



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische
und elektronische Berufe

Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme

**Lehr- und Übungsbuch mit digitalen Zusatzinhalten
der Mathematik und des Fachrechnens
für Berufe der Informationstechnik, der
Kommunikationstechnik und der Elektronik**

17. Auflage

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch
Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse
lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 33064

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“:

Günther Buchholz	Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat	Stuttgart
Monika Burgmaier	Oberstudiendirektorin	Durbach
Patricia Burgmaier	Dipl.-Ing. (BA)	Melsungen
Elmar Dehler	Studiendirektor	Ulm
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Jörg Andreas Oestreich	Dipl.-Ing.	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dipl.-Ing. Bernd Schiemann, Durbach

17. Auflage 2022, korrigierter Nachdruck 2024

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3816-6

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de



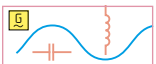

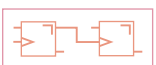



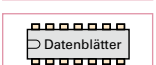



Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagfoto: ©greenbutterfly – stock.adobe.com

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Kapitelübersicht

1	Rechnen mit Zahlen	9		1
2	Rechnen mit Größen	24		2
3	Rechnen mit Formeln	27		3
4	Elektrotechnische Grundlagen	32		4
5	Wechselstromtechnik	64		5
6	Elektronische Schaltungen	96		6
7	Digitaltechnik	143		7
8	Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)	164		8
9	Computertechnik	175		9
10	Kommunikationstechnik	187		10
11	Datenübertragung	197		11
12	Netztechnik	210		12
13	Regelungstechnik	221		13
14	Antriebstechnik	232		14
15	Projektaufgaben	240		15
16	Arbeiten mit Datenblättern	248		16
17	Rechnungswesen und Controlling	255		17
18	Markt- und Kundenbeziehungen	264		18
19	Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik	272		19
20	Ergänzendes Fachwissen Mathematik	301		20

Vorwort zur 17. Auflage

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ beinhaltet elektronische Aufgabenstellungen in den Bereichen der Geräte- und Systemtechnik sowie in den angrenzenden Bereichen der Kommunikations- und Informationstechnik.

Zielgruppen: Auszubildende der Fachrichtung Elektroniker/-in für Geräte und Systeme, Informations-elektroniker/in der Fachrichtungen Geräte- und Systemtechnik und Bürotechnik, Systeminformatiker/in, IT-Systemelektroniker/in, Industrieelektroniker/in Fachrichtung Geräte und Systeme sowie für Schüler und Schülerinnen an Berufsfachschulen, Berufskollegs und Technischen Gymnasien und Studenten an Fachschulen für Technik und Fachhochschulen, aber auch Praktiker im Beruf.

Methodische Schwerpunkte: Klare Strukturierung der Inhalte, z. B. der verwendeten Formeln und Benennung der Formelzeichen, Einführungsbeispiele zu jedem Thema, zahlreiche Schaltungsbeispiele und Grafiken aus Datenblättern, Vertiefung des Gelernten durch eine große Zahl von Übungsaufgaben. Ergänzt wird das Buch durch Angabe der Ergebnisse der Aufgaben in Kurzform am Buchende.

Zum Fördern und Vertiefen weitergehender Zusammenhänge dienen die Kapitel 19 „Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik, Kommunikationstechnik“ und 20 „Ergänzendes Fachwissen Mathematik“.

Informationen zum Buch im Überblick:



Inhaltsverzeichnis

1 Rechnen mit Zahlen



1.1	Grundgesetze	9
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz	9
1.1.2	Bruchrechnen	10
1.2	Potenzen	12
1.2.1	Zehnerpotenzen	12
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten	14
1.3	Rechnen mit Wurzeln	15
1.4	Logarithmen	16
1.4.1	Zehnerlogarithmen	16
1.4.2	Logarithmische Darstellung, Linearisieren	17
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen	18
1.6	Funktionen	19
1.6.1	Beschreibungsformen bei Funktionen	19
1.6.2	Lineare Funktionen	20
1.6.3	Trigonometrische Funktionen	21

2 Rechnen mit Größen



2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen	24
2.2	Umrechnen der Einheiten	25
2.3	Addition und Subtraktion	25
2.4	Multiplikation und Division	26

3 Rechnen mit Formeln



3.1	Umstellen von Formeln	27
3.2	Formel als Größengleichung	29
3.2.1	Längen und Flächen	29
3.2.2	Satz des Pythagoras	30
3.2.3	Geschwindigkeiten	31

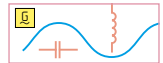
4 Elektrotechnische Grundlagen



4.1	Stromdichte	32
4.2	Widerstände	32
4.2.1	Widerstand und Leitwert	32
4.2.2	Widerstand und Temperatur	33
4.2.3	Leiterwiderstand	34
4.3	Das Ohm'sche Gesetz	35
4.4	Messen	36
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten	36
4.4.2	Digitales Messen mit DMM	37
4.4.3	Digitales Multimeter DMM	38
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen	39
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung	40
4.7	Arbeit und Energie	42
4.7.1	Elektrische Arbeit	42
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung	43
4.7.3	Leistung und Arbeit bei Drehbewegung	44

4.7.4	Wirkungsgrad und Arbeitsgrad	45
4.8	Grundsaltungen	46
4.8.1	Reihenschaltung	46
4.8.2	Parallelschaltung	47
4.8.3	Gemischte Schaltungen	48
4.8.4	Spannungsteiler	51
4.9	Brückenschaltungen	52
4.10	Erzeuger-Ersatzschaltungen	53
4.10.1	Spannungserzeuger	53
4.10.2	Spannungserzeugung mit Fotovoltaik	54
4.10.3	Sekundärelemente (der Energieelektronik) aufladen	55
4.10.4	Anpassungsarten	56
4.11	Schaltungen simulieren	58
4.11.1	Schaltungen simulieren mit Multisim	58
4.11.2	Schaltungen simulieren mit PSpice	60
4.12	Temperatur und Wärme	62
4.12.1	Wärme und Wärmekapazität	62
4.12.2	Wärmewiderstand	63

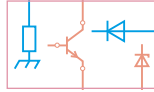
5 Wechselstromtechnik



5.1	Wechselgrößen	64
5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge	64
5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert	64
5.1.3	Impulse	66
5.2	Kondensator	68
5.2.1	Elektrisches Feld	68
5.2.2	Ladung und Kapazität	68
5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes	69
5.2.4	Kapazität	70
5.2.5	Schaltungen von Kondensatoren	70
5.2.6	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung	71
5.2.7	Kapazitiver Blindwiderstand	72
5.3	Spule	73
5.3.1	Elektromagnetismus	73
5.3.2	Induktion und Induktivität	76
5.3.3	RL-Schaltungen an Gleichspannung	77
5.3.4	Induktiver Blindwiderstand	78
5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen	79
5.4.1	RC- und RL-Schaltungen	79
5.4.2	RLC-Schaltungen	84
5.5	Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom	88
5.6	Drehstrom	90
5.6.1	Sternschaltung	90
5.6.2	Dreieckschaltung	92
5.6.3	Leistungen bei Drehstrom	93
5.7	Transformator	94
5.7.1	Transformatorhauptgleichung	94
5.7.2	Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand	95

6

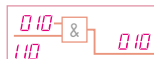
Elektronische Schaltungen



6.1	Schaltungen mit nicht linearen Widerständen	96
6.1.1	Differenzieller Widerstand	96
6.1.2	Impedanzen im Arbeitspunkt	96
6.1.3	Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung	97
6.1.4	Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren	99
6.2	Schaltungen mit Dioden	100
6.2.1	Festlegung des Arbeitspunktes	100
6.2.2	Gleichrichterschaltungen	102
6.2.3	Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden	105
6.3	Licht	107
6.4	Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen	109
6.5	Verstärker mit bipolaren Transistoren	110
6.5.1	Arbeitspunkt in der Emitterschaltung	110
6.6	Kippschaltungen	113
6.6.1	Transistoren als elektronische Schalter	113
6.6.2	Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last	114
6.7	Verstärker mit Feldeffekttransistoren	115
6.7.1	Gleichstromgrößen von FET in Source-schaltung	115
6.7.2	Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung	116
6.7.3	Analogschalter mit FET	117
6.8	Leistungselektronik	119
6.8.1	IGBT	119
6.8.2	Thyristoren als elektronische Schalter	120
6.8.3	Gesteuerte Stromrichter	121
6.9	Operationsverstärker	123
6.9.1	Eingangsschaltung des Operationsverstärkers	123
6.9.2	Verstärkung ohne Gegenkopplung	124
6.9.3	Komparatoren	125
6.9.4	Invertierender Verstärker	126
6.9.5	Summierverstärker	127
6.9.6	Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler	128
6.9.7	Subtrahierverstärker und Differenzverstärker	129
6.9.8	Instrumentenverstärker (INV)	130
6.9.9	Differenzier-Invertierer	131
6.9.10	Integrier-Invertierer	132
6.10	Kippschaltungen	133
6.10.1	Astabile Kippschaltung	133
6.10.2	Monostabile Kippschaltung	134
6.10.3	Schwellwertschalter	135
6.11	Stabilisieren und Regeln	137
6.11.1	Spannung stabilisieren	137
6.11.2	Strom stabilisieren	138
6.11.3	Spannung regeln mit IC	139
6.11.4	Schaltnetzteile (SNT)	140

