



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische
und elektronische Berufe

Methodische Lösungswege zu **Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme**

**Lehr- und Übungsbuch mit digitalen Zusatzinhalten
der Mathematik und des Fachrechnens
für Berufe der Informationstechnik, der
Kommunikationstechnik und der Elektronik**

Gültig ab der 17. Auflage des Lehrbuchs

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch
Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse
lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 33234L (Dauerlizenz)
Europa-Nr.: 33234V (Jahreslizenz)

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“:

Günther Buchholz	Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat	Stuttgart
Monika Burgmaier	Oberstudiendirektorin	Durbach
Patricia Burgmaier	Dipl.-Ing. (BA)	Melsungen
Elmar Dehler	Studiendirektor	Ulm
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Jörg Andreas Oestreich	Dipl.-Ing.	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Bernd Schiemann, Durbach

17. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3849-4 (Dauerlizenz)

ISBN 978-3-8085-3848-7 (Jahreslizenz)

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: braunwerbeagentur, Radevormwald
Umschlagfoto: ©greenbutterfly – stock.adobe.com

Kapitelübersicht

1	Rechnen mit Zahlen	9		1
2	Rechnen mit Größen	18		2
3	Rechnen mit Formeln	20		3
4	Elektrotechnische Grundlagen	26		4
5	Wechselstromtechnik	52		5
6	Elektronische Schaltungen	77		6
7	Digitaltechnik	107		7
8	Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)	132		8
9	Computertechnik	143		9
10	Kommunikationstechnik	151		10
11	Datenübertragung	157		11
12	Netztechnik	168		12
13	Regelungstechnik	173		13
14	Antriebstechnik	184		14
15	Projektaufgaben	195		15
16	Arbeiten mit Datenblättern	206		16
17	Rechnungswesen und Controlling	208		17
18	Markt- und Kundenbeziehungen	219		18
19	Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik	228		19
20	Ergänzendes Fachwissen Mathematik	254		20

Didaktische Hinweise für den Unterricht

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ ist Bestandteil eines offenen Lehrsystems und unterstützt den personalen Unterricht in hervorragender Weise. Es bietet einen umfangreichen Aufgabenfundus, der zur Erfolgskontrolle und der Vorbereitung von Klassenarbeiten dient.

Darbietung des Lehrstoffs. Fachkundliche Informationen und fachmathematische Inhalte werden im handlungsorientierten Unterricht parallel vermittelt. Damit ist das Buch besonders gut geeignet als **Arbeitsbuch für den Lernfeldunterricht**. Anhand der fachkundlichen Informationen und der fachmathematischen Aufarbeitung lassen sich gezielt Teilaufgaben für Lernsituationen bearbeiten. Wegen der Gleichheit der Formelzeichen und der Bilder empfiehlt sich daher die Verwendung der Bücher „Fachkunde für Industrieelektroniker und Informationstechnik“, „Fachkunde für Büro- und Informationstechnik mit Radio-, Fernseh- und Medientechnik“ und „Fachbildung Telekommunikationstechnik“ der EUROPA-Fachbuchreihe.

Vertiefung des Lehrstoffs. Die Aufgaben sind für die Übungsphase bestimmt. Sie sind mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad angeordnet, und zwar meist paarweise, sodass sich folgende Übungsvariante anbietet: Im Klassenverband oder in Gruppenarbeit werden nur die Aufgaben 1, 3, 5, ... bearbeitet. Die Aufgaben 2, 4, 6, ... sind der Selbsttätigkeit, der Hausarbeit und der Klassenarbeit vorbehalten.

Für Klassenarbeiten und Prüfungen sind die Formeln und Rechenanweisungen des Mathematikbuchs „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ in den Formelsammlungen „Formeln für Elektroniker und IT“ oder „Formeln Informations- und Systemtechnik“ übersichtlich zusammengefasst.

Vorwort zur 17. Auflage





Die Neubearbeitung des Buches „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ machte die Neuauflage der „Methodischen Lösungswege“ erforderlich.

Angesichts des größeren Umfangs sowie wegen des gestiegenen Schwierigkeitsgrades vieler Aufgaben musste mit einem erheblich dicker gewordenen Buch „Methodische Lösungswege“ gerechnet werden. Trotz der damit verbundenen Herausforderung entschlossen sich Verlag und Arbeitskreis, es bei dem aufwendigen Aufzeigen des Lösungsweges zu belassen, weil bei der Komplexität der Aufgaben es auch dem versierten Fachmann nur mit großem Zeitaufwand möglich ist, alle Aufgaben ohne Hilfsmittel zu lösen. So sollen die „Methodischen Lösungswege“ dem Lehrenden helfen, den Zeitaufwand für die Unterrichtsvorbereitung und für Korrekturen in Grenzen zu halten, damit er sich umso mehr den Lernenden widmen kann.

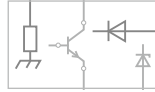
Bei entsprechender Reife können auch die Lernenden aus dem Buch Nutzen ziehen, weil sie dann bei gelösten Aufgaben die Richtigkeit ihrer eigenen Lösung überprüfen können. Die „Methodischen Lösungswege“ können beim Verlag bezogen werden.

Verlag und Verfasser danken für die hilfreichen Hinweise der Benutzer und freuen sich auch künftig über konstruktive Verbesserungsvorschläge.

Inhaltsverzeichnis

1	Rechnen mit Zahlen		4.7.3 4.7.4 4.8 4.8.1 4.8.2 4.8.3 4.8.4 4.9 4.10 4.10.1 4.10.2 4.10.3 4.10.4 4.11 4.11.1 4.11.2 4.12 4.12.1 4.12.2	Leistung und Arbeit bei Drehbewegung . . . 33 Wirkungsgrad und Arbeitsgrad 33 Grundschaltungen 35 Reihenschaltung 35 Parallelschaltung 35 Gemischte Schaltungen 36 Spannungsteiler 39 Brückenschaltungen 40 Erzeuger-Ersatzschaltungen 41 Spannungserzeuger 41 Spannungserzeugung mit Fotovoltaik 41 Sekundärelemente (der Energieelektronik) aufladen 42 Anpassungsarten 42 Schaltungen simulieren 45 Schaltungen simulieren mit Multisim 45 Schaltungen simulieren mit PSpice 49 Temperatur und Wärme 50 Wärme und Wärmekapazität 50 Wärmewiderstand 50
1.1	Grundgesetze 9			
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz 9			
1.1.2	Bruchrechnen 9			
1.2	Potenzen 10			
1.2.1	Zehnerpotenzen 10			
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten . . 12			
1.3	Rechnen mit Wurzeln 12			
1.4	Logarithmen 13			
1.4.1	Zehnerlogarithmen 13			
1.4.2	Logarithmische Darstellung, Linearisieren . . 14			
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen 14			
1.6	Funktionen 14			
1.6.1	Beschreibungsformen bei Funktionen 14			
1.6.2	Lineare Funktionen 15			
1.6.3	Trigonometrische Funktionen 15			
2	Rechnen mit Größen		5	Wechselstromtechnik
2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen 18		5.1	Wechselgrößen 52
2.2	Umrechnen der Einheiten 18		5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge 52
2.3	Addition und Subtraktion 18		5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert 52
2.4	Multiplikation und Division 19		5.1.3	Impulse 53
3	Rechnen mit Formeln		5.2	Kondensator 54
3.1	Umstellen von Formeln 20		5.2.1	Elektrisches Feld 54
3.2	Formel als Größengleichung 23		5.2.2	Ladung und Kapazität 54
3.2.1	Längen und Flächen 23		5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes 55
3.2.2	Satz des Pythagoras 25		5.2.4	Kapazität 55
3.2.3	Geschwindigkeiten 25		5.2.5	Schaltungen von Kondensatoren 56
4	Elektrotechnische Grundlagen		5.2.6	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung 56
4.1	Stromdichte 26		5.2.7	Kapazitiver Blindwiderstand 56
4.2	Widerstände 26		5.3	Spule 57
4.2.1	Widerstand und Leitwert 26		5.3.1	Elektromagnetismus 57
4.2.2	Widerstand und Temperatur 27		5.3.2	Induktion und Induktivität 59
4.2.3	Leiterwiderstand 27		5.3.3	RL-Schaltungen an Gleichspannung 59
4.3	Das Ohm'sche Gesetz 28		5.3.4	Induktiver Blindwiderstand 60
4.4	Messen 28		5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen 60
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten 28		5.4.1	RC- und RL-Schaltungen 60
4.4.2	Digitales Messen mit DMM 29		5.4.2	RLC-Schaltungen 66
4.4.3	Digitales Multimeter DMM 29		5.5	Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom 70
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen 29		5.6	Drehstrom 71
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung . . 30		5.6.1	Sternschaltung 71
4.7	Arbeit und Energie 31		5.6.2	Dreieckschaltung 73
4.7.1	Elektrische Arbeit 31		5.6.3	Leistungen bei Drehstrom 73
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung 32		5.7	Transformator 74
			5.7.1	Transformatorhauptgleichung 74
			5.7.2	Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand 75

