen mit dem Oszilloskop	115

i Info und Tabellenteil  **116**

Tabelle 1:	Wichtige Formelzeichen, Größen und Einheiten – siehe vordere und hintere Umschlag-Innenseite	116
Tabelle 2:	SI-Basisgrößen und SI-Basiseinheiten (Grundeinheiten)	116
Tabelle 3:	Vielfache und Teile von Einheiten	116
Tabelle 4:	Mathematische Zeichen	116
Tabelle 5:	Wichtige physikalische Konstanten	116
Tabelle 6:	Griechisches Alphabet	116
Tabelle 7:	Werkstoffwerte von Metallen (und Kohle)	117
Tabelle 8:	Werkstoffwerte von Legierungen	117
Tabelle 9:	Elektrochemische Äquivalente und Wertigkeit	117
Tabelle 10:	Verlegearten von Kabeln und isolierten Leitungen (nach DIN VDE 0298-4)	118
Tabelle 11:	Bemessungswert I_f der Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für feste Verlegung in den Verlegearten A1, A2, B1, B2, C und D bei einer Umgebungstemperatur von 30 °C (nach DIN VDE 0298-4)	118
Tabelle 12:	Zuordnung von Überstrom-Schutzeinrichtungen gG und LS-Schaltern	

Typ B, C und D mit einem Abschaltstrom $I_a \leq 1,45 \cdot I_N$, zu den Leiternennquerschnitten isolierter Leitungen bei Dauerbetrieb (umgerechnet auf eine Umgebungstemperatur von 25 °C) (nach DIN VDE 0298-4) 119

Tabelle 13: Umrechnungsfaktoren f_1 für abweichende Umgebungstemperaturen (nach DIN VDE 0298-4) 119

Tabelle 14: Umrechnungsfaktoren f_2 für Häufung von Kabeln oder Leitungen (nach DIN VDE 0298-4) 119

Tabelle 16: Typische Verbraucher- und Verzerrungsströme elektronischer Verbraucher (nach DIN VDE 0100-520) 120

Tabelle 17: Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für die Verlegeart A1, A2, B1, B2 und C mit Berücksichtigung der Oberschwingungen. (Betriebstemperatur: 70 °C, Umgebungstemperatur: 25 °C, Leitermaterial: Kupfer) (nach DIN VDE 0100-520) 120

Tabelle 18: Umrechnungsfaktor f_4 für Verbraucher, die Oberschwingungen erzeugen (nach DIN VDE 0100-520) 120

Tabelle 19: Leiternennquerschnitte in mm² 121

Tabelle 20: Bemessungsströme von Leitungsschutzschaltern (LS-Schalter) der Typen B, C und D in Ampere (Auswahl) 121

Tabelle 21: Übliche Fertigungswerte für Widerstände und Kondensatoren (E-Reihen) (nach DIN IEC 63) 121

Tabelle 22: Bemessungsleistung von Widerständen in W 121

Tabelle 23: Farbkennzeichnung von Widerständen (4-Ring-Kennzeichnung) 121

Tabelle 24: Wertkennzeichnung von Widerständen durch Buchstaben (Beispiele) (nach DIN EN 60062) 122

Tabelle 25: Schutzarten elektrischer Betriebsmittel (nach DIN VDE 0470) 122

Tabelle 26: Baugrößen, Bemessungswerte und Überstrom-Schutzeinrichtung für Drehstrom-Asynchronmotoren mit Kurzschlussläufer bei Direktanlauf oder YΔ-Anlauf (Auszug) 123

Tabelle 27: Kernblechschnitte und Bemessungswerte für Kleintransformatoren (Auszug) 123

Tabelle 28: Wartungswerte E_m der mittleren Beleuchtungsstärke E_v (nach DIN EN 12464-1) 124

Tabelle 29: Reflexionsgrade ρ von Farben und Werkstoffen 124

Tabelle 30: Leuchtenbetriebswirkungsgrade und Raumwirkungsgrade 124

Tabelle 31: Auszug aus dem Datenblatt der Z-Diode BZX 55/C3V9 ... BZX 55/C18 125

Tabelle 32: Auszug aus dem Datenblatt der Leuchtdioden CQX35 und CQX37 125

Tabelle 33: Auszug aus dem Datenblatt der Silicium-Diode BYT 79/... 126

Tabelle 34: Auszug aus dem Datenblatt des NPN-Transistors BC 107, BC 171, BC 237/... 126