7

Digitaltechnik



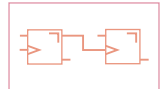
7.1	Aufbau der Zahlensysteme	143
7.2	Dualzahlen	144

6

7.2.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	144
7.2.2	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	145
7.2.3	Addition und Subtraktion von Dualzahlen	146
7.2.4	Multiplikation und Division von Dualzahlen	146
7.2.5	Subtraktion durch Komplementaddition	147
7.3	BCD-Codes	148
7.4	Hexadezimalzahlen	148
7.4.1	Hexadezimalzahlen und Dualzahlen	148
7.4.2	Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen	149
7.4.3	Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen	150
7.5	Kombinatorische Digitaltechnik (Schalt-netze)	151
7.5.1	Schaltalgebraische Begriffe	151
7.5.2	Kommutativgesetz der Schaltalgebra	152
7.5.3	Assoziativgesetz der Schaltalgebra	153
7.5.4	Distributivgesetze der Schaltalgebra	154
7.5.5	Schaltalgebraische Funktionen	155
7.6	Logische Verknüpfungen von Zahlen	157
7.7	Minimieren und Realisieren von Schalt-funktionen	158
7.7.1	Algebraisches Minimieren	158
7.7.2	Realisieren mit NAND-Elementen	159
7.7.3	Aufstellen des KV-Diagramms	160
7.7.4	Minimieren mit dem KV-Diagramm	161
7.8	Lastfaktoren	163

8

Sequenzielle Digital-technik (Schaltwerke)



8.1	JK-Kippschaltungen	164
8.2	Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung	165
8.3	Schaltfunktion aus Wertetabelle	166
8.4	Schaltung aus Schaltfunktion	167
8.5	Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern	168
8.6	Frequenzteiler	169
8.7	Direkte digitale Synthese DDS	170
8.8	PAL-Schaltkreise anwenden	171
8.9	Programmieren mit VHDL	174

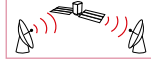
9

Computertechnik



9.1	Berechnung der Speicherkapazität	175
9.2	Bildschirmauflösung und Speicherkapa-zität	176
9.3	PC-Firmware	177
9.3.1	PC-BIOS einstellen	177
9.3.2	UEFI	178
9.4	C/C++ und ARDUINO	179
9.4.1	Lineare Programme	179
9.4.2	Programmverzweigungen	180
9.4.3	Programmschleifen	181
9.4.4	Felder (eindimensional)	182
9.4.5	Programmieren mit Vorgaben	182
9.5	Datenbank anlegen	183
9.5.1	Datenbanken mit Access erstellen	183
9.5.2	Arbeiten mit Access	184
9.5.3	Datenbanksprache SQL	185

10 Kommunikationstechnik



10.1	Kommunikationsanlagen.....	187
10.1.1	Übertragungsgrößen.....	187
10.1.2	Kenngößen von Richtantennen.....	190
10.2	Schaltungen der Kommunikationstechnik.....	191
10.2.1	Leistungsverstärker für Niederfrequenz.....	191
10.2.2	Akustik.....	194

11 Datenübertragung



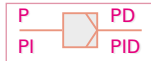
11.1	Signalabtastung.....	197
11.2	Signalumsetzer.....	198
11.3	Digitale Modulation.....	199
11.3.1	PSK und QAM.....	199
11.3.2	Pulsmodulation.....	200
11.3.3	Quantisierung und Codierung.....	201
11.4	Geschwindigkeit der Datenübertragung.....	202
11.5	Zeitmultiplexübertragung.....	204
11.6	Fehlerhäufigkeit.....	205
11.7	Pegel und Dämpfung von Datenleitungen.....	206
11.8	Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit.....	207
11.9	Verbindungstechnik.....	208
11.9.1	Glasfasertechnik.....	208
11.9.2	Übertragungreichweiten in Glasfasernetzen.....	209

12 Netztechnik



12.1	Aufbau von IT-Netzen, Routingtabelle.....	210
12.1.1	Routingtabellen auslesen.....	211
12.1.2	Errichten lokaler Netzwerke.....	212
12.2	Messen im LAN.....	215
12.2.1	Grundlagen NEXT, FEXT.....	215
12.2.2	Messen und Fehlersuche.....	216
12.3	Adressierung von Netzen.....	217
12.3.1	Internetadressierung IPv4.....	217
12.3.2	Internetadressierung IPv6.....	218
12.3.3	Subnetze.....	219
12.3.4	Aufteilung in Subnetze.....	220

13 Regelungstechnik



13.1	Unstetige Regler.....	221
13.2	Stetige Regler.....	222
13.2.1	P-Regler.....	222
13.2.2	Analyse von Regelstrecken.....	224
13.2.3	PI-Regler.....	226
13.2.4	PDT ₁ -Regler und PD-Regler.....	227
13.2.5	PID-Regler.....	228
13.2.6	Regler einstellen (Ziegler/Nichols).....	229
13.2.7	Auswahl der Reglerkennwerte.....	230

14 Antriebstechnik



14.1	Antrieb mit Gleichstrommotoren.....	232
14.2	Ein-Quadranten-Steller (1Q-Steller).....	233

14.3	H-Brücke.....	234
14.4	Drehstromasynchronmotor (DASM).....	235
14.5	Kennwerte von Asynchronmotoren.....	236
14.6	Schrittmotoren.....	237
14.6.1	Schrittwinkel und Drehzahl.....	237
14.6.2	Schrittmotoren ansteuern.....	238

15 Projektaufgaben



15.1	Aufgaben der Analogtechnik.....	240
15.2	Aufgaben der Digitaltechnik.....	242
15.3	Schaltungen mit monostabilen Kippgliedern.....	245
15.4	Transportbandsteuerung.....	246
15.5	Codeprüfung.....	247

16 Arbeiten mit Datenblättern



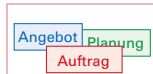
16.1	Einführung in den Datenblattgebrauch.....	248
16.1.1	Allgemeine Angaben.....	248
16.1.2	Technische Kenngrößen in Datenblättern.....	249
16.1.3	Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen.....	251
16.2	Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30\text{ °C}$	252
16.3	Überstromschutzeinrichtungen.....	253
16.4	Kleintransformatoren.....	254

17 Rechnungswesen und Controlling



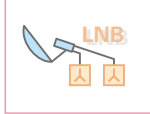
17.1	Arbeiten mit EXCEL.....	255
17.2	Finanzbuchhaltung.....	257
17.3	Kostenrechnung.....	258
17.3.1	Fixe und variable Kosten.....	258
17.3.2	Kostenstellenrechnung.....	259
17.3.3	Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe.....	261
17.3.4	Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben.....	263

18 Markt- und Kundenbeziehungen



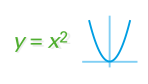
18.1	Lieferantenauswahl.....	264
18.1.1	ABC-Analyse.....	264
18.1.2	Nutzwertanalyse.....	264
18.2	Bestellung und Lagerhaltung.....	265
18.2.1	Bestellpunktverfahren.....	265
18.2.2	Lagerkennziffern.....	265
18.2.3	Optimale Bestellmenge.....	266
18.2.4	Eigenfertigung oder Fremdbezug.....	267
18.3	Prüfungsaufgaben IT.....	268
18.3.1	Unternehmensgründung.....	268
18.3.2	Beschaffung und Betrieb von Datenprojekten.....	269
18.3.3	Kommunikationskosten.....	270
18.3.4	Druckerkosten.....	271

19 Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik, Kommunikationstechnik