6 Elektronische Schaltungen



6.1 Schaltungen mit nicht linearen Widerständen 77

6.1.1 Differenzieller Widerstand 77

6.1.2 Impedanzen im Arbeitspunkt 77

6.1.3 Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung 77

6.1.4 Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren 77

6.2 Schaltungen mit Dioden 78

6.2.1 Festlegung des Arbeitspunktes 78

6.2.2 Gleichrichterschaltungen 79

6.2.3 Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden 81

6.3 Licht 82

6.4 Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen 83

6.5 Verstärker mit bipolaren Transistoren 84

6.5.1 Arbeitspunkt in der Emitterschaltung 84

6.6 Kippschaltungen 86

6.6.1 Transistoren als elektronische Schalter 86

6.6.2 Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last 87

6.7 Verstärker mit Feldeffekttransistoren 88

6.7.1 Gleichstromgrößen von FET in Source-schaltung 88

6.7.2 Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung 88

6.7.3 Analogschalter mit FET 89

6.8 Leistungselektronik 90

6.8.1 IGBT 90

6.8.2 Thyristoren als elektronische Schalter 90

6.8.3 Gesteuerte Stromrichter 91

6.9 Operationsverstärker 92

6.9.1 Eingangsschaltung des Operationsverstärkers 92

6.9.2 Verstärkung ohne Gegenkopplung 93

6.9.3 Komparatoren 93

6.9.4 Invertierender Verstärker 94

6.9.5 Summierverstärker 95

6.9.6 Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler 96

6.9.7 Subtrahierverstärker und Differenzverstärker 96

6.9.8 Instrumentenverstärker (INV) 98

6.9.9 Differenzier-Invertierer 98

6.9.10 Integrier-Invertierer 99

6.10 Kippschaltungen 99

6.10.1 Astabile Kippschaltung 99

6.10.2 Monostabile Kippschaltung 100

6.10.3 Schwellwertschalter 100

6.11 Stabilisieren und Regeln 102

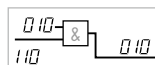
6.11.1 Spannung stabilisieren 102

6.11.2 Strom stabilisieren 103

6.11.3 Spannung regeln mit IC 103

6.11.4 Schaltnetzteile (SNT) 104

7 Digitaltechnik



7.1 Aufbau der Zahlensysteme 107

7.2 Dualzahlen 107

7.2.1 Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen 107

7.2.2 Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen 108

7.2.3 Addition und Subtraktion von Dualzahlen 111

7.2.4 Multiplikation und Division von Dualzahlen 112

7.2.5 Subtraktion durch Komplementaddition 114

7.3 BCD-Codes 116

7.4 Hexadezimalzahlen 118

7.4.1 Hexadezimalzahlen und Dualzahlen 118

7.4.2 Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen 118

7.4.3 Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen 119

7.5 Kombinatorische Digitaltechnik (Schaltetze) 121

7.5.1 Schaltalgebraische Begriffe 121

7.5.2 Kommutativgesetz der Schaltalgebra 122

7.5.3 Assoziativgesetz der Schaltalgebra 123

7.5.4 Distributivgesetze der Schaltalgebra 124

7.5.5 Schaltalgebraische Funktionen 124

7.6 Logische Verknüpfungen von Zahlen 127

7.7 Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen 128

7.7.1 Algebraisches Minimieren 128

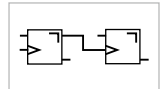
7.7.2 Realisieren mit NAND-Elementen 128

7.7.3 Aufstellen des KV-Diagramms 130

7.7.4 Minimieren mit dem KV-Diagramm 130

7.8 Lastfaktoren 131

8 Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke)



8.1 JK-Kippschaltungen 132

8.2 Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung 132

8.3 Schaltfunktion aus Wertetabelle 132

8.4 Schaltung aus Schaltfunktion 133

8.5 Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern 136

8.6 Frequenzteiler 139

8.7 Direkte digitale Synthese DDS 140

8.8 PAL-Schaltkreise anwenden 141

8.9 Programmieren mit VHDL 141

9 Computertechnik



9.1 Berechnung der Speicherkapazität 143

9.2 Bildschirmauflösung und Speicherkapazität 143

9.3 PC-Firmware 144

9.3.1 PC-BIOS einstellen 144

9.3.2 UEFI 145

9.4 C/C++ und ARDUINO 146

9.4.1 Lineare Programme 146

9.4.2 Programmverzweigungen 146

9.4.3 Programmschleifen 147

9.4.4 Felder (eindimensional) 147


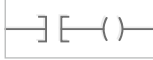




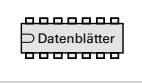


9.4.5 Programmieren mit Vorgaben 148

9.5 Datenbank anlegen 148

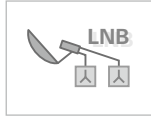
9.5.1 Datenbanken mit Access erstellen 148

9.5.2 Arbeiten mit einer Access-Datenbank 149

9.5.3 Datenbanksprache SQL 150

10	Kommunikationstechnik		10.1 Kommunikationsanlagen. 151 10.1.1 Übertragungsgrößen 151 10.1.2 Kenngrößen von Richtantennen. 152 10.2 Schaltungen der Kommunikationstechnik . 153 10.2.1 Leistungsverstärker für Niederfrequenz. . 153 10.2.2 Akustik 154
11	Datenübertragung		11.1 Signalabtastung 157 11.2 Signalumsetzer 157 11.3 Digitale Modulation 158 11.3.1 PSK und QAM 158 11.3.2 Pulsmodulation 159 11.3.3 Quantisierung und Codierung 159 11.4 Geschwindigkeit der Datenübertragung. . 160 11.5 Zeitmultiplexübertragung 162 11.6 Fehlerhäufigkeit 162 11.7 Pegel und Dämpfung von Datenleitungen . 164 11.8 Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit 165 11.9 Verbindungstechnik 166 11.9.1 Glasfasertechnik 166 11.9.2 Übertragungreichweiten in Glasfasernetzen 166
12	Netztechnik		12.1 Aufbau von IT-Netzen, Routingtabelle auslesen 168 12.1.2 Errichten lokaler Netzwerke 169 12.2 Messen in LAN. 170 12.2.1 Grundlagen NEXT, FEXT 170 12.2.2 Messen und Fehlersuche. 170 12.3 Adressierung von Netzen 170 12.3.1 Internetadressierung von IPv4 170 12.3.2 IPv6 171 12.3.3 Subnetze. 171 12.3.4 Aufteilung in Subnetze. 172
13	Regelungstechnik		13.1 Unstetige Regler 173 13.2 Stetige Regler 174 13.2.1 P-Regler 174 13.2.2 Analyse von Regelstrecken. 175 13.2.3 PI-Regler 178 13.2.4 PDT ₁ -Regler und PD-Regler. 179 13.2.5 PID-Regler 180 13.2.6 Regler einstellen (Ziegler/Nichols). 181 13.2.7 Auswahl der Reglerkennwerte 182
14	Antriebstechnik		14.1 Antrieb mit Gleichstrommotoren. 184 14.2 Ein-Quadranten-Steller (1Q-Steller). 184 14.3 H-Brücke 185 14.4 Drehstromasynchronmotor (DASM) 187 14.6 Schrittmotoren 189 14.6.1 Schrittwinkel und Drehzahl. 189 14.6.2 Schrittmotoren ansteuern. 190
15	Projektaufgaben		15.1 Aufgaben der Analogtechnik 195 15.2 Aufgaben der Digitaltechnik 197 15.3 Schaltungen mit monostabilen Kippgliedern 202 15.4 Transportbandsteuerung. 203 15.5 Codeprüfung 205
16	Arbeiten mit Datenblättern		16.1 Einführung in den Datenblattgebrauch. . . 206 16.1.1 Allgemeine Angaben 206 16.1.2 Technische Kenngrößen in Datenblättern. . 206 16.1.3 Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen. 206 16.2 Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30\text{ }^\circ\text{C}$ 206 16.3 Überstromschutzeinrichtungen 206 16.4 Kleintransformatoren. 207
17	Rechnungswesen und Controlling		17.1 Arbeiten mit EXCEL 208 17.2 Finanzbuchhaltung 209 17.3 Kostenrechnung 209 17.3.1 Fixe und variable Kosten 209 17.3.2 Kostenstellenrechnung 211 17.3.3 Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe 215 17.3.4 Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben. 217
18	Markt- und Kundenbeziehungen		18.1 Lieferantenauswahl 219 18.1.1 ABC-Analyse 219 18.1.2 Nutzwertanalyse. 220 18.2 Bestellung und Lagerhaltung 221 18.2.1 Bestellpunktverfahren 221 18.2.2 Lagerkennziffern 222 18.2.3 Optimale Bestellmenge 222 18.2.4 Eigenfertigung oder Fremdbezug 222 18.3 Prüfungsaufgaben IT-Technik 223 18.3.1 Unternehmensgründung. 223 18.3.2 Beschaffung und Betrieb von Datenprojekten. 224 18.3.3 Kommunikationskosten 226 18.3.4 Druckerkosten 227