Sachwortverzeichnis **127**

* siehe vordere und hintere Umschlag-Innenseite

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + c + b \\ &= b + c + a \end{aligned} \quad \begin{aligned} a \cdot b \cdot c &= a \cdot c \cdot b \\ &= b \cdot c \cdot a \end{aligned}$$

Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= a + (b + c + d) \\ &= (a + c) + (b + d) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a - b + c - d &= a - (b - c + d) \\ &= (a + c) - (b + d) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a \cdot b \cdot c \cdot d &= a \cdot (b \cdot c \cdot d) \\ &= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d) \end{aligned}$$

Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$$\begin{aligned} (+a) + (+b) &= a + b & (+a) - (-b) &= a + b & (+a) - (+b) &= a - b & (+a) + (-b) &= a - b \\ (+a) \cdot (+b) &= +a \cdot b = ab & (+a) \cdot (-b) &= -a \cdot b = -ab \\ (-a) \cdot (-b) &= +a \cdot b = ab & (-a) \cdot (+b) &= -a \cdot b = -ab \end{aligned}$$

Distributivgesetz

$$\begin{aligned} a \cdot (c + d) &= ac + ad & a \cdot (c - d) &= ac - ad & a - bc - bd + be &= a - b \cdot (c + d - e) \\ (a + b) \cdot (c + d) &= ac + ad + bc + bd & (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b) \cdot (c - d) &= ac - ad - bc + bd & (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b) \cdot (c - d) &= ac - ad + bc - bd & (a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Vorzeichenregeln

$$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b} \quad \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Rechenregeln

Kürzen mit k :

$$\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$$

Erweitern mit n :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$$

Summieren:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$

Multiplizieren:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

Dividieren:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak+bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c};$$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae+(b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e};$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen $a^n = c$
 a Grundzahl (Basis)
 n Hochzahl (Exponent)
 c Potenzwert

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow a^n$
 Bsp.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

$a^n = c$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ $a^0 = 1$; $10^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $3^1 = 3$; $3^{-1} = \frac{1}{3}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Zahl	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Zehnerpotenz	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Wurzeln $\sqrt[n]{c} = a$
 a Wurzelwert
 n Wurzelexponent
 c Radikand

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a$
 Bsp.: $\sqrt[4]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2$

$\sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d}$ $\sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}}$ $a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$

Logarithmen

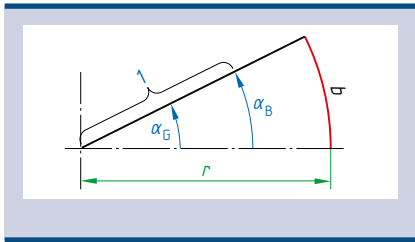
n Logarithmus a Basis
 c Numerus

Eingabemodus:
 Taste **LOG** $c = a^n \Rightarrow$ $\log_a c = n$

- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus): $\log_{10} c = \lg c$
 Beispiel: $\lg 2 = 0,301\dots$
- Natürlicher Logarithmus ($e = 2,718\dots$): $\log_e c = \ln c$
 Beispiel: $\ln 2 = 0,694\dots$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus): $\log_2 c = \text{lb } c$
 Beispiel: $\text{lb } 2 = 1$

$\log_a c + \log_a d = \log_a (c \cdot d)$ $\log_a c - \log_a d = \log_a \left(\frac{c}{d}\right)$ $-\log_a d = \log_a \left(\frac{1}{d}\right)$
 $k \cdot \log_a c = \log_a (c^k)$ $\frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a (\sqrt[n]{c})$ $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$

1.4 Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \Leftrightarrow Gradmaß

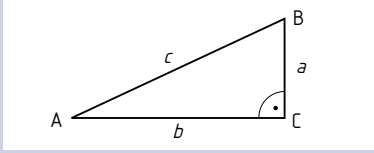


α_B Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad) $\alpha_B = \frac{b}{r}$ $\text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$
 α_G Winkel im Gradmaß, Einheit Grad (°) $\alpha_B = \frac{\alpha_G}{180^\circ} \cdot \pi$
 b Bogenlänge $\alpha_G = \frac{\alpha_B}{\pi} \cdot 180^\circ$
 r Radius