19.1	Netzwerkschaltungen	272
19.1.1	Überlagerung bei linearen Netzwerken	272
19.1.2	Ersatzspannungsquelle	273
19.1.3	Ersatzstromquelle	274
19.2	Ermittlung von Kühlflächen	275
19.3	Felder in der Elektrotechnik	276
19.3.1	Elektrische Flussdichte	276
19.3.2	Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes	277
19.4	RC-Schaltungen	278
19.4.1	Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung	278
19.4.2	Einfache RC-Siebschaltungen	279
19.5	Schwingungserzeugung mit Wien-Oszillator	280
19.6	Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes	282
19.7	Schaltkreis PAL 16RP8	283
19.8	Verteilnetze	284
19.8.1	Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen	284
19.8.2	Rauschabstand in HF-Verteilnetzen	286
19.8.3	Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen	287
19.8.4	Trägerrauschabstand in Satelliten-Empfangsanlagen	288
19.8.5	Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen	289
19.8.6	Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen	290
19.8.7	Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen	291
19.8.8	100-V-Normausgang	292
19.9	Analoge Signalübertragung	293
19.9.1	Modulation, Mischung und Demodulation	293
19.9.2	Mischung und Frequenzumsetzung	297
19.10	Fehlererkennung	298
19.11	Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen	300

20 Ergänzendes Fachwissen Mathematik



20.1	Gleichungen	301
20.1.1	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	301
20.1.2	Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten	302
20.1.3	Quadratische Gleichungen	303
20.1.4	Sinussatz und Kosinussatz	305
20.2	Funktionen	306
20.2.1	Quadratische Funktionen	306
20.2.2	Exponentialfunktionen	307
20.3	Differenzieren	308
20.3.1	Differenzenquotient und Differenzialquotient	308
20.3.2	Ableitungen von Funktionen	309
20.4	Integrieren	310
20.4.1	Unbestimmtes Integral	310
20.4.2	Bestimmtes Integral	312
20.4.3	Mittelwerte	313
20.5	Funktionen mit komplexen Größen	314
20.5.1	Zahlen in der komplexen Zahlenebene	314
20.5.2	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	315
20.5.3	Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene	316
20.6	Reihen	317
20.6.1	Arithmetische Reihe	317
20.6.2	Geometrische Reihe	317

Anhang

Kurzlösungen zu den Aufgaben im Buch	318
Wichtige Größen und Einheiten	373
Mathematische Begriffe und Basiseinheiten	374
Wichtige Normen	375
Formelzeichen und ihre Bedeutung	376
Indizes, Zeichen und ihre Bedeutung	377
Vorsätze, Größen und Einheiten der IT-Technik	378
7-Bit-ASCII-Code – DIN 66003-Code	379
Code page für Latin1 (1252)	380
Sachwortverzeichnis	381

1 Rechnen mit Zahlen

Zahlen bestehen aus Ziffern. Im dekadischen Zahlensystem (von lat. decem = zehn) verwendet man Dezimalzahlen, die aus den Ziffern 0 bis 9 gebildet werden. Reelle Zahlen (Kurzzeichen \mathbb{R}) sind Zahlen, die durch Brüche darstellbar sind (rationale Zahlen, Kurzzeichen \mathbb{Q}) oder es sind Kommazahlen mit unendlich vielen nicht periodischen Nachkommastellen (irrationale Zahlen), **Tabelle 1**.

Die Zahlen gehören meist mehreren Zahlenmengen an. So gehört z.B. die Zahl 5 den Mengen der natürlichen Zahlen, der ungeraden natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen an. Die Zahl $\sqrt{2}$ ist jeweils ein Element (Kurzzeichen \in , sprich: ist Element von) der angegebenen Zahlenmengen.

Beispiel 1: Zahlen zuordnen

Zu welchen Zahlenmengen gehören die Zahlen

- a) 3 b) 1,8 c) π ?

Lösung:

- a) $3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}$ b) $1,8 \in \mathbb{R}, \mathbb{Q}$
 c) \mathbb{R}, π ist eine **irrationale Zahl**.

1.1 Grundgesetze

1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)¹

Bei der Addition kann man die Glieder eines Terms beliebig vertauschen. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

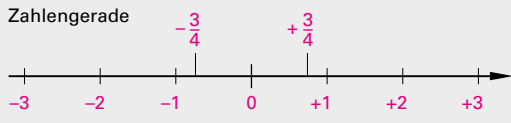
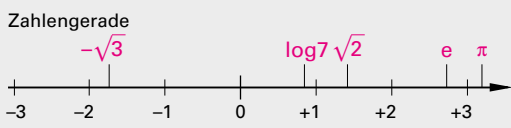
Ein Term (von lat. terminus = Ausdruck) besteht aus Zahlen, die mit Rechenzeichen verknüpft sind, z.B. $-4 + 7$. Bei der Multiplikation sind die Vorzeichenregeln zu beachten.

Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)²

Bei der Addition können die Glieder eines Terms beliebig durch Klammern zusammengefasst werden. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Die Klammern werden zuerst ausgerechnet. Das Malzeichen oder Multiplikationszeichen (\cdot) kann zwischen Faktoren entfallen, außer bei Zahlen ohne Klammern.

Tabelle 1: Reelle Zahlen \mathbb{R}

Rationale Zahlen \mathbb{Q}	
Ganze Zahlen \mathbb{Z} z.B. $-2; -1; 0; 11; 12; \dots$	Gebrochene Zahlen (Brüche) z.B. $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; 0,5; 0,3$
Zahlengerade 	
Irrationale Zahlen $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	
Algebraische irrationale Zahlen z.B. $\sqrt{2}; \sqrt[3]{5}$	Transzendente irrationale Zahlen z.B. $e, \pi, \log 7$
Zahlengerade 	
Komplexe Zahlen siehe S. 314	

Vorzeichenregeln

$++ = +$	$+ \cdot - = -$
$-- = +$	$- \cdot - = +$
$+- = -$	$+ : - = -$
$-+ = -$	$- : - = +$

Beispiel 2: Kommutativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Term $(-3) \cdot 5 \cdot (-6)$ das Kommutativgesetz an und berechnen Sie ihn.

Lösung:

$$(-3) \cdot 5 \cdot (-6) = 5 \cdot (-3) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-3) \cdot 5 = 90$$

Beispiel 3: Assoziativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Produktterm $3 \cdot 2 \cdot 5$ das Assoziativgesetz an und berechnen Sie.

Lösung:

$$3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot 10 = 30$$

¹ lat. commutare = ändern, vertauschen, ² lat. associare = verbinden

Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)¹

Kommen in einer Rechnung Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division gemischt vor, ohne dass Klammern gesetzt sind, so sind zuerst die durch Malzeichen oder durch Teilzeichen verbundenen Terme zu berechnen (Punktrechnung geht vor Strichrechnung), z.B. ist $5 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13$. Wenn anders gerechnet werden soll, setzt man Klammern, z.B. ist $(5 + 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$.

Bei der Multiplikation von Klammern wird jeder Summand mit dem Faktor multipliziert.

Beispiel 1: Distributivgesetz anwenden

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz:
 $(-5) \cdot (2 + 7)$.

Lösung:

$$(-5) \cdot (2 + 7) = (-5) \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$$

Aufgaben zu 1.1.1

Wenden Sie das Kommutativgesetz an und berechnen Sie die Terme.

- a) $3 - 5 + 8 - 1$ b) $6 + 12 - 10 - 3$
 c) $2 - 4 + 5 - 9$ d) $8 - 7 + 5$
- a) $7 - 3 - 2 + 8$ b) $5 - 2 + 3 - 1$
 c) $9 - 2 + 7$ d) $3 - 1 - 5 + 23$
- a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2$ b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3)$
 c) $2 \cdot 3 \cdot (-7)$ d) $3 \cdot (-2) \cdot 9$
- a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2$ b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3)$
 c) $2 \cdot 5 \cdot (-2)$ d) $6 \cdot (-1) \cdot 1$

Wenden Sie das Assoziativgesetz auf Terme an und berechnen Sie diese.

- a) $6 + 2 + 4$ b) $-3 + 2 - 5$
 c) $3 - 8 + 11$ d) $8 + 2 - 4$
- a) $5 + 4 + 3$ b) $4 + 2 - 3$
 c) $3 - 9 + 6$ d) $8 + 2 - 4$
- a) $3 \cdot 5 \cdot 4$ b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2$
- a) $6 \cdot 4 \cdot 2$ b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3$

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz.