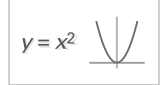
**19 Ergänzendes Fachwissen
Elektrotechnik,
Kommunikationstechnik**



19.1 Netzwerkschaltungen 228
 19.1.1 Überlagerung bei linearen Netzwerken . . . 228
 19.1.2 Ersatzspannungsquelle 229
 19.1.3 Ersatzstromquelle. 230
 19.2 Ermittlung von Kuhlfliachen. 230
 19.3 Felder in der Elektrotechnik. 231
 19.3.1 Elektrische Flussdichte. 231
 19.3.2 Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes 231
 19.4 RC-Schaltungen 232
 19.4.1 Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung. 232
 19.4.2 Einfache RC-Siebschaltungen. 234
 19.5 Schwingungserzeugung mit Wien-Oszillator. 235
 19.6 Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes. 237
 19.7 Schaltkreis PAL 16RP8 237
 19.8 Verteilnetze 238
 19.8.1 Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen 238
 19.8.2 Rauschabstand in HF-Verteilnetzen 240
 19.8.3 Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen 241
 19.8.4 Tragerrauschabstand in Satelliten-Empfangsanlagen. 242
 19.8.5 Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen. 242
 19.8.6 Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen. 243
 19.8.7 Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen. 244
 19.8.8 100-V-Normausgang 244

19.9 Analoge Signalübertragung 245
 19.9.1 Modulation, Mischung und Demodulation 245
 19.9.2 Mischung und Frequenzumsetzung. 248
 19.10 Fehlererkennung 249
 19.11 Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen. 253

**20 Ergänzendes Fachwissen
Mathematik**



20.1 Gleichungen. 254
 20.1.1 Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten 254
 20.1.2 Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten 255
 20.1.3 Quadratische Gleichungen 256
 20.1.4 Sinussatz und Kosinussatz 257
 20.2 Funktionen 258
 20.2.1 Quadratische Funktionen 258
 20.2.2 Exponentialfunktionen. 259
 20.3 Differenzieren 260
 20.3.1 Differenzenquotient und Differenzialquotient 260
 20.3.2 Ableitungen von Funktionen. 260
 20.4 Integrieren 261
 20.4.1 Unbestimmtes Integral 261
 20.4.2 Bestimmtes Integral 263
 20.4.3 Mittelwerte. 264
 20.5 Funktionen mit komplexen Größen 266
 20.5.1 Zahlen in der komplexen Zahlenebene . . . 266
 20.5.2 Grundrechenarten mit komplexen Zahlen . 267
 20.5.3 Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene. 269
 20.6 Reihen. 269
 20.6.1 Arithmetische Reihe 269
 20.6.2 Geometrische Reihe 270

1 Rechnen mit Zahlen

1.1 Grundgesetze

1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

Seite 10

1. a) $3 - 5 + 8 - 1 = 3 + 8 - 5 - 1 = 11 - 6 = 5$
 b) $6 + 12 - 10 - 3 = 12 + 6 - 3 - 10 = 18 - 13 = 5$
 c) $2 - 4 + 5 - 9 = 2 + 5 - 4 - 9 = 7 - 13 = -6$
 d) $8 - 7 + 5 = 8 + 5 - 7 = 13 - 7 = 6$
2. a) $7 - 3 - 2 + 8 = 7 + 8 - 3 - 2 = 15 - 5 = 10$
 b) $5 - 2 + 3 - 1 = 5 + 3 - 2 - 1 = 8 - 3 = 5$
 c) $9 - 2 + 7 = 9 + 7 - 2 = 16 - 2 = 14$
 d) $3 - 1 - 5 + 23 = 3 + 23 - 1 - 5 = 26 - 6 = 20$
3. a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot (-3) \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot (-3) = 4 \cdot (-3) = -12$
 b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3) = (-3) \cdot (-5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$
 c) $2 \cdot 3 \cdot (-7) = (-7) \cdot 3 \cdot 2 = (-7) \cdot 6 = -42$
 d) $3 \cdot (-2) \cdot 9 = (-2) \cdot 3 \cdot 9 = (-2) \cdot 27 = -54$
4. a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2 = (-8) \cdot 8 = -64$
 b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3) = (-5) \cdot (-3) \cdot 3 = 15 \cdot 3 = 45$
 c) $2 \cdot 5 \cdot (-2) = (-2) \cdot 2 \cdot 5 = (-2) \cdot 10 = -20$
 d) $6 \cdot (-1) \cdot 1 = -6$
5. a) $6 + 2 + 4 = 6 + (2 + 4) = 6 + 6 = 12$
 b) $-3 + 2 - 5 = (-3 - 5) + 2 = -8 + 2 = -6$
 c) $3 - 8 + 11 = (3 + 11) - 8 = 14 - 8 = 6$
 d) $8 + 2 - 4 = (8 + 2) - 4 = 10 - 4 = 6$
6. a) $5 + 4 + 3 = (5 + 3) + 4 = 8 + 4 = 12$
 b) $4 + 2 - 3 = (4 + 2) - 3 = 6 - 3 = 3$
 c) $3 - 9 + 6 = (3 + 6) - 9 = 9 - 9 = 0$
 d) $8 + 2 - 4 = (8 + 2) - 4 = 10 - 4 = 6$
7. a) $3 \cdot 5 \cdot 4 = 3 \cdot (5 \cdot 4) = 3(5 \cdot 4) = 3 \cdot 20 = 60$
 b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2 = (5 \cdot 2)(-3) = 10(-3) = -30$
8. a) $6 \cdot 4 \cdot 2 = 6(4 \cdot 2) = 6 \cdot 8 = 48$
 b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3 = (4 \cdot 3)(-2) = 12(-2) = -24$
9. a) $3(5 + 2) = 3 \cdot 7 = 21$
 b) $5(7 - 4) = 5 \cdot 3 = 15$
10. a) $4(8 + 3) = 4 \cdot 11 = 44$
 b) $3(5 - 2) = 3 \cdot 3 = 9$
11. a) $(-2)(7 + 5) = (-2)12 = -24$
 b) $3(7 - 6 + 1) = 3 \cdot 2 = 6$
 c) $(-6)(8 - 3) = (-6) \cdot 5 = -30$
 d) $(-5)(6 - 14) = (-5)(-8) = 40$
12. a) $(-7)(8 - 6) = (-7)2 = -14$
 b) $5(9 - 5 - 4) = 5 \cdot 0 = 0$
 c) $(-4)(6 - 2) = (-4) \cdot 4 = -16$
 d) $(-9)(8 - 12) = (-9)(-4) = 36$