Winkel α_G im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel α_B im Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6} = 0,52$	$\frac{\pi}{4} = 0,79$	$\frac{\pi}{3} = 1,05$	$\frac{\pi}{2} = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$	$2 \cdot \pi = 6,28$

1.5 Rechnen am Dreieck

Rechtwinkliges Dreieck



c Hypotenuse

a Kathete

b Kathete

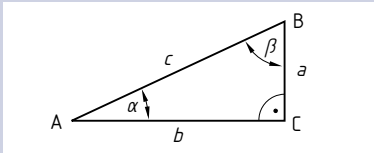
☞ Kennzeichen für rechten Winkel $\hat{=}$ 90°

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

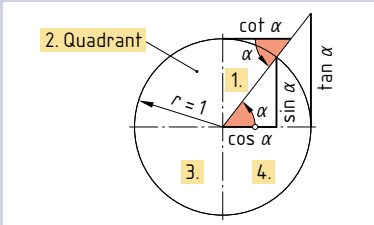
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Winkelfunktionen
(Trigonometrische Funktionen)

c Hypotenuse

a Gegenkathete zu α ,
Ankathete zu β b Gegenkathete zu β ,
Ankathete zu α

Einheitskreis



Quadrant	1	2	3	4
sin α	+	+	-	-
cos α	+	-	-	+
tan α	+	-	+	-
cot α	+	-	+	-

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \alpha; \quad c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \alpha; \quad c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \tan \alpha; \quad b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \cot \alpha; \quad a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin \beta; \quad c = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos \beta; \quad c = \frac{a}{\cos \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \tan \beta; \quad a = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \cot \beta; \quad b = \frac{a}{\cot \beta}$$

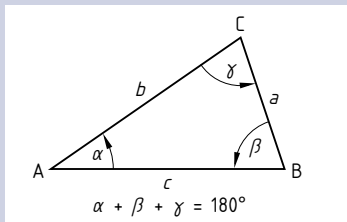
Winkelberechnung, z.B. $\alpha = \arcsin \frac{a}{c}$; $\beta = \arcsin \frac{b}{c}$

Wichtige Winkelfunktionswerte:

Funktion	Winkel α									
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
Sinus α	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1	0	-1	0
Cosinus α	1	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0	-1	0	1
Tangens α	0	0,268	0,577	1	1,732	3,732	∞	0	∞	0

Beispiel: $\sin 15^\circ = 0,259$

Sinussatz



- i** sin: Sinus
- cos: Cosinus
- tan: Tangens
- cot: Cotangens

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow a = b \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{b} \cdot \sin \beta; \quad \sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \quad c = b \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \cdot \sin \gamma; \quad \sin \gamma = \frac{c}{b} \cdot \sin \beta$$

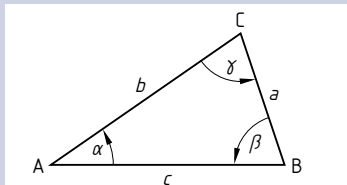
$$\frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \Rightarrow c = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{a} \cdot \sin \alpha; \quad \sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

Winkelbestimmung:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{b} \cdot \sin \beta\right); \quad \beta = \arcsin\left(\frac{b}{a} \cdot \sin \alpha\right)$$

Kosinussatz



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

Vergleich von Zahlensystemen:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
1 = 2 ⁰	1	1
2 = 2 ¹	10	2
3	11	3
4 = 2 ²	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8 = 2 ³	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16 = 2 ⁴	10000	10
17	10001	11
18	10010	12
19	10011	13
...
32 = 2 ⁵	100000	20
...
64 = 2 ⁶	1000000	40

8-4-2-1-Code (BCD-Code):

Dezimalzahl	8-4-2-1-Code	
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**	*	+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**	*	+0110
20	0010	0000

Rechnen mit Dualzahlen:

+	00	-	00
	0		0
	00		00
+	01	-	01
	0		0
	01		01
+	00	-	00
	1		1
	01		01
+	01	-	01
	1		1
	10		00
+	011	-	011
	10		10
	101		001
+	011	-	011
	11		100
	110		001

1 · 1 = 1
0 · 0 = 0
1 · 0 = 0
0 · 1 = 0
0 · 1 = 0
1 · 1 = 1

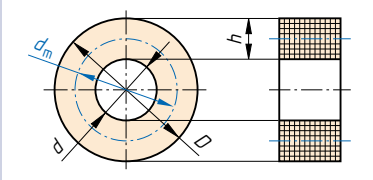
* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.
 *** auch Hexadezimalzahl genannt.