- a) $3(5 + 2)$ b) $5(7 - 4)$
- a) $4(8 + 3)$ b) $3(5 - 2)$
- a) $(-2)(7 + 5)$ b) $3(7 - 6 + 1)$
 c) $(-6)(8 - 3)$ d) $(-5)(6 - 14)$
- a) $(-7)(8 - 6)$ b) $5(9 - 5 - 4)$
 c) $(-4)(6 - 2)$ d) $(-9)(8 - 12)$

1.1.2 Bruchrechnen

Brüche entstehen bei der Division von z.B. ganzen Zahlen. Die Vorzeichenregeln beim Dividieren entsprechen den Vorzeichenregeln beim Multiplizieren. Man unterscheidet verschiedene Arten von Brüchen (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Arten von Brüchen

Echter Bruch	Unechter Bruch	Scheinbruch
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{1}$
Zähler kleiner als Nenner	Zähler größer als Nenner	Nenner gleich 1
Zahlengerade		
Gemischte Zahl	Gleichnamige Brüche	Ungleichnamige Brüche
$1\frac{2}{7} = 1 + \frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}$
Ganze Zahl und Bruch	Alle Nenner gleich	Alle Nenner ungleich
Zahlengerade		

Beispiel 2: Rechnen mit Brüchen

Schreiben Sie $15 : 6$ als Bruch und berechnen Sie den Dezimalbruch.

Lösung:

$$15 : 6 = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2,5$$

Für das Rechnen mit Brüchen gelten besondere Rechenregeln (**Tabelle 1**, folgende Seite).

Brüche werden erweitert oder gekürzt, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfacht oder durch die gleiche Zahl teilt.

Ein Bruch wird durch einen Bruch geteilt, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.

¹ lat. distribuere = verteilen

Aufgaben zu 1.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $\frac{+65}{+13}$ b) $\frac{+144}{+16}$ c) $\frac{-96}{+4}$ d) $\frac{+48}{-3}$
 e) $\frac{-27}{-9}$ f) $\frac{+169}{-13}$ g) $\frac{-144}{-12}$ h) $\frac{-27}{+9}$

2. a) $\frac{+88}{-11}$ b) $\frac{+136}{+17}$ c) $\frac{+64}{-16}$ d) $\frac{+156}{-12}$
 e) $\frac{-81}{-9}$ f) $\frac{+171}{-19}$ g) $\frac{-232}{-8}$ h) $\frac{-36}{-6}$

3. a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30}$
 c) $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{8} + \frac{4}{7} - \frac{8}{6}$

4. a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48}$
 c) $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

5. a) $\frac{2}{53} \cdot 8$ b) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$ c) $\frac{8}{21} \cdot 1 \frac{2}{5}$
 d) $\frac{5}{31} : \frac{2}{13}$ e) $8 \frac{5}{7} : 3 \frac{3}{5}$ f) $\frac{3}{9} : \frac{4}{8}$

6. a) $\frac{5}{37} \cdot 7$ b) $\frac{3}{27} \cdot 4 \frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{15} \cdot 2 \frac{3}{7}$
 d) $\frac{75}{8}$ e) $\frac{4}{9} : \frac{7}{13}$ f) $\frac{11}{5} : \frac{11}{9}$

7. Wandeln Sie in Dezimalbrüche um.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{12}{125}$ d) $\frac{35}{55}$ e) $\frac{154}{224}$

8. Wandeln Sie in Brüche um.

a) 0,25 b) 0,875 c) 1,23 d) 2,05 e) 0,0075

9. Berechnen Sie.

a) $\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(2 \frac{2}{5} - \frac{5}{4}\right)$
 b) $\left(4 \frac{4}{5} - 3 \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2 \frac{1}{5} + 1 \frac{5}{6}\right)$

10. Berechnen Sie.

a) $\frac{8}{5} - 6 \frac{5}{8}$ b) $4 \frac{5}{8} - 6 \frac{3}{4} + 3 \frac{1}{2}$
 $\frac{8}{9} + 2 \frac{2}{5}$ $6 \frac{1}{3} - 2 \frac{4}{5} - 1 \frac{1}{8}$

Tabelle 1: Rechnen mit Brüchen

Art	Regeln, Beispiele
Addition/Subtraktion	Gleichnamige Brüche: Zähler addieren oder subtrahieren, Nenner bleibt gleich. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2-1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1$
	Ungleichnamige Brüche: Nenner gleichnamig machen (Hauptnenner bilden, Bruch erweitern). $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{12} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{20}{20}$ $= \frac{24+45-40}{60} = \frac{29}{60}$
Multiplikation	Ganze Zahl mit Bruch: Ganze Zahl mal Zähler, Nenner bleibt gleich. $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$
	Bruch mit Bruch: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner. $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$
	Gemischte Zahl mit ganzer Zahl: Gemischte Zahl in Bruch verwandeln. $2 \frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{44}{5} = 8 \frac{4}{5} \quad \text{oder}$ $2 \frac{1}{5} \cdot 4 = \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot 4 = 8 + \frac{4}{5} = 8 \frac{4}{5}$
	Gemischte Zahl mit gemischter Zahl: Gemischte Zahlen in Brüche verwandeln. $1 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 13}{3 \cdot 5} = \frac{13}{3} = 4 \frac{1}{3}$
Division	Bruch durch ganze Zahl: Ganze Zahl mal Nenner, Zähler bleibt gleich. $\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$
	Ganze Zahl durch Bruch: Ganze Zahl mal Kehrwert des Bruches. $5 : \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{1 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$
	Bruch durch Bruch: Zählerbruch mal Kehrwert des Nennerbruches. $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1 \frac{1}{20}$



1.2 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter einer Potenz ein Produkt gleicher Zahlen in verkürzter Schreibweise.

1.2.1 Zehnerpotenzen

1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Wird die Zahl 10 als Faktor n -mal verwendet, so bildet man die Potenz, indem man die Grundzahl (Basis) 10 hinschreibt und n als Hochzahl (Exponent) dazusetzt (**Bild 1**).

Beispiel 1: Als Zehnerpotenz schreiben

Schreiben Sie $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ als Zehnerpotenz.

Lösung:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \text{ (sprich: zehn hoch vier).}$$

Umgekehrt berechnet man eine Zehnerpotenz, indem man sie als Faktorenreihe hinschreibt und diese ausrechnet (**Tabelle 1**).

Beispiel 2: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie 10^9 (sprich: zehn hoch neun).

Lösung:

$$10^9 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000000$$

Man berechnet den Kehrwert einer Potenz, indem man das Vorzeichen der Hochzahl ändert.

Eine negative Hochzahl bedeutet also, dass der Kehrwert der Potenz mit derselben positiven Hochzahl zu berechnen ist.

Beispiel 3: Negativen Exponenten berechnen

Berechnen Sie 10^{-3} (sprich: zehn hoch minus drei).

Lösung:

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Sehr große oder sehr kleine Zahlen sind als Produktterme von übersehbaren Zahlen und Zehnerpotenzen darstellbar, durch Ermittlung der Zehnerpotenz der Einerstelle des Faktors.

Beispiel 4: Kommastellen versetzen

Die Zahl 0,00000000152 ist so darzustellen, dass 1,52 der Faktor ist.

Lösung:

Die 1 steht an 9. Nachkommastelle $\hat{=} 10^{-9}$
 $\Rightarrow 0,00000000152 = 1,52 \cdot 10^{-9}$



Bild 1: Zehnerpotenz und Kehrwert

Tabelle 1: Zehnerpotenzen (Beispiele)

Potenz	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
Potenzwert	100	10	1	0,1	0,01

Bei Computern und Taschenrechnern werden große und kleine Zahlen als Produktterme mit Zehnerpotenzen ausgegeben und können auch so eingegeben werden. Für die Basis 10 wird dabei E oder EE ausgegeben oder eingegeben; die nach E folgende Zahl ist der Exponent zur Basis 10. Vor E muss ein Faktor stehen, z.B.: $1EB \hat{=} 10^6 \hat{=} 1 \cdot 10^6$.

Beispiel 5: Potenzwert als Zahl darstellen

Als Ergebnis erscheint auf einem Bildschirm $10.5 E+4$.

Welcher Zahlenwert ist das?

Lösung:

$$10.5 E+4 = 10,5 \cdot 10^4 = 105000$$

Aufgaben zu 1.2.1.1

Schreiben Sie als Faktorenreihe.

- a) 10^{+4} b) 10^{-1} c) 10^{+3} d) 10^{-6}
- a) 10^{-2} b) 10^{+5} c) 10^{-7} d) 10^{+8}

Berechnen Sie die Werte folgender Potenzen.

- a) 10^6 b) 10^{-3} c) 10^{-2} d) 10^{-9}
- a) 10^{-1} b) 10^0 c) 10^{-6} d) 10^8

Bilden Sie die Kehrwerte.

- a) 10^{-6} b) 10^7 c) 10^9 d) 10^{-12}
- a) 10^{-3} b) 10^0 c) 10^3 d) 10^1

Berechnen Sie die Dezimalzahl der Kehrwerte.