1.1.2 Bruchrechnen

Seite 11

1. a) $\frac{65}{13} = 5$ b) $\frac{144}{16} = 9$
 c) $\frac{-96}{4} = -24$ d) $\frac{48}{-3} = -16$
 e) $\frac{-27}{-9} = 3$ f) $\frac{169}{-13} = -13$
 g) $\frac{-144}{-12} = 12$ h) $\frac{-27}{9} = -3$
2. a) $\frac{88}{-11} = -8$ b) $\frac{136}{17} = 8$
 c) $\frac{64}{-16} = -4$ d) $\frac{156}{-12} = -13$
 e) $\frac{-81}{-9} = 9$ f) $\frac{171}{-19} = -9$
 g) $\frac{-232}{-8} = 29$ h) $\frac{-36}{-6} = 6$
3. a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{15 + 24 + 50}{60} = \frac{89}{60} = 1 \frac{29}{60}$

$$\text{b) } \frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30} = \frac{18 - 4 + 7}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

$$\text{c) } \frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8} = \frac{35 - 44 - 64 + 45}{120} \\ = \frac{-28}{120} = -\frac{7}{30}$$

$$\text{d) } \frac{2}{8} + \frac{4}{7} - \frac{8}{6} = \frac{84 + 192 - 448}{336} = -\frac{43}{84}$$

$$4. \text{ a) } \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6 + 9 + 2}{12} = \frac{17}{12} = \frac{15}{12}$$

$$\text{b) } \frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48} = \frac{30 - 10 + 5}{48} = \frac{25}{48}$$

$$\text{c) } \frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4} = \frac{34 - 28 + 33 - 9}{36} \\ = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

$$\text{d) } \frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{12 - 2 + 1}{16} = \frac{11}{16}$$

$$5. \text{ a) } \frac{2}{53} \cdot 8 = \frac{2 \cdot 8}{53} = \frac{16}{53}$$

$$\text{b) } \frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}$$

$$\text{c) } \frac{8}{21} \cdot 1 \frac{2}{5} = \frac{8 \cdot 7}{21 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$\text{d) } \frac{5}{31} : \frac{2}{13} = \frac{5 \cdot 13}{31 \cdot 2} = \frac{65}{62}$$

$$\text{e) } 8 \frac{5}{7} : 3 \frac{3}{5} = \frac{61}{7} : \frac{18}{5} = \frac{61 \cdot 5}{7 \cdot 18} = \frac{305}{126} = 2 \frac{53}{126}$$

$$\text{f) } \frac{3}{9} : \frac{4}{8} = \frac{3 \cdot 8}{9 \cdot 4} = \frac{2}{3}$$

$$6. \text{ a) } \frac{5}{37} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{37} = \frac{35}{37}$$

$$\text{b) } \frac{3}{27} \cdot 4 \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{c) } \frac{2}{15} \cdot 2 \frac{3}{7} = \frac{2}{15} \cdot \frac{17}{7} = \frac{34}{105}$$

$$\text{d) } \frac{7}{75} / \frac{8}{5} = \frac{7 \cdot 5}{75 \cdot 8} = \frac{35}{600} = \frac{7}{120}$$

$$\text{e) } \frac{4}{9} / 7 \frac{5}{13} = \frac{4}{9} / \frac{96}{13} = \frac{4 \cdot 13}{9 \cdot 96} = \frac{13}{9 \cdot 24} = \frac{13}{216}$$

$$\text{f) } \frac{3}{11} / \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9}{11 \cdot 5} = \frac{27}{55}$$

$$7. \text{ a) } \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{b) } \frac{4}{15} = 0,2\bar{6} \approx 0,267$$

$$\text{c) } \frac{12}{125} = 0,096 \quad \text{d) } \frac{35}{55} = 0,6\bar{3} \approx 0,636$$

$$\text{e) } \frac{154}{224} = 0,6875$$

$$8. \text{ a) } 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad \text{b) } 0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

$$\text{c) } 1,23 = 1 \frac{23}{100} \quad \text{d) } 2,05 = 2 \frac{5}{100} = 2 \frac{1}{20}$$

$$\text{e) } 0,0075 = \frac{75}{10000} = \frac{3}{400}$$

$$9. \text{ a) } \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9} \right) \left(2 \frac{2}{5} - \frac{5}{4} \right) = \frac{15 - 10}{18} \cdot \frac{48 - 25}{20}$$

$$= \frac{5}{18} \cdot \frac{23}{20} = \frac{23}{18 \cdot 4} = \frac{23}{72}$$

$$\text{b) } \left(4 \frac{4}{5} - 3 \frac{1}{4} \right) \cdot \left(2 \frac{1}{5} + 1 \frac{5}{6} \right) = \frac{96 - 65}{20} \cdot \frac{66 + 55}{30}$$

$$= \frac{31 \cdot 121}{20 \cdot 30} = \frac{3751}{600} = 6 \frac{151}{600}$$

$$10. \text{ a) } \left(8 \frac{7}{5} - 6 \frac{5}{8} \right) / \left(3 \frac{8}{9} + 2 \frac{2}{5} \right)$$

$$= \frac{376 - 265}{40} / \frac{175 + 108}{45} = \frac{111 \cdot 45}{40 \cdot 283} = \frac{999}{2264}$$

$$\text{b) } \left(4 \frac{5}{8} - 6 \frac{3}{4} + 3 \frac{1}{2} \right) \cdot \left(6 \frac{1}{3} - 2 \frac{4}{5} - 1 \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{37 - 54 + 28}{8} \cdot \frac{760 - 336 - 135}{120}$$

$$= \frac{11 \cdot 120}{8 \cdot 289} = \frac{11 \cdot 15}{289} = \frac{165}{289}$$

1.2 Potenzen

1.2.1 Zehnerpotenzen

1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Seite 12

$$1. \text{ a) } 10^{+4} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$\text{b) } 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$\text{c) } 10^{+3} = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$\text{d) } 10^{-6} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$2. \text{ a) } 10^{-2} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$\text{b) } 10^{+5} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

- c) $10^{-7} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$
d) $10^{+8} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
3. a) $10^6 = 1\,000\,000$ b) $10^{-3} = 0,001$
c) $10^{-2} = 0,01$ d) $10^{-9} = 0,000\,000\,001$
4. a) $10^{-1} = 0,1$ b) $10^0 = 1$
c) $10^{-6} = 0,000\,001$ d) $10^8 = 100\,000\,000$
5. a) $\frac{1}{10^{-6}} = 10^6$ b) $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$
c) $\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$ d) $\frac{1}{10^{-12}} = 10^{12}$
6. a) $\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$ b) $\frac{1}{10^0} = 10^0$
c) $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$ d) $\frac{1}{10^1} = 10^{-1}$
7. a) $\frac{1}{10^0} = 1$ b) $\frac{1}{10^1} = 0,1$
c) $\frac{1}{10^{-3}} = 1000$ d) $\frac{1}{10^4} = 0,0001$
8. a) $\frac{1}{10^{-6}} = 1\,000\,000$ b) $\frac{1}{10^{-4}} = 10\,000$
c) $\frac{1}{10^2} = 0,01$ d) $\frac{1}{10^{-5}} = 100\,000$
9. a) $24\,000 = 24 \cdot 10^3$
b) $0,0023 = 2,3 \cdot 10^{-3}$
c) $700\,000 = 0,7 \cdot 10^6$
(Es gibt auch andere richtige Lösungen.)
10. a) $12\,000 = 12 \cdot 10^3$
b) $0,000\,12 = 1,2 \cdot 10^{-4}$
c) $340\,000 = 0,34 \cdot 10^6$
(Es gibt auch andere richtige Lösungen.)
2. a) $10^2 - 10^1 - 10^{-2} = 100 - 10 - 0,01 = 89,99$
b) $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$
 $= 0,000\,001 + 0,000\,000\,1 + 1$
 $= 1,000\,001\,1$
c) $10^{-3} + 10^{-3} - 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-3} - 10^{-6}$
 $= 0,001\,999$
3. a) $10^{13} : 10^9 = 10^4$
b) $10^6 \cdot 10^5 = 10^{11}$
c) $10^{12} : 10^{-6} = 10^{12} \cdot 10^6 = 10^{18}$
4. a) $10^9 : 10^6 = 10^3$
b) $10^{27} : 10^{14} = 10^{13}$
c) $10^{-3} \cdot 10^{-6} = 10^{-9}$
5. a) $10^{-12} \cdot 10^{12} = 10^0$
b) $10^3 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$
c) $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6} = 10^2$
6. a) $10^0 : 10^{12} = 10^{-12}$
b) $10^1 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}$
c) $10^{-3} \cdot 10^9 = 10^6$
7. a) $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6} = \frac{10^1}{10^{-3}} = 10^1 \cdot 10^3 = 10^4$
 $= 10\,000$
b) $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}} = 10^{-6} \cdot 10^3 = 10^{-3} = 0,001$
c) $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}} = \frac{10^3 \cdot 10^{-12}}{10^{-11}} = 10^2 = 100$
8. a) $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^1 = 10$
b) $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5} = 10^2 = 100$
c) $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4} = \frac{10^{-2} \cdot 10^{12}}{10^7} = 10^3 = 1000$
9. a) $\frac{42\,000 \cdot 500}{0,06} = \frac{42 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^{-2}} = 35 \cdot 10^7$
b) $\frac{46\,000 \cdot 0,5}{50\,000} = \frac{46 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^4} = 46 \cdot 10^{-2}$
 $= 0,46$
c) $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13\,000 \cdot 0,0005} = \frac{65 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{13 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}$
 $= 25 \cdot 10^{-6}$