** Korrektursummand beim Übertrag.

2 Längen- und Flächenberechnungen*

2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen

Rundspulen



l Drahtlänge
 D, d Durchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 h Höhe (Wickelhöhe)
 N Windungszahl

$$l = \pi \cdot d_m \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d$$

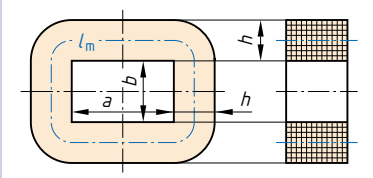
$$h = \frac{D - d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot h + d;$$

$$d_m = d + h$$

$$d = D - 2 \cdot h$$

$$d_m = D - h$$

Rechteckspulen



l Drahtlänge
 b Breite

l_m mittlere Wickungslänge
 h Wickelhöhe

a Länge
 N Windungszahl

* In manchen Ländern wird die Längeneinheit Inch (Zoll) verwendet, 1 Inch = 1 in = 1'' = 1 Zoll = 25,4 mm.

$$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{2a + 2b + \pi \cdot h};$$

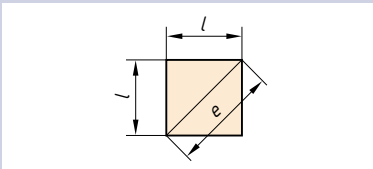
$$l = l_m \cdot N$$

$$h = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{l}{N} - 2a - 2b \right)$$

$$\pi = 3,14159$$

2.2 Flächen

Quadrat



A Fläche
 l Seitenlänge

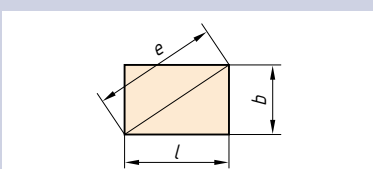
u Umfang
 e Diagonale, Eckenmaß

$$A = l^2 \quad \Rightarrow l = \sqrt{A}$$

$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Rechteck



A Fläche
 u Umfang

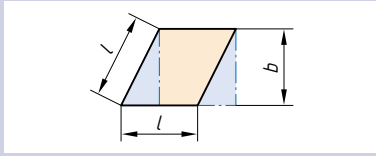
l Länge
 e Diagonale, Eckenmaß

b Breite

$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

$$u = 2(l + b) \quad \Rightarrow l = \frac{u}{2} - b$$

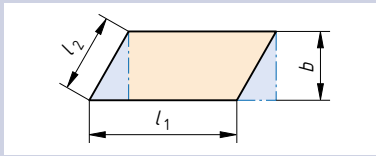
$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Raute

A Fläche
 l Länge
 b Breite
 u Umfang

$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

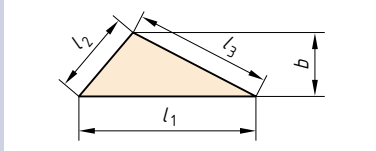
$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

Parallelogramm

A Fläche
 l_1, l_2 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = l_1 \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_1}$$

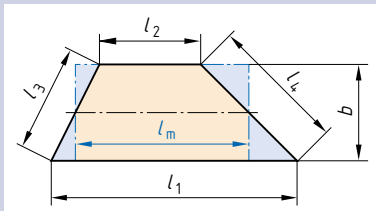
$$u = 2(l_1 + l_2) \quad \Rightarrow l_1 = \frac{u}{2} - l_2; \quad l_2 = \frac{u}{2} - l_1$$