- a) 10^0 b) 10^1 c) 10^{-3} d) 10^4
- a) 10^{-6} b) 10^{-4} c) 10^2 d) 10^{-5}

Schreiben Sie als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

- a) 24000 b) 0,0023 c) 700000
- a) 12000 b) 0,00012 c) 340000

1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Addition und Subtraktion sind vereinfacht bei gleichen Exponenten.

Beispiel 1: Potenzen addieren

Berechnen Sie $10^6 + 10^3$.

Lösung:

$$10^6 + 10^3 = 1000 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = 1001 \cdot 10^3 = \mathbf{1001000}$$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

Beispiel 2: Potenzen multiplizieren

Berechnen Sie $10^6 \cdot 10^3$.

Lösung:

$$10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = \mathbf{10^9}$$

Durch eine Zehnerpotenz wird dividiert, indem man deren Hochzahl subtrahiert.

Beispiel 3: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $10^6/10^3$.

Lösung:

$$10^6/10^3 = 10^{6-3} = \mathbf{10^3}$$

Zehnerpotenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

Beispiel 4: Potenzen potenzieren

Berechnen Sie $(10^3)^4$.

Lösung:

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = \mathbf{10^{12}}$$

Oft werden für die Darstellung von Zehnerpotenzen Einheitenvorsätze verwendet (Tabelle 1).

Tabelle 1: Vorsätze (anstelle von Zehnerpotenzen)

Zeichen	Vorsatz	Faktor	Zeichen	Vorsatz	Faktor
Z	Zetta	10^{21}	d	Dezi	10^{-1}
E	Exa	10^{18}	c	Zenti	10^{-2}
P	Peta	10^{15}	m	Milli	10^{-3}
T	Tera	10^{12}	μ	Mikro	10^{-6}
G	Giga	10^9	n	Nano	10^{-9}
M	Mega	10^6	p	Piko	10^{-12}
k	Kilo	10^3	f	Femto	10^{-15}
h	Hekto	10^2	a	Atto	10^{-18}
da	Deka	10^1	z	Zepto	10^{-21}

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

a, b beliebige Zahlen m, n Hochzahlen

Aufgaben zu 1.2.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $10^6 + 10^2 - 10^0$ b) $10^{-3} + 10^1 - 10^2$
 c) $10^6 + 10^3 + 10^3$
2. a) $10^2 - 10^1 - 10^{-2}$ b) $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$
 c) $10^{-3} + 10^3 - 10^{-6}$

Stellen Sie als Zehnerpotenz dar.

3. a) $10^{13} : 10^9$ b) $10^6 \cdot 10^5$ c) $10^{12} : 10^{-6}$
4. a) $10^9 : 10^6$ b) $10^{27} : 10^{14}$ c) $10^{-3} \cdot 10^{-6}$

Berechnen Sie.

5. a) $10^{-12} \cdot 10^{12}$ b) $10^3 \cdot 10^{-6}$ c) $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6}$
6. a) $10^0 : 10^{12}$ b) $10^1 \cdot 10^{-6}$ c) $10^{-3} \cdot 10^9$

Berechnen Sie für folgende Brüche den Wert als Dezimalzahl.

7. a) $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6}$ b) $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}}$ c) $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}}$
8. a) $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9}$ b) $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5}$ c) $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4}$

Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie.

9. a) $\frac{42000 \cdot 500}{0,06}$ b) $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000}$
 c) $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005}$ d) $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000}$
10. a) $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07}$ b) $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009}$
 c) $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400}$ d) $\frac{22 \cdot 0,0004}{880}$
11. $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$
12. $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$



1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Man kann sämtliche Zahlen als Grundzahlen (Basis) für Potenzen verwenden.

Je nach Basis unterscheidet man außer den Zehnerpotenzen z.B. Zweierpotenzen, Achterpotenzen und Sechzehnerpotenzen.

Bei Speichern in der Datentechnik wird z.B. die Anzahl der Speicherelemente aus der Anzahl der Adressleiter und der Anzahl der Datenleiter mit Zweierpotenzen berechnet (**Bild 1**).

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert. Sie werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert. Sie werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert. Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert oder dividiert, indem man auf die Basen das Assoziativgesetz anwendet und das Ergebnis potenziert.

Beispiel 1: Speicherzellenzahl berechnen

Wie viele Speicherzellen können mit 20 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden (**Bild 1**)?

Lösung:

$$z = 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{23} = \mathbf{8388608}$$

Beispiel 2: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $8^4 : 2^4$.

Lösung:

$$8^4 : 2^4 = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = \mathbf{256}$$

Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie die Potenz $(3^2)^4$.

Lösung:

$$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8 = \mathbf{6561}$$

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$	$z = 2^n$
<p><i>a</i> beliebige Zahl <i>n</i> ganzer Exponent (Hochzahl), z.B. Adressleiter <i>z</i> Anzahl der Speicherzellen</p>	

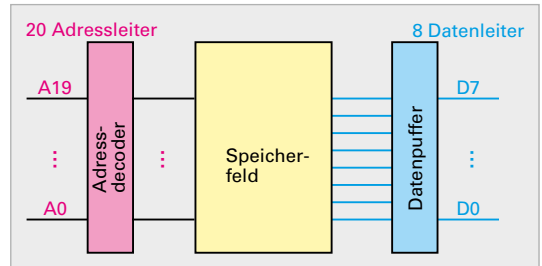


Bild 1: Vereinfachter Speicheraufbau

2. Ermitteln Sie die Achterpotenzen mit folgenden Exponenten.

- a) 2 b) 1 c) 0 d) 3

Berechnen Sie.

3. a) $8^2 + 6^2$ b) $8^2 \cdot 8^3$ c) $8^2 \cdot 4^2$ d) $\frac{8^4}{2^4}$
4. a) $\frac{16^2}{8^2}$ b) $4^2 \cdot 4^3$ c) $\frac{4^3}{4^4}$ d) $(4^2)^3$
5. a) $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4}$ b) $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4}$ c) $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4}$
6. a) $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2}$ b) $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6}$ c) $\frac{3^{-2}}{3^{-4}}$
7. a) $\frac{(8^4)^3}{64^3}$ b) $3^{-6} : (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2}$
8. a) $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2$ b) $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1}$

9. Wie viele Speicherzellen können mit 8 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden?

10. Beim Speicher **Bild 1** ist D7 unterbrochen. Welche Zahlen können mit D0 bis D6 noch dargestellt werden?

11. Die Adressleiter A18 und A19 sind unterbrochen (**Bild 1**). Wie viele Speicherzellen können noch benutzt werden?

Aufgaben zu 1.2.2

1. Bestimmen Sie die Zweierpotenzen mit folgenden Exponenten.

- a) 2 b) 1 c) 0 d) 4

1.3 Rechnen mit Wurzeln

Beim Wurzelziehen oder Radizieren¹ zerlegt man eine Zahl a in eine mögliche Anzahl n gleicher Faktoren. Der Faktor ist die Wurzel c .

Wurzeln haben bei geradem Exponenten positives Vorzeichen, bei ungeradem Exponenten ist auch ein negatives Vorzeichen möglich (**Tabelle 1**).

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel. Bei allen Wurzeln außer der Quadratwurzel müssen die Wurzelexponenten angegeben werden.

Wurzeln können auch als Potenzen geschrieben werden. Der Radikand erhält dabei als Exponent den Kehrwert des Wurzelexponenten. Für die Berechnung von in Potenzen umgewandelten Wurzeln gelten die Potenzrechenregeln.

Quadratwurzeln berechnet man mit dem Taschenrechner. Zur Ermittlung der Stellenzahl der Wurzel zerlegt man die Radikanden in einen Faktor und eine Zehnerpotenz mit *geradzahlig*er Hochzahl.

Beispiel 1: Quadratwurzel bestimmen
 Zerlegen Sie die Zahl $a = 36$ in $n = 2$ gleiche Faktoren und geben Sie die Wurzel an.
Lösung:
 $36 = 6 \cdot 6 \Rightarrow \sqrt{36} = \sqrt{36} = 6$
 ($\sqrt{36}$ spricht: Wurzel aus 36)

Beispiel 2: 3. Wurzel berechnen
 Berechnen Sie die 3. Wurzel aus 27.
Lösung:
 $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$
 ($\sqrt[3]{27}$ spricht: Dritte Wurzel aus 27)

Beispiel 3: Potenzwert berechnen
 Wandeln Sie $\sqrt[6]{74}$ in eine Potenz um und berechnen Sie.
Lösung:
 $\sqrt[6]{74} = 74^{\frac{1}{6}} = 74^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = (74^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{74}} = 2,049$

Ist der Radikand ein Summenterm, wird dieser zuerst berechnet und anschließend die Wurzel gezogen.