1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Seite 13

1. a) $10^6 + 10^2 - 10^0 = 1\,000\,000 + 100 - 1$
 $= 1\,000\,099$
b) $10^{-3} + 10^1 - 10^2 = 0,001 + 10 - 100$
 $= -89,999$
c) $10^6 + 10^3 + 10^3 = 10^6 + 2 \cdot 10^3 = 1\,002\,000$

- d) $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000} = \frac{42 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^3}$
 $= 8,4 \cdot 10^{-4}$
10. a) $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07} = \frac{35 \cdot 10^{-4} \cdot 62 \cdot 10^1}{31 \cdot 10^1 \cdot 7 \cdot 10^{-2}}$
 $= 10 \cdot 10^{-2} = 0,1$
- b) $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009} = \frac{7 \cdot 10^{-3} \cdot 63 \cdot 10^1}{9 \cdot 10^{-4}}$
 $= 49 \cdot 10^2 = 4900$
- c) $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400} = \frac{28 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{7 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^2}$
 $= 4 \cdot 10^{-3} = 0,004$
- d) $\frac{22 \cdot 0,0004}{880} = \frac{22 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{88 \cdot 10^1} = 1 \cdot 10^{-5}$
 $= 0,00001$
11. $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$
 $= 1,89 \cdot 10^9$
12. $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$
 $= 19,0$
6. a) $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2} = \left(\frac{4}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{1}\right)^3$
 $= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$
- b) $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6} = 2^4 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
- c) $\frac{3^{-2}}{3^{-4}} = 3^2 = 9$
7. a) $(8^4)^3/64^3 = \frac{(8^4)^3}{(8^2)^3} = (8^2)^3 = 64^3 = 262144$
- b) $3^{-6}/(3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2} = 3^{-6}/(3^3)^{-2} = 3^{-6}/3^{-6} = 3^0 = 1$
8. a) $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2 = (7 \cdot 2^1)^2 = 7^2 \cdot 2^2$
 $= 49 \cdot 4 = 196$
- b) $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1} = \frac{7^3 \cdot 2^2}{7^3 - 3,5^2} = \frac{7^3 \cdot 2^2}{2^3 \cdot 3,5^3 - 3,5^2}$
 $= \frac{7^3 \cdot 2^2}{3,5^2 (2^3 \cdot 3,5 - 1)} = \frac{2^3 \cdot 3,5^3 \cdot 2^2}{3,5^2 (2^3 \cdot 3,5 - 1)}$
 $= \frac{2^5 \cdot 3,5}{2^3 \cdot 3,5 - 1} = \frac{32 \cdot 3,5}{8 \cdot 3,5 - 1} = \frac{112}{27}$

1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Seite 14

1. a) $2^2 = 4$ b) $2^1 = 2$
 c) $2^0 = 1$ d) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
2. a) $8^2 = 64$ b) $8^1 = 8$
 c) $8^0 = 1$ d) $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$
3. a) $8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
 b) $8^2 \cdot 8^3 = 8^5 = 32768$
 c) $8^2 \cdot 4^2 = 32^2 = 1024$
 d) $\frac{8^4}{2^4} = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$
4. a) $16^2/8^2 = 2^2 = 4$ b) $4^2 \cdot 4^3 = 4^5 = 1024$
 c) $4^3/4^4 = 4^{-1} = 0,25$ d) $(4^2)^3 = 4^6 = 4096$
5. a) $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4} = 3^{-2} \cdot 6^{-1} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$

9. $2^8 = 256$

10. $z = 2^7 = 128 \Rightarrow$ Zahlen 0 bis 127

11. $2^{20} : 2^2 = 2^{18} = 262144$
 Adressen sind wählbar;
 $z = 2^{18} \cdot 2^3 = 2^{21} = 2097152$

1.3 Rechnen mit Wurzeln

Seite 15

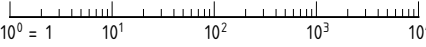
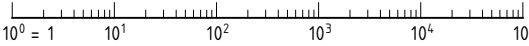
1. a) $\sqrt{49} = 7$ b) $\sqrt{2500} = 50$
 c) $\sqrt{144} = 12$ d) $\sqrt{1600} = 40$
2. a) $\sqrt{64} = 8$ b) $\sqrt{3600} = 60$
 c) $\sqrt{81} = 9$ d) $\sqrt{900} = 30$

3. a) $\sqrt{4240} = 65,12$ b) $\sqrt{68775} = 262,2$
 c) $\sqrt{455870} = 675,2$ d) $\sqrt{30428} = 174,4$
4. a) $\sqrt{6540} = 80,87$ b) $\sqrt{41433} = 203,6$
 c) $\sqrt{867654} = 931,5$ d) $\sqrt{3422} = 58,49$
5. a) $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} = 5,831$
 b) $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2} = \sqrt{12,25 + 17,64} = \sqrt{29,89} = 5,468$
 c) $\sqrt{2^2 + 2,5^2} = \sqrt{4 + 6,25} = \sqrt{10,25} = 3,202$
6. a) $\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} = 5,385$
 b) $\sqrt{4,2^2 + 5,3^2} = \sqrt{17,64 + 28,09} = \sqrt{45,73} = 6,763$
 c) $\sqrt{2,5^2 + 3^2} = \sqrt{6,25 + 9} = \sqrt{15,25} = 3,905$
7. a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{15} = 3,873$
 b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17} = \sqrt[3]{102} = 4,672$
 c) $\sqrt{16} : \sqrt{4} = \sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$
 d) $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{35 : 5} = \sqrt[3]{7} = 1,913$
 e) $(\sqrt{5})^3 = (5^{\frac{1}{2}})^3 = 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3} = \sqrt{125} = 11,18$
 f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = (64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$
8. a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{5 \cdot 7} = \sqrt{35} = 5,916$
 b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8 \cdot 32} = \sqrt[3]{256} = 6,35$
 c) $\sqrt{25} : \sqrt{5} = \sqrt{25/5} = \sqrt{5} = 2,236$
 d) $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64 : 8} = \sqrt[3]{8} = 2$
 e) $(\sqrt{7})^3 = (7^{\frac{1}{2}})^3 = 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3} = \sqrt{343} = 18,52$
 f) $\sqrt[4]{\sqrt{256}} = (256^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} = 256^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$

1.4 Logarithmen

1.4.1 Zehnerlogarithmen

Seite 16

1. a) $\lg 15 = 1,1761$ b) $\lg 23 = 1,3617$
 c) $\lg 41 = 1,6128$ d) $\lg 86 = 1,9345$
 e) $\lg 87 = 1,9395$
2. a) $\lg 26 = 1,4149$ b) $\lg 68 = 1,8325$
 c) $\lg 77 = 1,8865$ d) $\lg 96 = 1,9823$
 e) $\lg 240 = 2,3802$
3. a) $\lg 0,5 = 0,6990 - 1$ oder $9,6990 - 10$
 b) $\lg 3,5 = 0,5441$
 c) $\lg 6,8 = 0,8325$
 d) $\lg 0,043 = 0,6335 - 2$ oder $8,6335 - 10$
4. a) $\lg 0,7 = 0,8451 - 1$ oder $9,8451 - 10$
 b) $\lg 8,7 = 0,9395$
 c) $\lg 5,925 = 0,7727$
 d) $\lg 0,0084 = 0,9243 - 3$ oder $7,9243 - 10$
5. 
6. 
7. $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$
 $= 8 \text{ cm} \cdot \lg \frac{50}{10} = 8 \text{ cm} \cdot 0,69897 = 5,59 \text{ cm}$
8. $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A} = 10 \text{ cm} \cdot \lg \frac{0,04}{0,01}$
 $= 10 \text{ cm} \cdot 0,60206 = 6,02 \text{ cm}$
9. $l = l_{10} \cdot \lg \frac{x_E}{x_A}$
 $\Rightarrow l_{10} = l / \lg \frac{x_E}{x_A} = 9,54 \text{ cm} / \lg \frac{0,3}{0,01} = 6,49 \text{ cm}$
10. $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A} \Rightarrow \lg \frac{x}{x_A} = \frac{l_x}{l_{10}}$
 $\Rightarrow \lg x = \frac{l_x}{l_{10}} + \lg x_A = \frac{6,23 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} + \lg 0,05$
 $= 0,7788 + (0,6990 - 2)$
 $= 1,4778 - 2 = 0,4778 - 1$
 $\Rightarrow x = 0,3$