Dreieck

A Fläche
 l_1, l_2, l_3 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = \frac{l_1 \cdot b}{2} \quad \Rightarrow b = \frac{2 \cdot A}{l_1}; \quad l_1 = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$u = l_1 + l_2 + l_3 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3$$

Trapez

A Fläche
 b Breite
 l_1 große Länge
 l_2 kleine Länge
 l_m mittlere Länge
 l_3, l_4 Längen der Schrägseiten

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

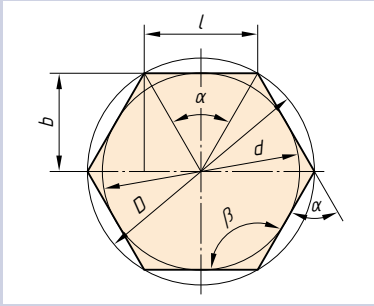
$$u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3 - l_4$$

$$u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_m = \frac{u - l_3 - l_4}{2}$$

$$A = l_m \cdot b \quad \Rightarrow l_m = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_m}$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \Rightarrow l_1 = 2 \cdot l_m - l_2; \quad l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche
l Seitenlänge
b Breite eines Teildreiecks
n Eckenzahl
u Umfang
D Umkreisdurchmesser
d Inkreisdurchmesser
 α Mittelpunktswinkel
 β Eckenwinkel

$$A = \frac{l+b}{2} \cdot n \quad \Rightarrow n = \frac{2 \cdot A}{l+b}; \quad l = \frac{2 \cdot A}{n} - b$$

$$u = l \cdot n \quad \Rightarrow l = \frac{u}{n}; \quad n = \frac{u}{l}$$

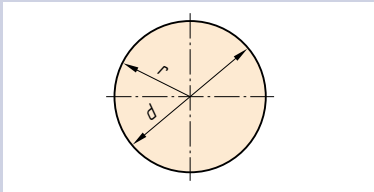
$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow D = \frac{l}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

$$b = \frac{1}{2} \cdot d \quad \Rightarrow d = 2 \cdot b$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \alpha = 180^\circ - \beta$$

Kreis



- A** Kreisfläche
d Durchmesser
r Radius, Halbmesser
u Umfang
 π Kreiszahl ($\pi = 3,1415\dots$)

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}; \quad \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

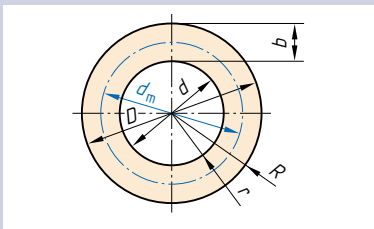
$$A = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$u = \pi \cdot d; \quad \Rightarrow d = \frac{u}{\pi}$$

$$u = 2\pi \cdot r \quad \Rightarrow r = \frac{u}{2 \cdot \pi} = \frac{d}{2}$$

$$[d] = [u] = \text{m} \rightarrow [A] = \text{m}^2; \quad [d] = [u] = \text{mm} \rightarrow [A] = \text{mm}^2$$

Kreising



- A** Kreisingfläche
D Außendurchmesser
d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
R, r Radien
b Breite (Dicke)
 u_m mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2};$$

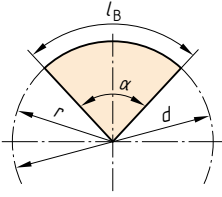
$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$u_m = \pi \cdot d_m \quad \Rightarrow d_m = \frac{u_m}{\pi}$$

$$b = \frac{D-d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot b + d; \quad d = D - 2 \cdot b$$

$$d_m = \frac{D+d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d;$$

$$\pi = 3,14159 \quad d = 2 \cdot d_m - D$$

Kreisausschnitt (Kreissektor)

- A Fläche des Kreisausschnitts
 d Durchmesser
 r Radius
 l_B Bogenlänge
 α Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ};$$

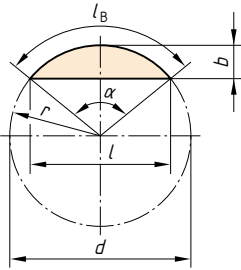
$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}};$$

$$A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$\alpha = \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d^2}$$

$$l_B = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow r = \frac{l_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

Kreisabschnitt

- A Fläche
 r Radius
 d Durchmesser
 l_B Bogenlänge
 l Sehnenlänge
 b Breite
 α Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