Wurzelexponent

$\sqrt[n]{a} = c$

Wurzel

Wurzelzeichen

Radikand

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

a, b beliebige Zahlen
 m, n Exponenten
 $| |$ Kurzzeichen für Betrag

Tabelle 1: Vorzeichen von Wurzeln

Wurzelart	Wurzelvorzeichen	Beispiel
Wurzelexponent gerade, Radikand positiv	+	$\sqrt{36} = +6$
Wurzelexponent ungerade, Radikand positiv	+	$\sqrt[3]{27} = +3$ da $(+3)^3 = +27$
Wurzelexponent ungerade, Radikand negativ	-	$\sqrt[3]{-27} = -3$ da $(-3)^3 = -27$

Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie.

1. a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{2500}$ c) $\sqrt{144}$ d) $\sqrt{1600}$
2. a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt{3600}$ c) $\sqrt{81}$ d) $\sqrt{900}$
3. a) $\sqrt{4240}$ b) $\sqrt{68775}$ c) $\sqrt{455870}$ d) $\sqrt{30428}$
4. a) $\sqrt{6540}$ b) $\sqrt{41433}$ c) $\sqrt{867654}$ d) $\sqrt{3422}$
5. a) $\sqrt{3^2 + 5^2}$ b) $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2}$ c) $\sqrt{2^2 + 2,5^2}$
6. a) $\sqrt{5^2 + 2^2}$ b) $\sqrt{4,2^2 + 5,3^2}$ c) $\sqrt{2,5^2 + 3^2}$
7. a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17}$ c) $\sqrt{16} : \sqrt{4}$
 d) $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5}$ e) $(\sqrt{5})^3$ f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$
8. a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}$ c) $\sqrt{25} : \sqrt{5}$
 d) $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}$ e) $(\sqrt{7})^3$ f) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$

¹ lat. radix = Wurzel



1.4 Logarithmen

1.4.1 Zehnerlogarithmen

Die Zehnerlogarithmen, z.B. $\lg 2$, haben die Basis 10. Man berechnet sie mit dem Taschenrechner mit der Taste \log .



In der Elektronik benötigt man zur Darstellung von Kennlinien oft logarithmische Maßstäbe, um einen großen Zahlenbereich zu umfassen. Der Abstand eines beliebigen Wertes x vom Anfangspunkt der Achse lässt sich berechnen. Die Zusammenhänge zeigt **Bild 1**.

Logarithmische Maßstäbe dienen zur Darstellung großer Zahlenbereiche.

Beispiel 1: Logarithmische Einteilung

Teilen Sie eine Strecke von 5 cm von 1 bis 10 im logarithmischen Maßstab.

Lösung:

Man sucht die Zehnerlogarithmen von 1 bis 10 und multipliziert sie jeweils mit der Länge der gewählten Strecke. Die sich ergebenden Werte trägt man vom Anfang der Strecke aus ab und beschriftet die Punkte mit 1 ... 10 (**Bild 2**).

Durch Einteilen einer Strecke in

3 Teile – 4 Teile – 3 Teile

erhält man eine logarithmische Teilung für die Werte **1, 2, 5 und 10 (Bild 3)**.

Aufgaben zu 1.4.1

Berechnen Sie.

- a) $\lg 15$ b) $\lg 23$ c) $\lg 41$ d) $\lg 86$ e) $\lg 87$
- a) $\lg 26$ b) $\lg 68$ c) $\lg 77$ d) $\lg 96$ e) $\lg 240$
- a) $\lg 0,5$ b) $\lg 3,5$ c) $\lg 6,8$ d) $\lg 0,043$
- a) $\lg 0,7$ b) $\lg 8,7$ c) $\lg 5,925$ d) $\lg 0,0084$
- Teilen Sie eine Strecke von 16 cm im logarithmischen Maßstab von 1 bis 10000.
- Stellen Sie eine logarithmische Teilung von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15 cm her.
- Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 50$, wenn der Anfangswert $x_A = 10$, Endwert $x_E = 150$ und $l_{10} = 8$ cm sind?

$\lg x = \log_{10} x$	$\lg x = 0,4343 \cdot \ln x$
$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10}$	$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$

\lg Zehnerlogarithmus
 \ln natürlicher Logarithmus
 l_x Abstand des Wertes x von x_A
 l_{10} Abstand für den Faktor 10
 x Zahlenwert an der Achse
 x_A Zahlenwert am Anfang der Achse

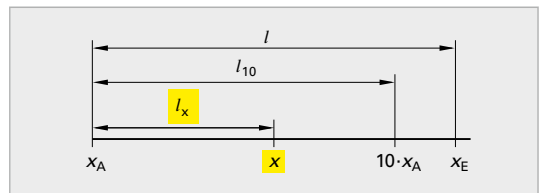


Bild 1: Logarithmische Teilung

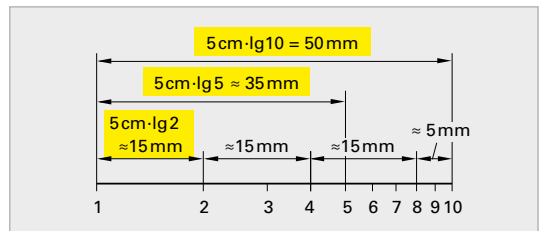


Bild 2: Längeneinteilung bei logarithmischer Teilung

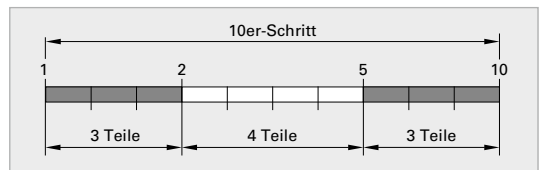


Bild 3: Maßstab zum Zeichnen

- Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 0,04$ einer Achsteilung, wenn der Endwert $x_E = 0,1$ ist? Anfangswert $x_A = 0,01$, $l_{10} = 10$ cm.
- Der Wert x_E einer Achsteilung entspricht 0,3. Sein Abstand vom Achsanfang mit $x_A = 0,01$ beträgt 9,54 cm. Wie groß ist l_{10} ?
- Bei einer Achsteilung ist $l_{10} = 8$ cm und entspricht dem Endwert 0,5. Welchem Wert x entspricht $l_x = 6,23$ cm ($x_A = 0,05$)?

1.4.2 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Durch logarithmische Teilung der Achsen können mehrere Zehnerpotenzen einer Kennlinie übersichtlich dargestellt werden.

Bild 1 zeigt die Kennlinie eines lichtabhängigen Widerstandes (LDR) in doppelt logarithmischer Darstellung. **Bild 2** zeigt die Linearisierung durch Logarithmierung, links linearer, rechts doppelt logarithmischer Maßstab.

Logarithmisch geteilte Achsen haben keinen Nullpunkt.

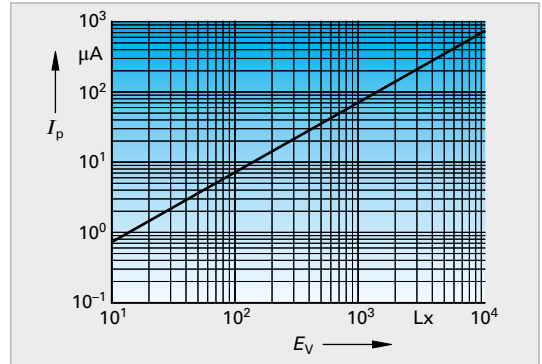


Bild 1: Kennlinie lichtabhängiger Widerstand in doppelt logarithmischer Darstellung

Beispiel 1: LDR – Stromstärke ablesen

Welcher Strom I_p fließt bei einer Beleuchtungsstärke von 10^3 lx nach **Bild 1**?

Lösung:

Abgelesen aus Kennlinie: $I_p = 80 \mu A$

Natürlicher Logarithmus

Natürliche Logarithmen, z. B. In 5, haben die Basis $e = 2,718...$ Man kann sie meist direkt mit dem Taschenrechner berechnen, $\ln x = \log_e x$.

Aufgaben zu 1.4.2

1. Lesen Sie die jeweils zugehörige Beleuchtungsstärke nach **Bild 1** ab für a) $I = 200 \mu A$, b) $I = 5 \mu A$.
2. Lesen Sie die jeweils zugehörige Stromstärke nach **Bild 1** ab für a) $E = 100$ lx, b) $E = 2000$ lx.
3. Lesen Sie den jeweils zugehörigen Spannungswert nach **Bild 2** ab für a) $f = 1000$ Hz, b) $f = 500$ Hz.
4. Lesen Sie die jeweils zugehörige Frequenz nach **Bild 2** ab für a) $U = 30$ V, b) $U = 5$ V.
5. Lesen Sie die jeweilige zugehörige Ausgangsspannung V_{OUT} für alle drei angegebenen Temperaturwerte nach **Bild 3** ab für a) Ausgangsstrom $I_{OUT} = 1$ mA, b) $I_{OUT} = 50$ mA.
6. Am LM 2775 nach **Bild 3** soll die Ausgangsspannung V_{OUT} bei einer Umgebungstemperatur von $T_A = 85^\circ C$ 5 V betragen. Lesen Sie den zugehörigen Ausgangsstrom ab.