1.4.2 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Seite 17 links

- $E = 300 \text{ lx}; \quad I = 200 \mu\text{A}$
 - $E = 40 \text{ lx}; \quad I = 5 \mu\text{A}$
- $E = 100 \text{ lx}; \quad I = 8 \mu\text{A}$
 - $E = 2000 \text{ lx}; \quad I = 80 \mu\text{A}$
- $f = 1000 \text{ Hz}; \quad 22 \text{ V}$
 - $f = 500 \text{ Hz}; \quad 16 \text{ V}$
- $U = 30 \text{ V}; \quad f = 2500 \text{ Hz}$
 - $U = 5 \text{ V}; \quad f = 25 \text{ Hz}$
- | | +85 C | +25 C | -40 C |
|----------------------------------|--------|--------|---------|
| $I_{\text{OUT}} = 1 \text{ mA}$ | 5,03 V | 5,01 V | 4,975 V |
| $I_{\text{OUT}} = 50 \text{ mA}$ | 5,02 V | 5 V | 4,96 V |
- $I_{\text{OUT}} = 0,15 \text{ A}$
- $\ln 12 = 2,4849$
 - $\ln 24 = 3,1781$
 - $\ln 47 = 3,8501$
 - $\ln 86 = 4,4543$
 - $\ln 96 = 4,5643$
- $\ln 35 = 3,5553$
 - $\ln 21 = 3,0445$
 - $\ln 56 = 4,0254$
 - $\ln 75 = 4,3175$
 - $\ln 89 = 4,4886$

1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

Seite 18 links

- 0,027 778
 - 0,0678 571
 - 0,125
- 0,093 75
 - 0,075
 - 0,766 666 7
- 12
 - 12
 - 3
 - 3
 - $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
- $\frac{5}{2}$
 - $\frac{1}{6}$
 - 10
 - 4
 - $\frac{16}{9}$
- 4,167
 - 1,167
 - 4
 - 0
 - 1,545

- 2,636
 - 0,95
 - 0,1
 - 0,033
 - 0,833
- 64,12
 - 622,08 €
- 18,24 N
 - 125,8 m²
- E24-Reihe hat eine Toleranz von $\pm 5 \%$
 5% von $4,7 \text{ k}\Omega = 0,235 \text{ k}\Omega$
 $\Rightarrow R_{\text{min}} = R - 0,235 \text{ k}\Omega = 4,465 \text{ k}\Omega$
 $R_{\text{max}} = R + 0,235 \text{ k}\Omega = 4,935 \text{ k}\Omega$
- E48-Reihe hat eine Toleranz von $\pm 2 \%$
 2% von $15 \text{ mF} = 0,3 \text{ mF}$
 $\Rightarrow C_{\text{min}} = C - 0,3 \text{ mF} = 15,3 \text{ mF}$
 $C_{\text{max}} = C + 0,3 \text{ mF} = 14,7 \text{ mF}$
- $\frac{W}{G} = \frac{8}{100} \Rightarrow W = \frac{8}{100} \cdot 1570 \text{ €} = 125,60 \text{ €}$
 $p = 8, \quad G = 1570 \text{ €}$
- $G = 1850 \text{ €}, \quad p = 2$
 - $W = \frac{2}{100} \cdot 1850 \text{ €} = 37 \text{ €}$
 - $1850 \text{ €} - 37 \text{ €} = 1813 \text{ €}$

1.6 Funktionen

1.6.1 Beschreibungsformen bei Funktionen

Seite 20 links

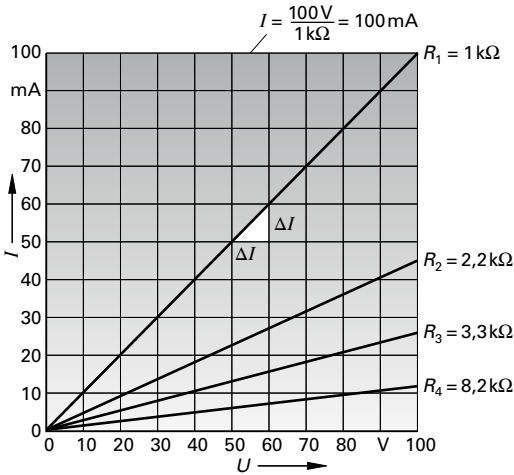
- Die Fläche ist eine Funktion von der Länge.
 - Der Widerstand ist eine Funktion der Temperatur.
 - Der Strom ist eine Funktion der Spannung.
 - Die Spannung ist eine Funktion des Widerstands.
 - Die Leistung ist eine Funktion des Stromes.
 - Die Leistung ist eine Funktion der Spannung.
- $U = f(d)$
 - $P = f(I); \quad U = \text{konst.}$
- Der Graph ist die Kennlinie einer Z-Diode entsprechend Bild 3, Seite 101, von „Mathematik für Elektronik- und IT-Berufe“

4. a) 36 kΩ b) 16 kΩ c) 7 kΩ
 d) 150 Ω e) 250 Ω f) 2,6 kΩ
5. a) 65 kΩ b) 30 kΩ c) 15 kΩ
 d) 5,6 kΩ e) 2,5 kΩ f) 1,25 kΩ

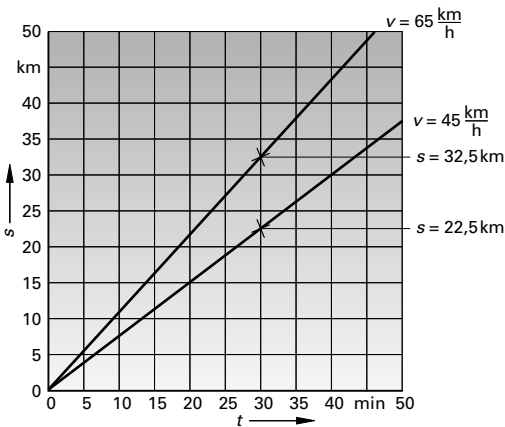
1.6.2 Lineare Funktionen

Seite 20 rechts

1.



2.



3. a) $U = U_0 - R_i \cdot I$
 $\Rightarrow U = -R_i \cdot I + U_0$
 $\Rightarrow U = -10 \Omega \cdot I + 20 V$

I in A	0	1	2
U in V	20	10	0

Der Graph ist eine Gerade mit negativer Steigung.

- c) $m = -R_i = -10 \Omega = -10 \frac{V}{A}$
4. a) $I = \frac{U_0}{R_i + R_L} \Rightarrow I = \frac{1}{R_i + R_L} \cdot U_0$
 $\Rightarrow I = \frac{1}{10 \Omega + 30 \Omega} U_0 \Rightarrow I = 25 \text{ mS} \cdot U_0$
- b) Der Graph ist eine Ursprungsgerade durch den Bildpunkt (10 V/250 mA).
- c) $m = \frac{1}{R_i + R_L} = \frac{1}{10 \Omega + 30 \Omega}$
 $= 25 \text{ mS} = 25 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

1.6.3 Trigonometrische Funktionen

1.6.3.1 Sinusfunktion und Kosinusfunktion

Seite 21

1. a) $\delta = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 72,4^\circ = 17,6^\circ$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{X_L}{\sin \varphi} = \frac{2,4 \text{ k}\Omega}{\sin 72,4^\circ} = \frac{2,4 \text{ k}\Omega}{0,953}$$

$$= 2,518 \text{ k}\Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\Rightarrow R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$= 2,518 \text{ k}\Omega \cdot \cos 72,4^\circ$$

$$= 2,518 \text{ k}\Omega \cdot 0,3024 = 761 \Omega$$

- b) $\delta = 10^\circ$

$$Z = \frac{R}{\cos \varphi} = \frac{128 \Omega}{\cos 80^\circ} = 737 \Omega$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi = 737 \Omega \cdot \sin 80^\circ = 726 \Omega$$

- c) $\varphi = 82,78^\circ$

$$R = Z \cdot \sin \delta = 603 \Omega \cdot \sin 7,22^\circ = 75,8 \Omega$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi = 603 \Omega \cdot \sin 82,78^\circ$$

$$= 598 \Omega$$

2. a) $\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{2,6 \text{ k}\Omega}{2,8 \text{ k}\Omega} = 0,929 \Rightarrow \varphi = 68,2^\circ$

$\delta = 21,8^\circ$

$\cos \varphi = \cos 68,2^\circ = 0,3714$

$R = Z \cdot \cos \varphi = 2,8 \text{ k}\Omega \cdot 0,3714 = 1,04 \text{ k}\Omega$

b) $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{378 \Omega}{1260 \Omega} = 0,3 \Rightarrow \varphi = 72,54^\circ$

$\delta = 17,46^\circ$

$\sin \varphi = \sin 72,54^\circ = 0,954$

$X_L = Z \cdot \sin \varphi = 1260 \Omega \cdot 0,954 = 1202 \Omega$

c) $\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{43 \text{ k}\Omega}{56,7 \text{ k}\Omega} = 0,758$