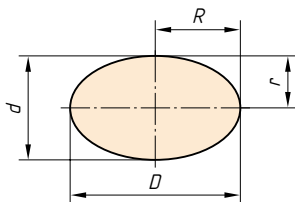
$$A = \frac{l_B \cdot r - l(r-b)}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \cdot A - r \cdot b}{l_B - l};$$

$$l_B = \frac{2 \cdot A + l(r-b)}{r}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

Ellipse

- A Fläche
 d kleine Achse
 D große Achse
 r kleine Halbachse
 R große Halbachse
 u Umfang

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4};$$

$$\Rightarrow D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}; \quad d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$A = \pi \cdot R \cdot r$$

$$\Rightarrow R = \frac{A}{\pi \cdot r}; \quad r = \frac{A}{\pi \cdot R}$$

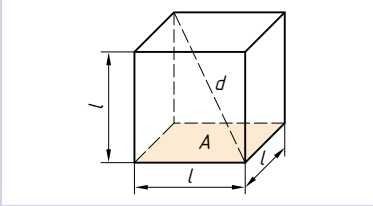
$$u \approx \frac{D+d}{2};$$

$$u \approx \pi \cdot (R+r)$$

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen

3.1 Volumen und Oberflächen

Würfel



V Volumen
 A Grundfläche
 l Kantenlänge
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot l \quad \Rightarrow A = \frac{V}{l}; \quad l = \frac{V}{A}$$

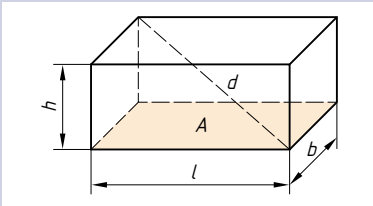
$$V = l^3 \quad \Rightarrow l = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$$

$$A_0 = 6 \cdot l^2 \quad \Rightarrow l = \sqrt{\frac{A_0}{6}}$$

$$d = l \cdot \sqrt{3} \quad \Rightarrow l = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

$$A = l^2$$

Prisma



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 l Länge
 b Breite
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot h \quad \Rightarrow A = \frac{V}{h}; \quad h = \frac{V}{A}$$

$$V = l \cdot b \cdot h \quad \Rightarrow l = \frac{V}{b \cdot h}; \quad b = \frac{V}{l \cdot h};$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

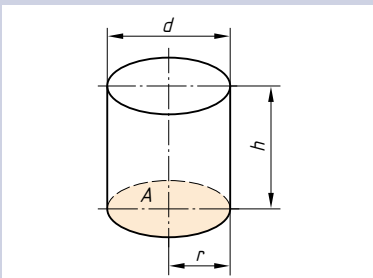
$$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2} \quad \Rightarrow h = \sqrt{d^2 - l^2 - b^2}$$

$$l = \sqrt{d^2 - h^2 - b^2}$$

$$A = l \cdot b$$

$$b = \sqrt{d^2 - l^2 - h^2}$$

Zylinder



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 A_0 Oberfläche

$$V = A \cdot h \quad \Rightarrow h = \frac{V}{A}; \quad A = \frac{V}{h}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \quad \Rightarrow h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}; \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2} \quad \Rightarrow h = \frac{A_0}{\pi \cdot d} - \frac{d}{2}$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

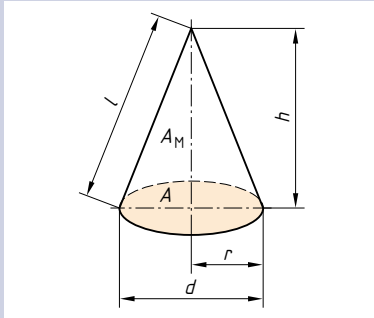
$$\pi = 3,1415 \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_0 - \pi \cdot d)}{\pi}}$$

Kegel



- V Volumen
 A Grundfläche
 A_M Mantelfläche
 A_0 Oberfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 l Länge der Mantellinie