Ermitteln Sie die natürlichen Logarithmen.

7. a) $\ln 12$ b) $\ln 24$ c) $\ln 47$ d) $\ln 86$ e) $\ln 96$
8. a) $\ln 35$ b) $\ln 21$ c) $\ln 56$ d) $\ln 75$ e) $\ln 89$

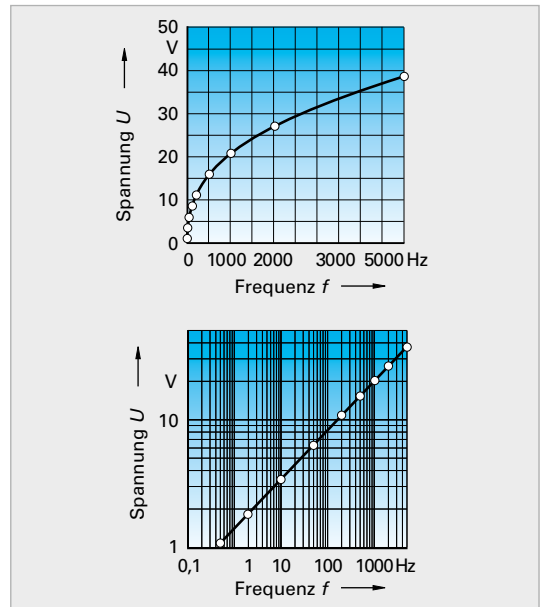


Bild 2: Linearisierung einer Kennlinie

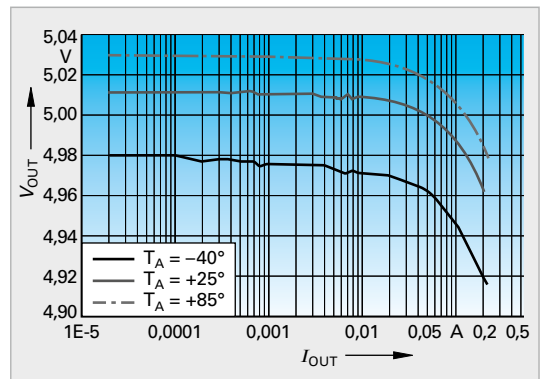


Bild 3: Lastkennlinie LM 2775

1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

Mit der Kehrwerttaste $\boxed{1/x}$ oder $\boxed{x^{-1}}$ wird der Kehrwert der zuletzt eingegebenen Zahl bzw. des zuletzt ermittelten Zwischenergebnisses gebildet.

Mit der Tastfolge „Grundwert \boxed{x} Prozentsatz $\boxed{\%}$ “ wird der Prozentwert ermittelt.

Brüche werden dividiert, indem als Erstes vom zweiten Bruch der Kehrwert gebildet wird. Kehrwert bedeutet: Aus dem Zähler wird der Nenner und aus dem Nenner der Zähler. Anschließend werden die beiden Brüche multipliziert (Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner).

Größenverhältnisse können mit der Prozentrechnung anschaulich gemacht werden.

Eine Größe, z. B. der Widerstandswert 470 Ω , kann so zu seinem Toleranzwert, z. B. 10% in Verhältnis gesetzt werden. Der maximale zu erwartende Widerstandswert beträgt z. B. 517 Ω .

Beispiel 1: Brüche dividieren

Berechnen Sie $\frac{4}{5} : \frac{7}{6}$

Lösung:

Der Kehrwert von $\frac{7}{6}$ ist $\frac{6}{7}$.

$$\frac{4}{5} : \frac{7}{6} = \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{35}$$

Beispiel 2: Kapazitätswert berechnen

Ein Kondensator der E24-Reihe hat eine Kapazität von $C = 33$ mF. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.

Lösung:

$$\Delta C = W$$

Toleranzbereich E24-Reihe 5%

$$\Delta C = \pm \frac{G \cdot p}{100} = \pm \frac{3,3 \text{ mF} \cdot 5}{100} = 0,165 \text{ mF}$$

$$C_{\min} = 3,3 \text{ mF} - 0,165 \text{ mF} = \mathbf{3,135 \text{ mF}}$$

$$C_{\max} = 3,3 \text{ mF} + 0,165 \text{ mF} = \mathbf{3,435 \text{ mF}}$$

$$1\% = \frac{1}{100}$$

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

% Prozent
p Prozentsatz

W Prozentwert
G Grundwert

Aufgaben zu 1.5

Berechnen Sie

- a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{7+4-3}$
- a) $\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$
- a) $\frac{6}{1} : \frac{1}{2}$ b) $6 : \frac{1}{2}$ c) $\frac{6}{1} \cdot \frac{1}{2}$ d) $6 \cdot \frac{1}{2}$ e) $\frac{15}{49} : \frac{20}{49}$
- a) $\frac{1}{2} \cdot 5$ b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ c) $5 : \frac{1}{2}$

d) $1 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{3}$ e) $2 \frac{2}{3} : 1 \frac{1}{2}$
- a) $1 \frac{1}{2} + 2 \frac{2}{3}$ b) $2 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{2}$ c) $\frac{48}{24} + \frac{24}{12}$

d) $\frac{24}{12} - \frac{48}{24}$ e) $\frac{17}{18} : \frac{11}{18}$
- a) $4 \frac{1}{7} : 1 \frac{4}{7}$ b) $4 \frac{3}{4} : 5$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$

d) $\frac{5}{12} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$ e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{15}$
- a) 14% von 458 b) 162% von 384 €
- a) 28,5% von 64 N b) 18,5% von 680 m²
- Ein Widerstand der E24-Reihe hat einen Widerstandswert von $R = 4,7$ k Ω . Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Widerstandswert.
- Ein Kondensator der E48-Reihe hat eine Kapazität von $C = 15$ mF. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.
- Ein Großhändler gewährt seinem Kunden einen pauschalen Rabatt von 8% auf die Rechnungssumme. Welchen Betrag spart ein Kunde, wenn die Rechnungssumme 1570 € beträgt?
- Ein IT-Händler gewährt bei Zahlung innerhalb 10 Tagen 2% Skonto. a) Welchen Betrag darf der Kunde abziehen, wenn ein PC für 1850 € gekauft wird? b) Wie viel kostet der PC nach Abzug des Skonto?

1.6 Funktionen

Die Funktion $P(I)$, d.h. die Abhängigkeit der elektrischen Leistung P vom Strom I , soll an einem 1Ω -Widerstand dargestellt werden. Dazu wird die Messschaltung in **Bild 1** aufgebaut.

Durch Ändern der Spannung werden 5 Stromstärken und 3 Leistungen gemessen (**Bild 2**). Das Pfeildiagramm zeigt, dass jedem Stromwert genau ein Leistungswert zugeordnet ist. Man nennt diese Zuordnung Funktion. $P = f(I)$ oder allgemein $y = f(x)$ (sprich: „ y ist eine Funktion von x “). Dabei ist der Strom $I (\hat{=} x)$ die unabhängige Variable und die Leistung $P (\hat{=} y)$ die vom Strom abhängige Variable.

1.6.1 Beschreibungsformen bei Funktionen

Pfeildiagramm

Mit dem Pfeildiagramm können nur einzelne (diskrete) Werte sichtbar zugeordnet werden.

Funktionsgleichung

Mit der Funktionsgleichung (**Bild 3**) erfolgt die Zuordnung durch Rechnung für jede beliebige Variable x des Definitionsbereiches. Ersetzt man I durch x und P durch y , erhält man

$$y = f(x) = R \cdot x^2 \text{ mit } x \in \mathbb{R}$$

Mit dem Zusatz $x \in \mathbb{R}$ wird die zulässige Zahlenmenge angegeben, d.h. für x dürfen alle reellen Werte in die Formel eingesetzt werden. Ist die Stromstärke in jede Richtung auf 3 A begrenzt, gilt für den Definitionsbereich

$$-3 \leq x \leq 3 \text{ und } x \in \mathbb{R}$$

Wertetabelle

Um eine Funktion grafisch darzustellen, erstellt man eine Wertetabelle. Diese kann durch Rechnung mithilfe der Funktionsgleichung oder Messen am Widerstand gewonnen werden (**Bild 4**). Die empirisch erfassten (gemessenen) Werte weichen von den berechneten ab, weil Messfehler und Umwelteinflüsse die Messung beeinträchtigen.