$\Rightarrow \varphi = 49,3^\circ$

$\delta = 40,7^\circ$

$\cos \varphi = \cos 49,3^\circ = 0,652$

$R = Z \cdot \cos \varphi = 56,7 \text{ k}\Omega \cdot 0,652 = 37 \text{ k}\Omega$

3. $\sin \alpha = \frac{l/2}{s/2} = \frac{l}{s}$
 $\Rightarrow s = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - 58^\circ)} = \frac{5,85 \text{ m}}{0,53} = 11,04 \text{ m}$

1.6.3.2 Graphen der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion

Seite 22

1. a) $\sin 243^\circ = -\sin(243^\circ - 180^\circ) = -\sin 63^\circ = -0,891$

b) $\sin 63^\circ = 0,891$

2. a) $\cos 348^\circ = \cos(360^\circ - 348^\circ) = \cos 12^\circ = 0,978$

b) $\cos 127^\circ = -\cos(180^\circ - 127^\circ) = -\cos 53^\circ = -0,602$

3. a) $u = \hat{u} \cdot \sin(2\pi f t)$
 $\Rightarrow 2\pi f t = \arcsin(u/\hat{u})$
 $\Rightarrow t = \arcsin(u/\hat{u})/(2\pi f)$

$t_1 = \arcsin(0,482 \text{ V}/1,85 \text{ V})/(2\pi \cdot 35 \text{ kHz}) = 1,2 \mu\text{s}$

b) $t_2 = \arcsin(-1,247 \text{ V}/1,85 \text{ V})/(2\pi \cdot 35 \text{ kHz}) = -3,36 \mu\text{s}$

d. h. 3,36 μs vor ansteigendem Nulldurchgang und

$T/2 + 3,36 \mu\text{s} = 1/(2 \cdot 35 \text{ kHz}) + 3,36 \mu\text{s} = (14,29 + 3,36) \mu\text{s} = 17,65 \mu\text{s}$

nach ansteigendem Nulldurchgang

c) $t_3 = \arcsin(1,743 \text{ V}/1,85 \text{ V})/(2\pi \cdot 35 \text{ kHz}) = 5,59 \mu\text{s}$

4. a) $i = \hat{i} \cdot \sin(2\pi f t)$
 $\Rightarrow 2\pi f t = \arcsin(i/\hat{i})$
 $\Rightarrow f = \arcsin(i/\hat{i})/(2\pi t)$

$f_1 = \arcsin(7,834 \mu\text{A}/22,8 \mu\text{A})/(2\pi \cdot 4,82 \mu\text{s}) = 11,581 \text{ kHz}$

b) $f_2 = \arcsin(7,834 \mu\text{A}/22,8 \mu\text{A})/(2\pi \cdot 982 \mu\text{s}) = 56,8 \text{ Hz}$

c) $f_3 = \arcsin(7,834 \mu\text{A}/22,8 \mu\text{A})/(2\pi \cdot 3,728 \text{ ns}) = 14,974 \text{ MHz}$

	a)	b)	c)
ωt in rad	0,942	1,16	1,728
ωt in $^\circ$	54	66,6	99
i in mA	4,7	3,18	-1,25

	a)	b)	c)
ωt in rad	0,251	0,33	1,32
ωt in $^\circ$	14,4	18,9	75,6
i in V	4,84	4,73	1,243

7. Entspricht dem Graphen $y = \sin \alpha$ in Bild 1, Seite 180, von „Mathematik für Geräte- und Systemtechnik“

8. Entspricht dem Graphen $y = \cos \alpha$ in Bild 1, Seite 180, von „Mathematik für Geräte- und Systemtechnik“

1.6.3.3 Tangensfunktion

Seite 23

1. a) $m = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12 \text{ m}}{150 \text{ m}}$
 $m = \frac{12}{150} = \frac{4}{50} = \frac{8}{100} = 0,08$
 $m = 8 \%$
- b) $\alpha = \arctan m$
 $\alpha = \arctan 0,08$
 $\alpha = 4,574^\circ$
2. $\tan \alpha = \frac{h}{a}$
 $\Rightarrow h = a \cdot \tan \alpha = 120 \text{ m} \cdot \tan 22,4^\circ$
 $= 49,46 \text{ m}$
3. a) $\tan \alpha = \frac{9}{16} = 0,5625 \Rightarrow \alpha = 29,36^\circ$
b) $l = 120 \text{ cm} \cdot \cos 29,36^\circ = 104,59 \text{ cm}$
 $h = 104,59 \text{ cm} \cdot \tan 29,36^\circ = 58,83 \text{ cm}$
4. a) $\tan \alpha = \frac{h}{b/2}$
 $\Rightarrow h = \frac{b}{2} \tan \alpha = 3 \text{ m} \cdot \tan 30^\circ$
 $= 3 \text{ m} \cdot 0,577 = 1,73 \text{ m}$
- b) $l_{AB} = 2 \frac{b/2}{\cos \alpha} = 2 \frac{3 \text{ m}}{\cos 30^\circ} = 6,93 \text{ m}$
5. a) $A = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,785 \text{ cm}^2}{\pi}}$
 $= 0,5 \text{ cm}$
 $\tan \alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow l = \frac{r}{\tan \alpha} = \frac{0,5 \text{ cm}}{\tan 15^\circ}$
 $= 1,866 \text{ cm}$
- b) $\tan \alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l \cdot \tan \alpha = 10 \text{ cm} \cdot \tan 15^\circ$
 $= 2,68 \text{ cm}$
 $A = \pi r^2 = \pi \cdot (2,68 \text{ cm})^2 = 22,56 \text{ cm}^2$

2 Rechnen mit Größen

2.1 Begriffe beim Rechnen mit Größen

Seite 24

- a) Spannung b) Stromstärke

c) Zeit d) Länge

e) Widerstand
- a) Volt b) Ampere

c) Kilogramm d) Ohm

e) Sekunden
- a) **An einer Diode liegt eine Spannung** von 1,5 V.

b) **Durch einen Schichtwiderstand fließt ein Strom** von 0,6 A.
- a) **An einem Kondensator liegt eine Spannung** von 120 V.

b) **Durch eine Diode fließt ein Strom** von 0,2 A.

2.2 Umrechnen der Einheiten

Seite 25 rechts oben

- a) $44\,200\text{ mV} = 44,2\text{ V}$

b) $0,002\text{ A} = 2\text{ mA}$

c) $220\text{ }\mu\text{V} = 0,000\,22\text{ V}$

d) $88\,000\text{ }\mu\text{V} = 88\text{ mV}$
- a) $7,05\text{ kV} = 7050\text{ V}$

b) $880\text{ m}\Omega = 0,88\text{ }\Omega$

c) $840\text{ }\mu\text{A} = 0,84\text{ mA}$

d) $825\text{ ns} = 0,825\text{ }\mu\text{s} = 0,000\,825\text{ ms}$
 $= 0,000\,000\,825\text{ s}$
- $10^{10}\text{ }\Omega = 10\,000\text{ M}\Omega$
- $820 \cdot 10^6\text{ }\Omega = 820\,000 \cdot 10^3\text{ }\Omega = 820\,000\text{ k}\Omega$
- $8020\text{ A} = 8,02\text{ kA}$
- $18 \cdot 10^{-4}\text{ VA} = 18 \cdot 10^{-4}\text{ W}$
 $= 18 \cdot 10^{-1}\text{ mW} = 1,8\text{ mW}$

2.3 Addition und Subtraktion

Seite 25 rechts unten

- a) $223\text{ V} + 1,1\text{ kV} = 0,223\text{ kV} + 1,1\text{ kV}$
 $= 1,323\text{ kV}$

b) $0,38\text{ A} + 400\text{ mA} = 0,78\text{ A}$

c) $144\text{ }\Omega + 0,12\text{ k}\Omega = 264\text{ }\Omega$
- a) $2330\text{ mA} + 1,2\text{ A} = 3,53\text{ A}$

b) $220\text{ mV} + 0,3\text{ A} = 220\text{ mV} + 0,3\text{ A}$
 (Zusammenfassung ist nicht möglich!)

c) $27\text{ cm} + 1220\text{ mm}$
 $= 270\text{ mm} + 1220\text{ mm} = 1490\text{ mm}$

Seite 26 links oben

- a) $220\text{ V} - 4800\text{ mV} = 220\text{ V} - 4,8\text{ V} = 215,2\text{ V}$

b) $0,22\text{ A} - 120\text{ mA} = 0,1\text{ A}$

c) $320\text{ k}\Omega - 1500\text{ }\Omega = 318,5\text{ k}\Omega$
- a) $220\text{ V} - 1500\text{ mV} = 218,5\text{ V}$

b) $23\text{ mV} - 2350\text{ }\mu\text{V} = 20,65\text{ mV}$

c) $1500\text{ ms} - 0,7\text{ s} = 800\text{ ms}$
- a) $25\text{ V} + 18\text{ V} - 23\text{ A} + 25\text{ A} - 17\text{ V} - 24\text{ A} - 24\text{ V}$
 $= 25\text{ V} + 18\text{ V} - 17\text{ V} - 24\text{ V} + 25\text{ A} - 23\text{ A} - 24\text{ A}$
 $= 25\text{ V} - 24\text{ V} + 18\text{ V} - 17\text{ V} + 25\text{ A} - 24\text{ A} - 23\text{ A}$
 $= 2\text{ V} - 22\text{ A}$

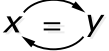
b) $660\text{ mV} - 2,3\text{ A} + 44\text{ V} + 2,2\text{ A} - 560\text{ mV}$
 $= 660\text{ mV} - 560\text{ mV} + 44\text{ V} + 2,2\text{ A} - 2,3\text{ A}$
 $= 100\text{ mV} + 44\text{ V} - 0,1\text{ A}$
 $= 44,1\text{ V} - 0,1\text{ A}$
- a) $7\text{ ms} - 8\text{ mm} + 540\text{ A} - 320\text{ V} - 6\text{ ms}$
 $+ 0,7\text{ cm} - 40\text{ A} + 20\text{ V}$
 $= 7\text{ ms} - 6\text{ ms} + 540\text{ A} - 40\text{ A} - 320\text{ V} + 20\text{ V}$
 $+ 0,7\text{ cm} - 8\text{ mm}$
 $= 1\text{ ms} + 500\text{ A} - 300\text{ V} - 1\text{ mm}$

b) $22\text{ mV} - 3\text{ k}\Omega + 2,2\text{ A} - 25\text{ mV} + 2500\text{ }\Omega - 200\text{ mA}$
 $= 22\text{ mV} - 25\text{ mV} - 3\text{ k}\Omega + 2,5\text{ k}\Omega + 2,2\text{ A} - 0,2\text{ A}$
 $= -3\text{ mV} - 0,5\text{ k}\Omega + 2\text{ A}$

2.4 Multiplikation und Division

Seite 26 rechts

1. a) $6\text{ V} \cdot 7\text{ A} = 42\text{ VA} = 42\text{ W}$
 b) $6\text{ mV} \cdot 7\text{ A} = 42\text{ mVA} = 42\text{ mW}$
 c) $12\text{ mA} \cdot 2\text{ mV} = 24\text{ mV} \cdot \text{mA}$
 $= 24\text{ }\mu\text{VA} = 24\text{ }\mu\text{W}$
 d) $18\text{ kV} \cdot 2\text{ mA} = 36\text{ VA} = 36\text{ W}$
2. a) $7\text{ mA} \cdot 6\text{ V} = 42\text{ mVA} = 42\text{ mW}$
 b) $3\text{ kA} \cdot 2\text{ mV} = 6\text{ VA} = 6\text{ W}$
 c) $8\text{ kV} \cdot 2\text{ }\mu\text{A} = 16\text{ k} \cdot \mu\text{VA} = 16\text{ mVA}$
 $= 16\text{ mW}$
 d) $3,5\text{ mV} \cdot 12\text{ }\mu\text{A} = 42\text{ m} \cdot \mu\text{VA}$
 $= 42 \cdot 10^{-9}\text{ W} = 42\text{ nW}$
3. a) $\frac{3\text{ mVA}}{1,2\text{ mA} \cdot 0,5\text{ A}} = \frac{3\text{ mVA}}{0,6\text{ mA}^2} = 5\frac{\text{V}}{\text{A}} = 5\text{ }\Omega$
 b) $\frac{6\text{ }\mu\text{VA}}{2\text{ mV} \cdot 2\text{ mA}} = 1,5\frac{\mu\text{VA}}{\mu\text{VA}} = 1,5$
4. a) $\frac{42\text{ VA}}{7\text{ mV} \cdot 3\text{ kA}} = \frac{42\text{ VA}}{21\text{ VA}} = 2$
 b) $\frac{36\text{ }\Omega^2}{6\text{ m}\Omega} = 6\text{ k}\Omega$
5. a) $\frac{22\text{ pAs}}{11\text{ mA}} = \frac{22 \cdot 10^{-12}\text{ As}}{11 \cdot 10^{-3}\text{ A}} = 2 \cdot 10^{-9}\text{ s} = 2\text{ ns}$
 b) $\frac{12\text{ mVA}}{6\text{ kV}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^3\text{ A}} = 2 \cdot 10^{-6}\text{ A} = 2\text{ }\mu\text{A}$
 c) $\frac{24\text{ }\mu\text{VA}}{12\text{ mA}} = \frac{24 \cdot 10^{-6}\text{ V}}{12 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}\text{ V} = 2\text{ mV}$
 d) $\frac{28\text{ mm}}{4\text{ ms}} = 7\frac{\text{m}}{\text{s}}$
6. a) $\frac{18\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9\text{ mm}} = 2\frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{mm}} = 2\frac{1}{\text{ms}} = 2000\frac{1}{\text{s}}$
 b) $\frac{3\text{ mA}}{2\text{ mAs}} = 1,5\frac{1}{\text{s}}$
 c) $\frac{30\text{ kVA}}{2\text{ mA}} = 15\text{ MV}$
 d) $\frac{12\text{ m}}{1,2\text{ }\mu\text{s}} = 10\frac{\text{m}}{\mu\text{s}} = 10\frac{\text{Mm}}{\text{s}} = 10000\frac{\text{km}}{\text{s}}$



3 Rechnen mit Formeln

3.1 Umstellen von Formeln

Seite 27

1. a) $V = \frac{a^2 h}{3}$ | $\cdot 2$

$$2V = \frac{2a^2 h}{3}$$

b) $V = \frac{a^2 h}{3}$ | $\cdot 3$

$$3V = a^2 h$$

c) $V = \frac{a^2 h}{3}$ | $\cdot (-6)$

$$-6V = -2a^2 h$$

d) $V = \frac{a^2 h}{3}$ | $\cdot (-1)$

$$-V = \frac{-a^2 h}{3}$$

2. a) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I}$ | $+ R_3$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{U}{I} + R_3$$

b) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I}$ | $+ R_1$

$$2R_1 + R_2 = \frac{U}{I} + R_1$$

c) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I}$ | $- R_2$

$$R_1 = \frac{U}{I} - R_2$$

d) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I}$ | $+ \frac{U_3}{I}$

$$R_1 + R_2 + \frac{U_3}{I} = \frac{U}{I} + \frac{U_3}{I}$$

$$R_1 + R_2 + \frac{U_3}{I} = \frac{U + U_3}{I}$$

3. a) $\frac{1}{x} = a - b$ | Kehrwert

$$x = \frac{1}{a - b}$$

b) $x^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$x^2 = (a + b)^2 \quad | \text{Quadratwurzel}$$

$$x_1 = a + b; \quad x_2 = -(a + b)$$

c) $x - 2y = \frac{D}{2}$ | $+ 2y$

$$x = \frac{D}{2} + 2y$$

d) $2U = 3x + 6y$ | $- 6y$

$$2U - 6y = 3x \quad | : 3$$

$$x = \frac{2U - 6y}{3}$$

4. a) $y + 2x = \frac{2a}{5}$ | $- 2x$

$$y = \frac{2a}{5} - 2x$$

b) $y - \frac{A}{x} = 7d$ | $+ \frac{A}{x}$

$$y = 7d + \frac{A}{x}$$

c) $\frac{x}{y} = \frac{5a}{3b}$ | Kehrwert

$$\frac{y}{x} = \frac{3b}{5a} \quad | \cdot x$$

$$y = \frac{3bx}{5a}$$

d) $b = a + 3y$ | $- a$

$$b - a = 3y \quad | : 3$$

$$y = \frac{b - a}{3}$$

5. $A = \frac{(d + e)h}{2}$ | $\cdot 2$

$$2A = (d + e)h \quad | : (d + e)$$

$$h = \frac{2A}{d + e}$$

6. $V = \frac{(F - G)h}{3}$ | $\cdot 3$

$$3V = (F - G)h \quad | : (F - G)$$

$$h = \frac{3V}{F - G}$$

7. a) $V = \frac{d^2 \pi l}{4}$ | $\cdot 4$

$$4V = d^2 \pi l \quad | : \pi l$$

$$\frac{4V}{\pi l} = d^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$d = \sqrt{\frac{4V}{\pi l}}$$