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3 \cdot V}{h}; \quad h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

$$V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot l$$

$$\Rightarrow r = \frac{A_M}{\pi \cdot l}; \quad l = \frac{A_M}{\pi \cdot r}$$

$$A_0 = \pi \cdot (l \cdot r + r^2)$$

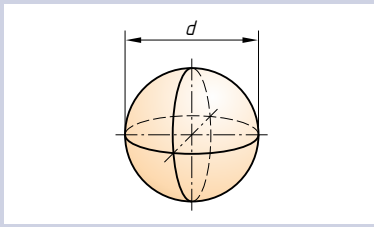
$$\Rightarrow l = \frac{A_0}{\pi \cdot r} - r$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \pi \cdot r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_0 = A_M + A$$

Kugel



V Volumen

d Durchmesser

A_0 Oberfläche

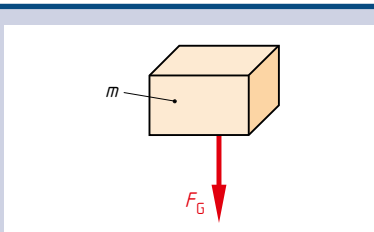
$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

3.2 Masse und Gewichtskraft



- V Volumen
 m Masse
 ρ Dichte
 F_G Gewichtskraft
 g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)

Weitere Werte für Dichte ρ :
 Seite 117

$$m = \rho \cdot V$$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\rho}; \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_G = \rho \cdot V \cdot g$$

$$\Rightarrow V = \frac{F_G}{\rho \cdot g}; \quad \rho = \frac{F_G}{V \cdot g}$$

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; \quad [m] = \text{kg}$$

$$[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

$$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} \text{ (t für Tonne)}$$

Dichte ρ (Beispiele)

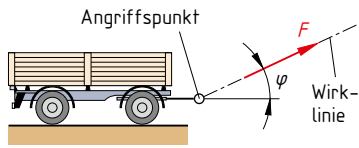
Wasser bei 4 °C	1 kg/dm ³
Aluminium	2,7 kg/dm ³
Kupfer	8,9 kg/dm ³



4 Mechanik

4.1 Kräfte

Einheit, Darstellung



Formelzeichen: F

Einheit: $[F] = \text{N}$

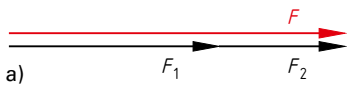
Einheitenname: Newton

Kräftemaßstab: z. B. $200 \text{ N} \hat{=} 10 \text{ mm}$

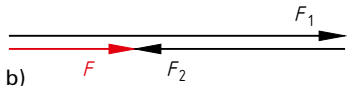
Betrag der Kraft $\hat{=} \text{Länge des Pfeils}$

Richtung der Kraft $\hat{=} \text{Richtung des Pfeils}$

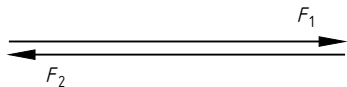
Zusammensetzen von zwei Kräften



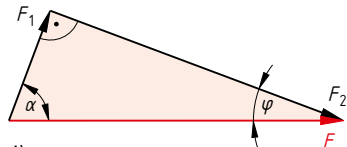
a) $F = F_1 + F_2$



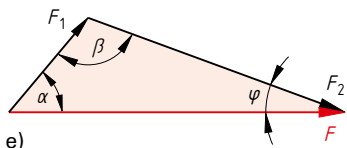
b) $F = F_1 - F_2$



c) $F = F_1 - F_2$



d) $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$



e) $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$

F_1, F_2, \dots Teilkräfte, Komponenten
 F Gesamtkraft, resultierende Kraft, Ersatzkraft

φ Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft

α Winkel zwischen den Teilkräften

β Winkel im Kräfteck $\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi$



In den Formeln sind für F_1, F_2 und F Beträge einzusetzen.



arccos, Eingabemodus:

2nd cos

a) Teilkräfte gleichgerichtet:

$$F = F_1 + F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F - F_2; \quad F_2 = F - F_1$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:

$$F = F_1 - F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F + F_2; \quad F_2 = F_1 - F$$

c) Gleichgewichtsbedingung:

$$F_1 = F_2 \quad \Rightarrow F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \Rightarrow F_1 = \sqrt{F^2 - F_2^2}; \quad F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

$$F = \frac{F_1}{\cos \alpha} \quad \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha; \quad \cos \alpha = \frac{F_1}{F}$$

$$F = \frac{F_2}{\cos \varphi} \quad \Rightarrow F_2 = F \cdot \cos \varphi; \quad \cos \varphi = \frac{F_2}{F}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos \left(\frac{F_1^2 + F_2^2 - F^2}{2 \cdot F_1 \cdot F_2} \right)$$

$$F_1 = \sqrt{F^2 + F_2^2 - 2 \cdot F \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$$