Schaubild

Das Schaubild (Graph) einer Funktion ist eine Kurve im kartesischen Koordinatensystem (**Bild 5**). Um sie zu erhalten, werden geeignete Wertepaare als Punkte in das Koordinatensystem übertragen. Die unabhängige Variable x (I in A) wird stets in der Waagrechten, die abhängige Variable y (P in W) stets in der Senkrechten gezeichnet.

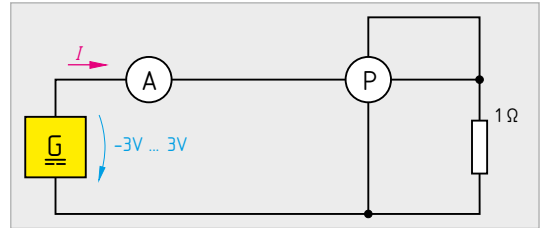


Bild 1: Messschaltung

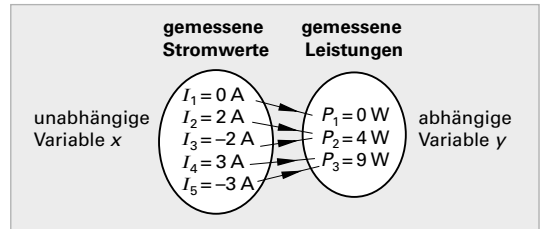


Bild 2: Pfeildiagramm



Bild 3: Funktionsgleichung

$x = I$ in A	-3	-2	-1	0	1	1,5	2	2,5	3
$y = P$ in W	9	4	1	0	1	2,25	4	6,25	9

Bild 4: Wertetabelle

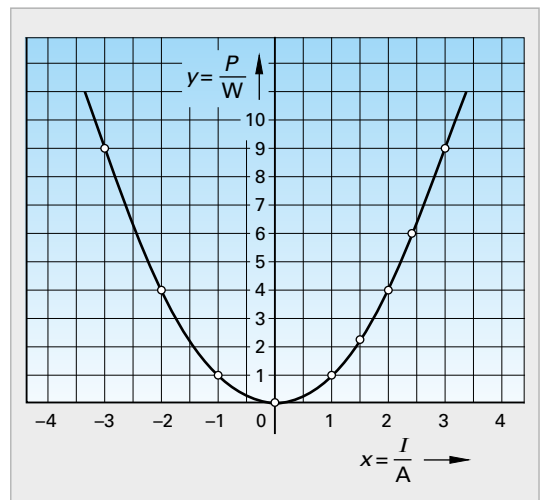


Bild 5: Schaubild

Bei Funktionen ist jeder Stelle x nur ein Funktionswert $f(x)$ zugeordnet.



Aufgaben zu 1.6.1

- Drücken Sie in Worten aus.
 - $A = f(l)$
 - $R = f(\vartheta)$
 - $I = f(U)$
 - $U = f(R)$
 - $P = f(I)$
 - $P = f(U)$

(A Fläche, l Länge, R Widerstand, ϑ Temperatur, U Spannung, I Stromstärke, P Leistung)

- Schreiben Sie in Kurzform:
 - Der Umfang ist eine Funktion des Durchmessers.
 - Die elektrische Leistung ist bei konstanter Spannung eine Funktion des Stromes.

- Von einer Z-Diode wurden Messwerte ermittelt und in einer Wertetabelle aufgeschrieben. Zeichnen Sie den Graph der Funktion $I = f(U)$ mit den Maßstäben $1\text{ V} \triangleq 1\text{ cm}$ und $1\text{ mA} \triangleq 0,1\text{ cm}$.

U in V	-7,9	-7,5	-7,35	-7,2	-7,1
I in mA	-52,5	-26,7	-15	-6	-3

U in V	-7,0	-6,8	-6,7	-6,5	0
I in mA	-2	-1,1	-0,5	0	0

- Ein Heißeiter mit $10\text{ k}\Omega$ bei 20°C Raumtemperatur hat die Kennlinie **Bild 1**. Wie groß ist der Widerstand bei
 - -10°C ,
 - 10°C ,
 - 30°C ,
 - 180°C ,
 - 150°C ,
 - 60°C ?
- Ein Heißeiter mit $100\text{ k}\Omega$ hat die Kennlinie **Bild 1**. Wie groß ist der Widerstand bei
 - 30°C ,
 - 50°C ,
 - 70°C ,
 - 100°C ,
 - 130°C ,
 - 160°C ?

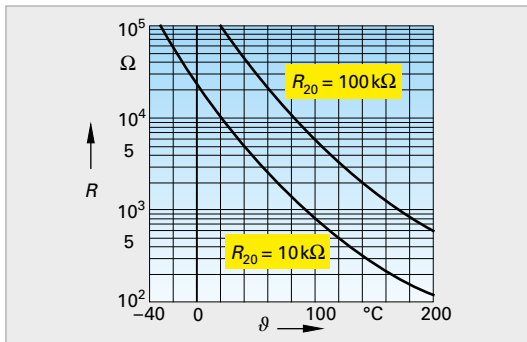


Bild 1: Heißeiterkennlinien

1.6.2 Lineare Funktionen

Die allgemeine Funktionsgleichung einer linearen Funktion enthält außer den Variablen x und y den Faktor m sowie eine Konstante b . Der Faktor m ist der Steigungsfaktor und b der y -Achsenabschnitt des Graphen (**Bild 2**). Ist der Steigungsfaktor negativ, so fällt die Gerade nach rechts. Ist $b = 0$, so verläuft der Graph durch den Ursprung (Nullpunkt).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$y = f(x) = mx + b$$

$$y = m \cdot (x - x_P) + y_P$$

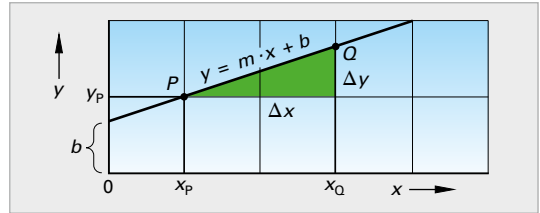


Bild 2: Graph einer linearen Funktion

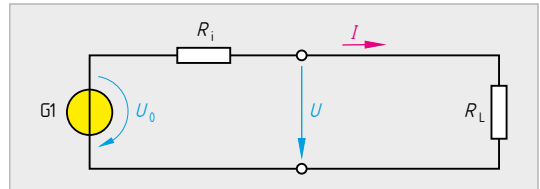


Bild 3: Belasteter Spannungserzeuger

Zur Bestimmung einer linearen Funktion sind zwei Punkte der Funktion (Wertepaare) notwendig, z. B. P und Q .

Aufgaben zu 1.6.2

- Die Abhängigkeit des Stromes von der an einem Widerstand angelegten Spannung soll als Graph dargestellt werden für
 - $R_1 = 1\text{ k}\Omega$,
 - $R_2 = 2,2\text{ k}\Omega$,
 - $R_3 = 3,9\text{ k}\Omega$,
 - $R_4 = 8,2\text{ k}\Omega$.
 Zeichnen Sie die Kurvenschar für Spannungen bis 100 V . $10\text{ V} \triangleq 1\text{ cm}$; $10\text{ mA} \triangleq 2\text{ cm}$.
- Der zurückgelegte Weg hängt bei konstanter Geschwindigkeit von der Fahrzeit ab. Stellen Sie die Abhängigkeit bis jeweils 30 Minuten Fahrzeit zeichnerisch dar. Für
 - $v = 45\text{ km/h}$,
 - $v = 65\text{ km/h}$. $10\text{ min} \triangleq 1\text{ cm}$; $5\text{ km} \triangleq 1\text{ cm}$.
- Ermitteln Sie für die Schaltung **Bild 3** mit $U_0 = 20\text{ V}$ und $R_i = 10\ \Omega$,
 - die Funktionsgleichung für U ,
 - Wertetabelle und Graph der Funktion $U = f(I)$,
 - Berechnen Sie den Steigungsfaktor des Graphen.
- In Schaltung **Bild 3** ist I von U_0 abhängig. $R_i = 10\ \Omega$, $R_L = 30\ \Omega$, $U_0 = 0\text{ V}$ bis 10 V .
 - Stellen Sie für $I = f(U_0)$ die Funktionsgleichung auf.
 - Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.
 - Berechnen Sie die Steigung m der Funktion.