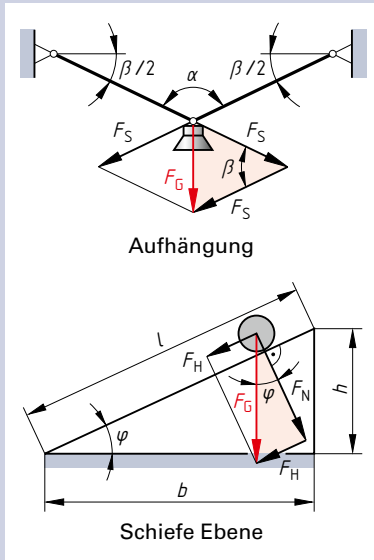
$$\Rightarrow \varphi = \arccos \left(\frac{F^2 + F_2^2 - F_1^2}{2 \cdot F \cdot F_2} \right)$$

$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2 - 2 \cdot F \cdot F_1 \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{F^2 + F_1^2 - F_2^2}{2 \cdot F \cdot F_1} \right)$$



Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkraften (Komponenten)



$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 180^\circ - \beta$$

$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}} \quad \Rightarrow \quad F_G = F_S \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{F_G^2}{2 \cdot F_S^2}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_H}{\sin \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{l} \quad F_H = F_G \cdot \frac{h}{l}; \quad F_G = \frac{F_H \cdot l}{h}$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_N}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{b}{l} \quad F_N = F_G \cdot \frac{b}{l}; \quad F_G = \frac{F_N \cdot l}{b}$$

$$F_H = F_N \cdot \tan \varphi \quad \Rightarrow \quad F_N = \frac{F_H}{\tan \varphi}; \quad \tan \varphi = \frac{F_H}{F_N}$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{b} \quad F_H = F_N \cdot \frac{h}{b}; \quad F_N = \frac{F_H \cdot b}{h}$$

F_G Gewichtskraft

F_S Seilkräfte

α Winkel zwischen den Seilkräften

β Winkel im Krafteck

F_H Hangabtriebskraft

F_N Normalkraft

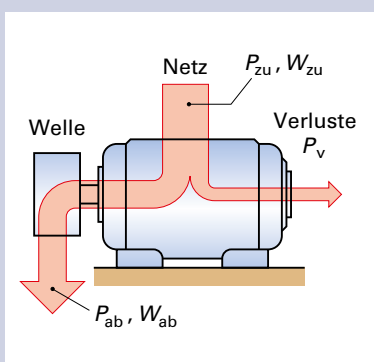
l Länge der schiefen Ebene

h Höhenunterschied

b Basislänge der schiefen Ebene

φ Neigungswinkel der schiefen Ebene

4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}; \quad P_{ab} = \eta \cdot P_{zu}$$

$$P_v = P_{zu} - P_{ab} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = P_{ab} + P_v;$$

$$P_{ab} = P_{zu} - P_v$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad \Rightarrow \quad W_{zu} = \frac{W_{ab}}{\zeta};$$

$$W_{ab} = \zeta \cdot W_{zu}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \quad \Rightarrow \quad \eta_1 = \frac{\eta}{\eta_2 \cdot \eta_3 \dots}$$

[P] = W (Watt)

[W] = Ws (Wattsekunde)

η^* Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)

P_{zu} zugeführte Leistung (statt P_{zu} auch: P_1)

P_{ab} abgegebene Leistung (statt P_{ab} auch: P_2)

P_v Verlustleistung

ζ^{**} Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)

W_{zu} zugeführte Energie

W_{ab} abgegebene Energie

η Gesamtwirkungsgrad

$\eta_1, \eta_2 \dots$ Einzelwirkungsgrade

* η griech. Kleinbuchstabe eta

** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta