



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Holz verarbeitende Berufe

Holztechnik – Mathematik

Formeln und Tabellen

6. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 4161X

Bearbeiter der „Formeln und Tabellen zur Mathematik – Holztechnik“ sind:

Bounin, Katrina	Dipl.-Ing., Oberstudienrätin	Walheim
Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Stuttgart
Spellenberg, Bernd	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Stuttgart

Lektorat: Wolfgang Nutsch, Stuttgart

Bildbearbeitung

Verlag Europa-Lehrmittel, Bildbearbeitung, 73760 Ostfildern

6. Auflage 20144

Druck 5, Nachdruck 2024

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4166-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2014 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Satz ab 6. Auflage: Punkt für Punkt GmbH · Mediendesign, 40549 Düsseldorf

Druck: plump druck & medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Vorwort

Die kleine Broschüre „Formeln und Tabellen – Holztechnik“ ist eine sinnvolle Ergänzung zu dem Fachbuch „Mathematik – Holztechnik“ (Europa-Nr. 4001X). In ihr sind alle wichtigen Formeln und Tabellen, die in der „Mathematik – Holztechnik“ genannt oder behandelt werden, gesondert und ohne erklärende Rechenbeispiele aufgeführt. Somit kann sie als Formelsammlung bei Klassenarbeiten und Prüfungen ohne Bedenken zugelassen werden. Darüber hinaus ist „Formeln und Tabellen – Holztechnik“ ein Konzentrat des mathematischen Grundwissens in der Holztechnik, in dem man durch klare Gliederung sehr schnell die gesuchte Formel oder Tabelle finden kann.

„Mathematik – Holztechnik“ und „Formeln und Tabellen – Holztechnik“ vermitteln mathematische Grund- und Fachkenntnisse für die Ausbildung zum Holzmechaniker, Tischler, Fensterbauer und Glaser. Sie enthalten außerdem wesentliche Ausbildungsinhalte für den Beruf zum Technischen Zeichner mit dem Schwerpunkt Holztechnik. Der Stoffauswahl lagen die noch gültigen Rahmenlehrpläne der einzelnen Bundesländer zugrunde. Die einschlägigen Normen wurden berücksichtigt.

Die Gliederung der „Formeln und Tabellen – Holztechnik“ folgt im Wesentlichen der Gliederung der „Mathematik – Holztechnik“ und damit dem zeitlichen Fortschreiten der Ausbildung sowie fachdidaktischen Grundsätzen. Sie ist ebenso sachlogisch nach Leitthemen unterteilt und mit derselben Nummerierung klassifiziert. Durch diese Verwandtschaft findet sich der Benutzer der „Mathematik – Holztechnik“ sehr leicht und sicher in der dazugehörigen Formelsammlung zurecht.

Herbst 2014

Wolfgang Nutsch

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematische Grundlagen

Mathematische und physikalische Begriffe	6
Wichtige Größen, Formelzeichen und Einheiten	8
Zeichen und Symbole	9
Bruchrechnen	10
Prozentrechnen	11
Zinsrechnen	11
Winkel, Steigung, Neigung, Gefälle	12

2 Einheiten – Umrechnungen

Längen	13
Flächen	13
Volumen	13
Masse	13
Dichte	13
Zeit, Winkel	13
Geschwindigkeit	13
Kräfte	13
Druck	13
Arbeit	13

3 Längen

Goldener Schnitt	14
Maßstäbe	14
Streckenteilung	15
Maßordnung im Hochbau – Fenster- und Türmaße	16
Seitenlängen rechtwinkliger Dreiecke, Lehrsatz des Pythagoras	17
Winkelfunktionen	17
Tabelle Sinus, Cosinus	18
Tabelle Tangens, Cotangens	19
Treppen – Steigungsverhältnis, Schrittmaßregel	20

4 Verschnittberechnungen

Holz mengenberechnungen – Rohmenge, Fertigmengen, Verschnitt	21
--	----

5 Flächen

Geradlinig begrenzte Flächen

Rechteck	22
Quadrat	22
Raute (Rhombus)	22
Parallelogramm (Rhomboid)	22
Trapez	22
Dreiecke	23
Regelmäßige Vielecke	24
Unregelmäßige Vielecke	24
Zusammengesetzte Flächen	24
Flächeninhalte von Brettern und Bohlen	25

Bogenförmig begrenzte Flächen

Kreis	26
Kreisausschnitt (Sektor)	26
Kreisabschnitt (Segment)	26
Kreisring	27
Kreisringausschnitt	27
Ellipse	27
Ellipsenring	27

6 Körper

Prismen und Zylinder	28
Pyramide	29
Pyramidenstumpf	30
Kegel	31
Kegelstumpf	32
Volumenberechnungen von Schnittholz – Stammberechnungen	33
Kugel	34
Fass	34
Keil und Ponton	34

7 Masse – Dichte – Gewichtskraft

Masse	35
Dichte	35
Gewichtskraft	35

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

Umrechnungen von Holzmen- gen und Preisen bei Schnittholz	36
Plattenwerkstoffe – Sperrholzplatten, Spanplatten	37
Plattenwerkstoffe – Holzfaserplatten, MDF-Platten, Naturholzplatten	38
Belagstoffe – Furniere	39
Belagstoffe – Kunststoffe	40
Mischungsrechnen	41
Kaufmännisches Mischungsrechnen	41
Klebstoffe – Klebstoffbedarf	42
Stoffe zur Oberflächenbehandlung	43
Glas – Glasdicken und Glasflächen	44
Glas – Mehrscheiben-Isoliergläser	45

9 Kräfte

Darstellen von Kräften – Zusammen- setzen und Zerlegen von Kräften	46
---	----

10 Hebel

Einseitiger Hebel, zweiseitiger Hebel	47
Drehmoment – Auflagerkraft	47

11 Arbeit, Leistung, Reibung, Wirkungsgrad

Mechanische Arbeit und mechanische Energie	48
Goldene Regel der Mechanik	
Die Schiefe Ebene, Keil, Schraube	48
Goldene Regel der Mechanik	
Rollen- und Flaschenzüge	49
Mechanische Leistung	50
Reibung	50
Wirkungsgrad	50

12 Druck

Druckspannung und Zugspannung	51
Flächenpressung – Hydraulik	51
Pneumatik – Drucklufterzeugung	52
Kolbenkraft	52

13 Maschinelle Holzbearbeitung

Vorschubgeschwindigkeit	53
Schnittgeschwindigkeit	53
Schnittgüte – Zahnvorschub	54
Riementrieb und Zahnradtrieb	55

14 Elektrotechnik

Ohmsches Gesetz	56
Leiterwiderstand	56
Reihen- und Parallelschaltungen	56
Elektrische Leistung	57
Elektrische Arbeit	57

15 Holz Trocknung

Holzfeuchte – Luftfeuchte	58
Bestimmung der Holzfeuchte	59
Holzschwind – Holzfeuchte- gleichgewicht	60
Holzschwind – Schwindung – Quellung	61
Schwindberechnungen	61

16 Wärme und Wärmeschutz

Größen und Einheiten	62
Rohdichten und Wärmeleitfähigkeiten verschiedener Baustoffe – Tabelle	63
Formeln und Tabellenwerte	64
Wärmeübergangswiderstände	65
Wärmedurchlasswiderstände für Außenwände, Decken und Dächer	66

17 Kostenrechnen, Kalkulation

Kostenbegriffe	67
Materialeinzelkosten	67
Preisliste	68
Lohnarten	69
Lohnzuschläge, Zulagen, Lohnabzüge	69
Gemeinkosten	70
Kosten der Maschinenarbeit	71
Zuschlagskalkulation, Tischler	71
Zuschlagskalkulation für Tischlerarbeiten – Formular	72
Zuschlagskalkulation für Fenster	74

Tabellenverzeichnis

Sachwortverzeichnis

1 Mathematische Grundlagen		
1.1 Mathematische und physikalische Begriffe		
Begriffe	Erklärung	Beispiele
Größen	Größen sind messbare physikalische Eigenschaften von Zuständen und Vorgängen. Größen kürzt man mit Formelzeichen ab. Der Wert der Größe wird dabei durch das Produkt aus Zahlenwert und Einheit angegeben.	Länge, Masse, Zeit, Kraft. Bei der Länge $l = 4,50$ m ist l das Formelzeichen, 4,50 der Zahlenwert und m (Meter) die Einheit.
Einheiten	Einheiten geben den festgelegten Wert für Größen an. Sie sind in Normen (z. B. SI-Einheiten) festgelegt oder bilden sich aus den Beziehungen der Größen in Formeln.	cm; kg; min; N $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{m}^3 \cdot \text{min}}$
SI-Einheiten	SI-Basiseinheiten sind im „Gesetz über Einheiten im Messwesen“ vom 2. Juli 1969 festgelegt. SI = Système International d x Unités	Länge l in m; Masse m in kg; Zeit t in s; elektrische Stromstärke I in A; Temperatur θ in °C
Wert der Größe	Der Wert der Größe wird durch das Produkt aus Zahlenwert und dazugehöriger Einheit angegeben.	4,5 m; 8,5 kg; 35 s; 16 A; 273 K
Konstante	Eine Konstante ist ein Zeichen mit einer selbstständigen Bedeutung. Sie ist ein gleich bleibender Zahlenwert (Zahlenfaktor) oder Größe bei Berechnungen in der Mathematik oder Physik. Sie wird in Größengleichungen durch Buchstaben dargestellt.	π : Zahl Pi ($\pi = 3,14159\dots$)
Variable	Eine Variable ist ein Zeichen ohne eine selbstständige Bedeutung. Die Variablen werden auch als Leerstellen oder Platzhalter bezeichnet.	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ $x + 5 = 15$ $3z = 24$
Term	Ein Term ist ein Ausdruck aus zwei oder mehr Zeichen für Zahlen, Konstanten und Variablen, die durch Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division oder andere Rechenanweisungen verbunden sind.	$3 + 4$ 6^2 $l \cdot b$ $(x + y)$
Koeffizient	Größe, die den Einfluss einer Stoffeigenschaft auf einen physikalischen Vorgang kennzeichnet.	U : Wärmedurchgangskoeffizient μ : Reibungszahl
Potenz	Ein Produkt aus gleichen Faktoren kann man als Potenz schreiben. Eine Potenz besteht aus Basis (Grundzahl) und dem Exponenten (Hochzahl). Den Rechenvorgang nennt man Potenzieren.	$a \cdot a \cdot a = a^3$ Basis Exponent $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ Potenz Faktoren Potenzwert
Exponent	Hochzahl einer Potenz, die angibt, wie oft eine Zahl mit sich selbst multipliziert werden soll.	10^2 ; 10^{-4} ; d^2 ; m^3 ; a^n
Radizieren	Radizieren (Wurzelziehen) ist eine Umkehrung des Potenzierens.	Wurzel-exponent Radikant $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5} = 5$ Wurzel (Faktoren) Wurzelwert
Indizes (Index)	Indizes sind tiefgestellte Ziffern oder Buchstaben zur Unterscheidung gleichartiger Größen. Sie werden z. B. bei Formelzeichen angewendet.	$l_1 + l_2 + l_3$ d_m v_s

1 Mathematische Grundlagen		
1.1 Mathematische und physikalische Begriffe		
Begriffe	Erklärung	Beispiele
Formelzeichen	Formelzeichen ersetzen Größen und dienen zum Rechnen mit Formeln bzw. Größengleichungen. Sie bilden aus Klein- oder Großbuchstaben Zeichen für Größen. Sie stehen stellvertretend für das Produkt aus Zahlenwert und Maßeinheit. Formelzeichen werden <i>kursiv</i> geschrieben.	A = Fläche m = Masse F = Kraft t = Zeit V = Volumen
Formeln	Formeln sind technische, mathematische oder physikalische Gleichungen. Sie werden durch 2 Rechenausdrücke (Terme) mit dem Gleichheitszeichen verbunden. Durch Einsetzen der Zahlenwerte mit den gewählten Einheiten erhält man den Zahlenwert des Ergebnisses mit der entsprechenden Einheit.	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$A = l \cdot b$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$l = \frac{U}{R}$</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;">$c = \sqrt{a^2 + b^2}$</div>
Größengleichungen	Die Größengleichungen stellen Beziehungen zwischen Größen dar. Sie können Formelzeichen, mathematische Zeichen, z. B. $\sqrt{\quad}$ und Konstanten (Zahlenfaktoren), z. B. π enthalten. Sie sind unabhängig von der Wahl der Einheit.	$U = d \cdot \pi = 0,95 \text{ m} \cdot 3,14 = \mathbf{2,98 \text{ m}}$ $A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{1,25 \text{ m} \cdot 0,72 \text{ m}}{2}$ $A = \mathbf{0,45 \text{ m}^2}$
Zahlenwertgleichungen	Bei den Zahlenwertgleichungen sind die Zahlenwerte an vorgeschriebene Einheiten gebunden. Den Zahlenwert des Ergebnisses erhält man nur, wenn alle Zahlenwerte der Gleichung in den jeweils vorgeschriebenen Einheiten eingesetzt werden.	$v_c = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60}$ Schnittgeschwindigkeit v_c in m/s Durchmesser d in m Umdrehungsfrequenz n in 1/min
Einheitengleichungen	Die Einheitengleichungen enthalten nur Rechenausdrücke mit Einheiten. Sie dienen auch dem korrekten Umrechnen von Einheiten innerhalb von Größengleichungen.	$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $3 \text{ 600 s} = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$ $\frac{\text{km} \cdot 1 \text{ h} \cdot 1000 \text{ m}}{\text{h} \cdot 3 \text{ 600 s} \cdot 1 \text{ km}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Bestimmungsgleichungen	Die Bestimmungsgleichungen sind algebraische Gleichungen, bei denen Werte bestimmter Variablen zu berechnen sind.	$x + a = b$ $x = b - a$
Verhältnisgleichung (Proportion)	Eine Verhältnisgleichung wird gebildet, wenn zwei Quotienten den gleichen Wert haben. Sie werden gleichgesetzt. Man kann sie auch als Bruchgleichung schreiben.	$a : b = x : y$ (Proportion) $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ (andere Schreibweise als Bruchgleichung)
Runden	Für das Auf- oder Abrunden gelten folgende Regeln: ist die über die angegebene Stellenzahl hinausgehende Ziffer 5 oder größer 5, wird aufgerundet, ist die betreffende Ziffer kleiner als 5, wird abgerundet.	$24,8\overline{2}7 \text{ m}^2 = 24,83 \text{ m}^2$ $13\overline{8},744 \% = 139 \%$ $0,87\overline{5}52 \text{ m}^3 = 0,876 \text{ m}^3$
Ergebnisse	Die Ergebnisse sind bei technischen Berechnungen sinnvoll oder bei Zahlen mit Einheiten nach vorliegenden Regeln zu runden. Die Ergebnisse sind bei handschriftlichen Berechnungen durch zweimaliges Unterstreichen hervorzuheben.	$A = l \cdot b$ $A = 3,45 \text{ m} \cdot 2,20 \text{ m}$ $A = \mathbf{7,59 \text{ m}^2}$

1 Mathematische Grundlagen



1.2 Wichtige Größen, Formelzeichen und Einheiten

Art	Formelzeichen	Physikalische Größe	Basiseinheit *SI-Einheit	Einheiten- zeichen	Abgeleitete Einheiten, gebräuchliche Umrechnungen	
Längen-, Flächen- und Volumengrößen	<i>l</i>	Länge*	Meter*	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm 1 km = 1 000 m	
	<i>b</i>	Breite				
	<i>h</i>	Höhe				
	<i>d</i>	Dicke (oder <i>t</i> von <i>thick</i>)				
	<i>r</i>	Radius				
	<i>d</i>	Durchmesser				
	<i>s</i>	Sehne (Weg- oder Seitenlänge)				
	<i>A</i>	Fläche (<i>Area</i>)	Quadratmeter	m²	1 m ² = 100 dm ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ²	
	<i>V</i>	Volumen (Rauminhalt)	Kubikmeter	m³	1 m ³ = 1 000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ ; 1 dm ³ = 1	
	<i>α, β, γ</i>	Winkel (Gradmaß)	Grad		°	1° (1 Grad) = 60' (Winkelminuten) 1' (Winkelminute) = 60'' (Winkelsekunden)
Zeitgrößen	<i>t</i>	Zeit* (<i>time</i>)	Sekunde*		s	1 min = 60 s; 1 h = 60 min = 3 600 s; 1 d = 24 h; 1 a = 365 d
	<i>v</i>	Geschwindigkeit	Meter je Sekunde		$\frac{m}{s}$	m/min bei Vorschubgeschwindigkeit
	<i>n</i>	Umdrehungsfrequenz (Drehfrequenz)	Anzahl der Umdrehungen je Minute		$\frac{1}{min}$	$1 \frac{1}{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \frac{1}{s} = \frac{1}{60} \text{ s}^{-1}$
Mechanische Größen	<i>m</i>	Masse*	Kilogramm*		kg	1 kg = 1 000 g; 1 t = 1 000 kg
	<i>ρ</i>	Dichte (<i>rho</i>)	Kilogramm je Kubikmeter		$\frac{kg}{m^3}$	$1 \frac{kg}{dm^3} \triangleq 1 000 \frac{kg}{m^3}$; $1 \frac{kg}{dm^3} \triangleq 1 \frac{g}{cm^3}$
	<i>F</i>	Kraft (<i>force</i>)	Newton		N	$1 \text{ N} = \frac{1 \text{ kgm}}{s^2}$; 10 N = 1 daN; 1 kN = 100 daN
	<i>M</i>	Drehmoment	Newtonmeter		Nm	1 kNm = 100 daNm = 1 000 Nm
	<i>p</i>	Druck (<i>pressure</i>)	Pascal		Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \frac{N}{m^2}$
			bar		bar	1 bar = 10 ⁵ Pa = 10 N/cm ² = 1 daN/cm ²
	<i>W</i>	Arbeit (<i>work</i>)	Joule		J	1 J = 1 Nm (Newtonmeter) = 1 Ws (Wattsekunde)
	<i>P</i>	Leistung (<i>power</i>)	Watt		W	1 W = 1 J/s = 1 Nm/s; 1 kW = 1 000 W; 1 MW = 1 000 000 W
	<i>T</i>	Thermodynamische Temperatur*	Kelvin*		K	0 K = -273,15 °C
<i>θ</i>	Celsius-Temperatur	Grad Celsius		°C	0 °C = 273,15 K	
Elektrische Größen	<i>I</i>	Elektr. Stromstärke*	Ampere*		A	1 A = 1 000 mA; 1 kA = 1 000 A
	<i>U</i>	Elektr. Spannung	Volt		V	1 V = 1 000 mV; 1 kV = 1 000 V
	<i>R</i>	Elektr. Widerstand	Ohm		Ω	1 Ω = 1 000 mΩ; 1 kΩ = 1 000 Ω

1 Mathematische Grundlagen

1.3 Zeichen und Symbole

1.3.1 Rechenzeichen

Zeichen	Bedeutung	Beispiele
+	plus, und	$4 + 7 = 11$
-	minus, weniger	$13 - 5 = 8$
±	plus-minus	$\pm 0.00 \text{ OFF}$
·	multipliziert, mal	$4 \cdot 3 = 12$
×	mal (im Text)	$4 \times 3 = 12$
:	dividiert, geteilt durch	$3 : 4 = 0,75$
—	Bruchstrich	$\frac{3}{4} = 0,75$
/	Bruchstrich bei Platzmangel	$3/4 = 0,75$
=	gleich, ist gleich	$7 + 5 = 16 - 4$
≠	ungleich, nicht gleich	$7 \neq 9$
≈	ungefähr gleich	$100 : 3 \approx 33,333$
<	kleiner als	$5 < 7$
>	größer als	$13 > 9$
≤	kleiner oder gleich	Schnittgeschwindigkeit $v_c \leq 90 \text{ m/s}$
≥	größer oder gleich	Dicke $t \geq 22 \text{ mm}$
...	und so weiter	$l_1 + l_2 + l_3 + \dots$
∑	Summe	$\sum A_0 = 2A + A_M$
()	runde Klammer	$(36 + 12) : 6 = 8$
[]	eckige Klammer	$6 \cdot [(15 - 3) : 12 + 1] = 12$
∥	parallel	$p \parallel$ zur Faserrichtung
⊥	rechtwinklig zu	$p \perp$ zur Faserrichtung
	rechter Winkel	
∠	Winkel	$\sphericalangle = 45^\circ$
°	Grad	60°
≐	entspricht	$42 \text{ kg} \simeq 7 \%$
%	Prozent, von Hundert	14% MwSt
‰	Promille, von Tausend	$0,8 \%$
√	Wurzelzeichen	$\sqrt{25} = 5$

1.3.2 Gebräuchliche griechische Buchstaben

Zeichen	Name	Anwendungsbeispiele
α	Alpha	Winkelgröße
β	Beta	Winkelgröße
γ	Gamma	Winkelgröße
δ	Delta	Temperatur
ε	Epsilon	Längenausdehnung
η	Eta	Wirkungsgrad
Λ	Lambda (groß)	Wärmedurchlasskoeffizient
λ	Lambda (klein)	Wärmeleitfähigkeit
μ	My	Mikrometer (μm)
π	Pi	Konstante (Kreis) 3,14
ρ	Rho	Dichte
∑	Sigma (groß)	Summe
σ	Sigma (klein)	Spannung
Ω	Omega (groß)	Einheit für elektrischen Widerstand
Θ	Theta (groß)	Cesius-Temperatur

1.3.3 Vorsilben im metrischen System

Symbol	Vorsilbe	Bedeutung	Zahl	Faktor
G	Giga	Milliarde	1 000 000 000	10 ⁹
M	Mega	Million	1 000 000	10 ⁶
k	Kilo	Tausend	1 000	10 ³
h	Hekto	Hundert	100	10 ²
da	Deka	Zehn	10	10 ¹
d	Dezi	Zehntel	0,1	10 ⁻¹
c	Zenti	Hundertstel	0,01	10 ⁻²
m	Milli	Tausendstel	0,001	10 ⁻³
μ	Mikro	Millionstel	0,000 001	10 ⁻⁶
n	Nano	Milliardstel	0,000 000 001	10 ⁻⁹

Beispiele:

- 1 MWh (MW-Std.) ≐ eine Megawattstunde
 ≐ 1 000 000 Wh
- 1 kg (Kilogramm) ≐ eintausend Gramm
 ≐ 1 000 g
- 1 hl (Hektoliter) ≐ einhundert Liter ≐ 100 l
- 1 daN (Dekanewton) ≐ zehn Newton ≐ 10 N
- 1 dl (Deziliter) ≐ einzehntel Liter ≐ 0,1 l
- 1 cm (Zentimeter) ≐ einhundertstel Meter
 ≐ 0,01 m
- 1 mm (Millimeter) ≐ eintausendstel Meter
 ≐ 0,001 m
- 1 μW (Mikrowatt) ≐ einmillionstel Watt

1 Mathematische Grundlagen

1.5 Bruchrechnen

Tabelle 21/1: Bruchrechnen – Zusammenfassung der Regeln

Regeln	Beispiele
Erweitern und Kürzen von Brüchen	
Man erweitert einen Bruch, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert.	$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{7}{21}$; $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$
Man kürzt einen Bruch, indem man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividiert.	$\frac{7}{21} = \frac{7:7}{21:7} = \frac{1}{3}$; $\frac{(a \cdot c):c}{(b \cdot c):c} = \frac{a}{b}$
Summen und Differenzen können im Allgemeinen nicht gekürzt werden. Sie sind vorher zu berechnen.	$\frac{3+4}{21-7} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$
Algebraische Summen kann man nur dann kürzen, wenn man sie vorher in ein Produkt verwandelt.	$\frac{12x+6y}{4x-2y} = \frac{6(2x+y)}{2(2x-y)} = \frac{3(2x+y)}{2x-y}$; $\frac{ax+bx}{ay+by} = \frac{x(a+b)}{y(a+b)} = \frac{x}{y}$
Addition und Subtraktion von Brüchen	
Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und den Nenner beibehält.	$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3+4-1}{7} = \frac{6}{7}$ $\frac{3}{a} + \frac{2}{a} - \frac{4}{a} = \frac{3+2-4}{a} = \frac{1}{a}$
Ungleichnamige Brüche kann man durch Erweitern einzelner Brüche gleichnamig machen. Der Hauptnenner (HN) ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Einzelnenner.	$\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{6}$ HN = 6 $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{6} = \frac{2}{6}$
Ungleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man sie erst auf einen gemeinsamen Hauptnenner gleichnamig macht und dann die Zähler addiert bzw. subtrahiert.	$\frac{1}{4} + \frac{2}{7} - \frac{3}{14} = ?$ HN = 28 $\frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 2}{14 \cdot 2} = \frac{7+8-6}{28} = \frac{9}{28}$
Multiplizieren von Brüchen	
Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert.	$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$; $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$
Ein Bruch wird mit einem Bruch multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.	$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{4}{15}$; $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$
Dividieren von Brüchen	
Man dividiert einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man den Zähler durch die ganze Zahl dividiert oder den Nenner mit dieser Zahl multipliziert.	$\frac{4}{7} : 2 = \frac{4:2}{7} = \frac{2}{7}$; $\frac{a}{b} : a = \frac{a:a}{b} = \frac{1}{b}$ $\frac{5}{7} : 2 = \frac{5}{7 \cdot 2} = \frac{5}{14}$; $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$
Ist ein Bruch eine gemischte Zahl, muss man diese erst in einen unechten Bruch umwandeln.	$1\frac{2}{3} : 3 = \frac{5}{3} : 3 = \frac{5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$
Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man ihn mit dem Kehrwert des anderen Bruches multipliziert.	$\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$
Eine ganze Zahl wird durch einen Bruch dividiert, indem man die Zahl zu einem Scheinbruch macht und diesen mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert.	$5 : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ $a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{1 \cdot b} = \frac{ac}{b}$

1 Mathematische Grundlagen

Prozentrechnen

Berechnung mit reinem Grundwert

$$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Grundwert} \times \text{Prozentsatz}}{100 \%}$$

$$P_W = \frac{G_W \cdot P_S \%}{100 \%}$$

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Prozentwert} \times 100 \%}{\text{Grundwert}}$$

$$P_S \% = \frac{P_W \cdot 100 \%}{G_W}$$

$$\text{Grundwert} = \frac{\text{Prozentwert} \times 100 \%}{\text{Prozentsatz}}$$

$$G_W = \frac{P_W \cdot 100 \%}{P_S \%}$$

Berechnungen mit vermehrtem Grundwert

Grundwert (G_W)	Prozentwert (P_W)
100 %	P_S %
100 % + P_S % = vermehrter Grundwert	

Vermehrter Grundwert
= Grundwert + Prozentwert

$$\text{vermehrter } G_W = \frac{G_W \cdot (100 \% + P_S \%)}{100 \%}$$

$$P_W = \frac{\text{vermehrter } G_W \cdot P_S \%}{100 \% + P_S \%}$$

Berechnungen mit vermindertem Grundwert

Verminderter Grundwert	Prozentwert (P_W)
100 % - P_S %	P_S %
100 % = Grundwert (G_W)	

Verminderter Grundwert
= Grundwert - Prozentwert

$$G_W = \frac{\text{verminderter } G_W \cdot 100 \%}{100 \% - P_S \%}$$

Zinsrechnen

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \times \text{Zinssatz in \%} \times \text{Laufzeit in Jahren}}{100 \%}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \% \cdot t}{100 \%}$$

$$\text{Kapital} = \frac{\text{Zinsen} \times 100 \%}{\text{Zinssatz in \%} \times \text{Laufzeit in Jahren}}$$

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \% \cdot t}$$

$$\text{Zinssatz in \%} = \frac{\text{Zinsen} \times 100 \%}{\text{Kapital} \times \text{Laufzeit in Jahren}}$$

$$p \% = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$\text{Laufzeit in Jahren} = \frac{\text{Zinsen} \times 100 \%}{\text{Kapital} \times \text{Zinssatz in \%}}$$

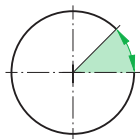
$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p \%}$$

Formelzeichen	Bezeichnung	Einheit
Z	Zinsen	€
K	Kapital	€
p	Zinssatz	%/Jahr
t	Zeit	Jahre

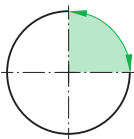
1 Mathematische Grundlagen

Winkel

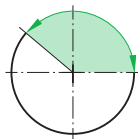
Winkelarten und Einheiten der Winkel



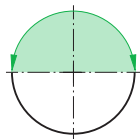
spitzer Winkel



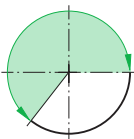
rechter Winkel
= 90°



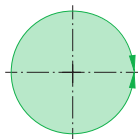
stumpfer Winkel



gestreckter Winkel
= 180°



überstumpfer Winkel



Vollwinkel
= 360°

Winkelarten

Tabelle: Einheiten in Grad

1° (Grad)	= 60' (Minuten)
1' (Minute)	= 60'' (Sekunden)
1° (Grad)	= 3 600'' (Sekunden)

Tabelle: Winkelgrößen in Grad

Winkelbereiche		genaue Winkel	
Winkelart	Grad	Winkelart	Grad
spitzer Winkel	>0° <90°	rechter Winkel	90°
stumpfer Winkel	>90° <180°	gestreckter Winkel	180°
überstumpfer Winkel	>180° <360°	Vollwinkel	360°

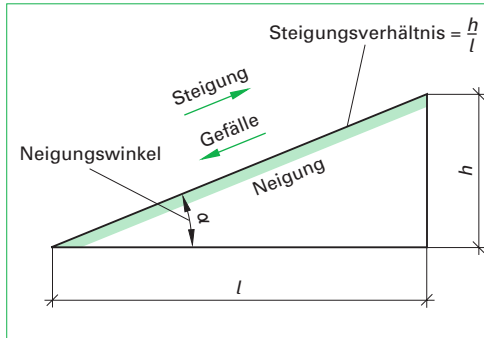
Tabelle: Winkelgrößen in gon

Winkelbereiche		genaue Winkel	
Winkelart	gon	Winkelart	gon
spitzer Winkel	>0 <100	rechter Winkel	100
stumpfer Winkel	>100 <200	gestreckter Winkel	200
überstumpfer Winkel	>200 <400	Vollwinkel	400

1 gon entspricht 0,9° oder 54'.

1 Grad entspricht 1,111 gon.

Steigung, Neigung, Gefälle



Steigung, Neigung, Gefälle

$$\text{Steigungsverhältnis} = \frac{\text{Höhe}}{\text{Grundlänge}}$$

$$s_v = \frac{h}{l}$$

$$\text{Höhe} = \text{Länge} \times \text{Steigungsverhältnis}$$

$$h = l \cdot s_v$$

$$\text{Länge} = \frac{\text{Höhe}}{\text{Steigungsverhältnis}}$$

$$l = \frac{h}{s_v}$$

$$\text{Steigung in Prozent} = \frac{\text{Höhe} \times 100\%}{\text{Grundlänge}}$$

$$s_p = \frac{h \cdot 100\%}{l}$$

$$\text{Höhe} = \frac{\text{Steigung in \%} \times \text{Länge}}{100\%}$$

$$h = \frac{s_p \cdot l}{100\%}$$

$$\text{Länge} = \frac{\text{Höhe} \times 100\%}{\text{Steigung in \%}}$$

$$l = \frac{h \cdot 100\%}{s_p}$$

2 Einheiten

Umrechnungen

Umrechnung von Längeneinheiten

1 m =	1 dm =	1 cm =	1 mm =	
1	0,1	0,01	0,001	m
10	1	0,1	0,01	dm
100	10	1	0,1	cm
1 000	100	10	1	mm

Umrechnung von Flächeneinheiten

1 m ² =	1 dm ² =	1 cm ² =	1 mm ² =	
1	0,01	0,000 1	0,000 001	m ²
100	1	0,01	0,000 1	dm ²
10 000	100	1	0,01	cm ²
1 000 000	10 000	100	1	mm ²

1 a (Ar) = 100 m²; 1 ha = 100 a

Umrechnung von Volumeneinheiten

1 m ³ =	1 dm ³ =	1 cm ³ =	1 mm ³ =	
1	0,001	0,000 001	0,000 000 001	m ³
1 000	1	0,001	0,000 001	dm ³
1 000 000	1 000	1	0,001	cm ³
1 000 000 000	1 000 000	1 000	1	mm ³

1 l = 1 dm³; 1 hl = 100 l; 1 cl = 0,01 l

Umrechnung von Masseinheiten

1 t =	1 kg =	1 g =	1 mg =	
1	0,001	0,000 001	0,000 000 001	t
1 000	1	0,001	0,000 001	kg
1 000 000	1 000	1	0,001	g

Umrechnung von Dichteinheiten

1 g/cm ³ =	1 kg/dm ³ = (1 kg/l)	1 kg/m ³ =	1 t/m ³ =	
1	1	0,001	1	g/cm ³
1	1	0,001	1	kg/dm ³
1 000	1 000	1	1 000	kg/m ³
1	1	0,001	1	t/m ³

Umrechnung von Zeiteinheiten und Winkeleinheiten

1 s =	1 min =	1 h =	
1	60	3 600	s
$\frac{1}{60}$	1	60	min
$\frac{1}{3 600}$	$\frac{1}{60}$	1	h

1'' = 1' = 1° =

Umrechnung von Geschwindigkeitseinheiten

1 m/s =	1 m/min =	1 km/h =	
1	0,016 7	0,278	m/s
60	1	16,67	m/min
3,6	0,06	1	km/h

Umrechnung von Kräfteinheiten

1 N =	1 kN =	1 MN =	
1	1 000	1 000 000	N
0,001	1	1 000	kN
0,000 001	0,001	1	MN

1 daN = 10 N; 1 kg ≈ 10 N

Umrechnung von Druckeinheiten

1 N/mm ² =	1 bar =	1 N/cm ² =	
1	0,1	0,01	N/mm ²
10	1	0,1	bar
100	10	1	N/cm ²

1 bar = 10 N/cm² = 1 daN/cm²;
1 atü, 1 kp/cm² (veraltet)

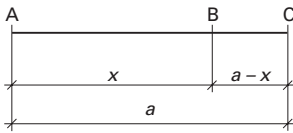
Umrechnung von Arbeitseinheiten

1 MJ =	1 kJ =	1 J =	
1	0,001	0,000 001	MJ
1 000	1	0,001	kJ
1 000 000	1 000	1	J

1 J = 1 Nm = 1 Ws

3 Längen

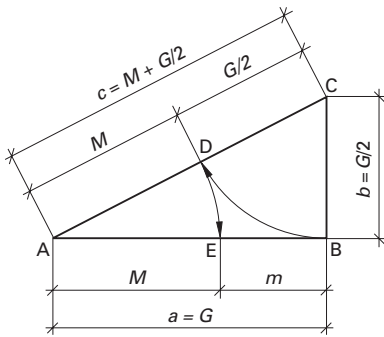
Goldener Schnitt



Der längere Abschnitt einer stetig geteilten Strecke $\overline{AC} = a$ beträgt:

$$x = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0,618a$$

$$m : M = M : G$$



Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left(M + \frac{G}{2}\right)^2 = G^2 + \left(\frac{G}{2}\right)^2 = \frac{5G^2}{4}$$

$$M + \frac{G}{2} = \frac{G\sqrt{5}}{2}$$

$$M = \frac{G\sqrt{5}}{2} - \frac{G}{2}$$

$$M = \frac{G}{2}(\sqrt{5} - 1) = G \cdot 0,618$$

$$M = G \cdot 0,618$$

$$m = G \cdot 0,382$$

$$m = M \cdot 0,618$$

G = Gesamtstrecke; M = Major; m = Minor

Maßstäbe

Maßstäbe in Tischlerzeichnungen

Gebäuchliche Maßstäbe in Tischlerzeichnungen

Maßstäbe		Anwendung
Vergrößerung	M 2 : 1	Bessere Bemaßung bei kleinen Werkstücken
Natürliche Größe	M 1 : 1	Teilschnitte, Einzelteildarstellungen
Verkleinerung	M 1 : 5 M 1 : 10 M 1 : 20 M 1 : 50	Einzelteildarstellungen, Ansichten, Schnitte und Grundrisse

Wirkliche Länge

= Länge in der Zeichnung × Verhältniszahl

$$l_w = l_z \cdot n$$

Länge in der Zeichnung = $\frac{\text{wirkliche Länge}}{\text{Verhältniszahl}}$

$$l_z = \frac{l_w}{n}$$

Verhältniszahl = $\frac{\text{wirkliche Länge}}{\text{Länge in der Zeichnung}}$

$$n = \frac{l_w}{l_z}$$

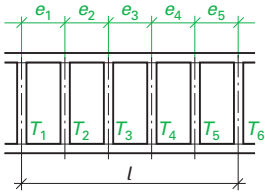
Bezeichnungen und Formelkurzzeichen für Streckenteilungen

l	Gesamtlänge, Teilungsstrecke
e	Länge gleicher Abstände
a	Länge eines Randabstandes
n_e	Anzahl der Abstände
n_T	Anzahl der Teilungselemente (Teilpunkte)

3 Längen

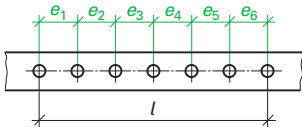
Streckenteilung

Teilen von Strecken in gleiche Abstände



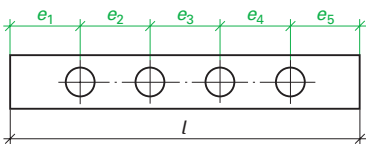
Anzahl der Teilungselemente
= Anzahl der Abstände + 1

$$n_T = n_e + 1$$



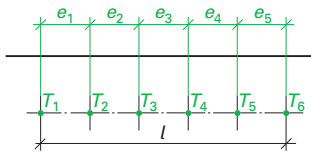
Anzahl der Abstände
= Anzahl der Teilungselemente - 1

$$n_e = n_T - 1$$



Länge des Abstandes = $\frac{\text{Gesamtlänge}}{\text{Anzahl der Abstände}}$

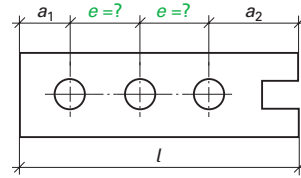
$$e = \frac{l}{n_e}$$



Länge eines
Abstandes = $\frac{\text{Gesamtlänge}}{\text{Anzahl der Teilungselemente} - 1}$

$$e = \frac{l}{n_T - 1}$$

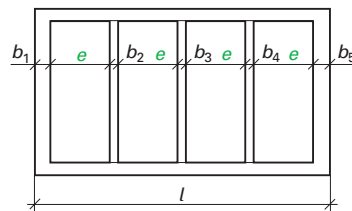
Teilen von Strecken in gleiche Abstände, jedoch mit Randabstand



Länge eines
Abstandes = $\frac{\text{Gesamtlänge} - \text{Summe Randabstand}}{\text{Anzahl der Teilungselemente} - 1}$

$$e = \frac{l - (a_1 + a_2)}{n_T - 1}$$

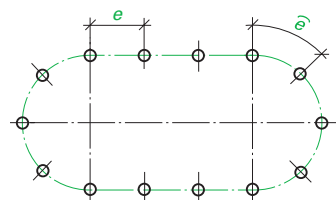
Teilen von Strecken in gleicher Abstände, jedoch mit Unterbrechungen



Länge des
Abstandes = $\frac{\text{Gesamtlänge} - \text{Summe Elementbreite}}{\text{Anzahl der Teilungselemente} - 1}$

$$e = \frac{l - (b_1 + b_2 \dots)}{n_T - 1}$$

Teilen von in sich geschlossenen Längen

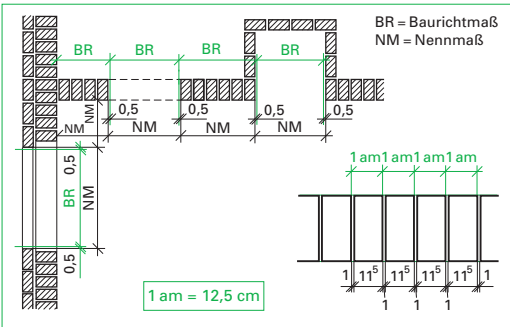


Anzahl der Abstände = Anzahl der Teilungselemente

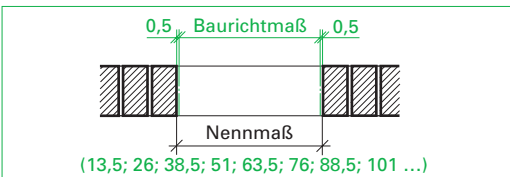
$$n_e = n_T$$

3 Längen

Maßordnung im Hochbau – Fenster- und Türmaße

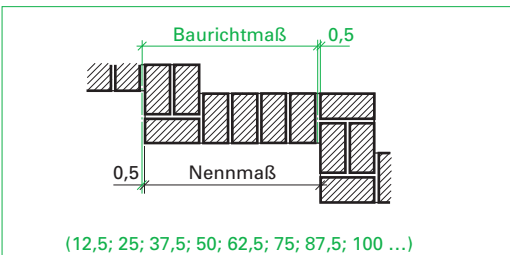


Maßbezeichnungen



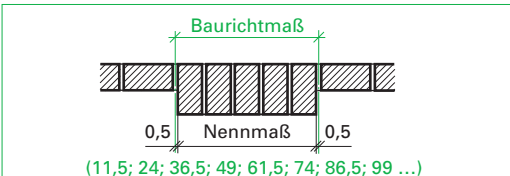
Breiten-Nennmaß (Rohbaumaß) bei **Öffnungen**
in cm = Anzahl der Steinbreite × am + 1 Stoßfuge
= x · 12,5 cm + 1 cm

Länge einer Maueröffnung



Breiten-Nennmaß (Rohbaumaß) bei **Vorlagen** in cm
= Anzahl der Steinbreite × am = x · 12,5 cm

Länge einer Mauervorlage



Breiten-Nennmaß (Rohbaumaß) bei **Pfeilern** oder für **Wanddicken** in cm
= Anzahl der Steinbreite × am – 1 Stoßfuge
= x · 12,5 cm – 1 cm

Länge eines Mauerpfeilers oder einer Wanddicke

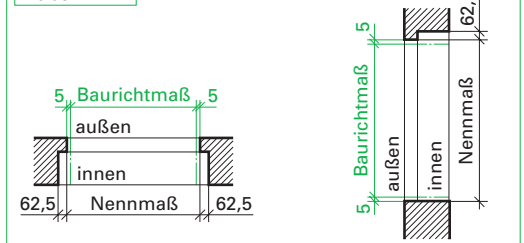
Tabelle 1: Schichthöhen

Steinformaten und Steinmaße	DF	NF	2 DF	10 DF
▼ 25 cm				
▼ 0 cm				
Steinhöhen in cm	5 ²	7 ¹	11 ³	23 ⁸
Schichthöhen in cm	6 ²⁵	8 ³³	12 ⁵	25
Schichten je m	16	12	8	4

Höhen-Nennmaß (Rohbaumaß) für Maueröffnung

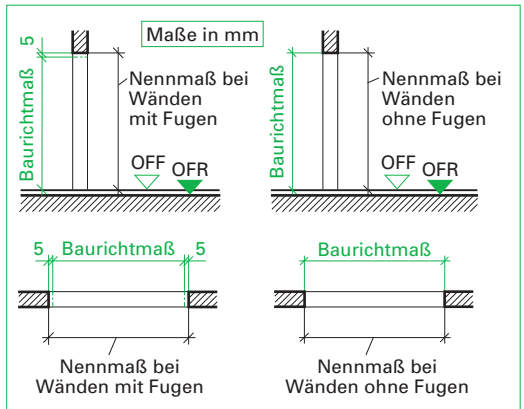
= Anzahl der Schichten × Schichthöhe
+ 2 · 1/2 Lagerfuge = x · h_s + 2 · 0,5 cm

Maße in mm



Fensteröffnung mit Innenanschlag

Maueröffnung für Fenster



Maueröffnung für Türen und Fenster

Tabelle 2: Rohbau-Nennmaße für Innentüren (Vorzugsmaße)

Höhen	Breiten einflügeliger Türen					Breiten zweiflügeliger Türen				
	635	760	885	1010	1135	1260	1510	1760	2010	
2 005	635	760	885	1010	1135	1260	1510	1760	2010	
2 130	635	760	885	1010	1135	1260	1510	1760	2010	
2 255			885	1010	1135	1260	1510	1760	2010	

3 Längen

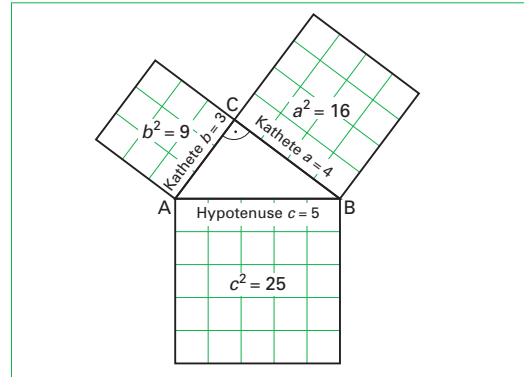
Seitenlängen rechtwinkliger Dreiecke – Winkelfunktionen

Lehrsatz:

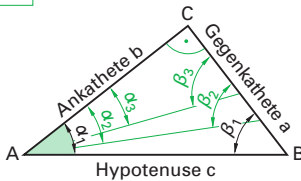
Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten.

Grundformeln:	Für die Berechnung der Seitenlänge gilt:
$c^2 = a^2 + b^2$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$a^2 = c^2 - b^2$	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$
$b^2 = c^2 - a^2$	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Lehrsatz des Pythagoras



$$\begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 &= 90^\circ \\ \alpha_2 + \beta_2 &= 90^\circ \\ \alpha_3 + \beta_3 &= 90^\circ \end{aligned}$$



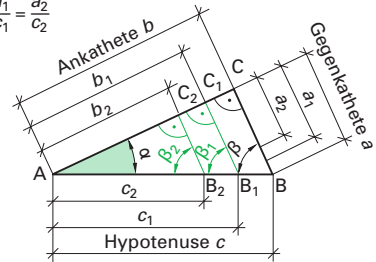
Abhängigkeiten von Seiten und Winkeln im rechtwinkligen Dreieck

Formeln: Winkelfunktionen	
Sinus =	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Cosinus =	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens =	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Cotangens =	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\sin \beta = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2}$$



Seitenverhältnisse

Sind in verschiedenen großen (rechtwinkligen) Dreiecken die Winkel gleich, so sind auch deren Seitenverhältnisse gleich. Im rechtwinkligen Dreieck ist der Sinus eines Winkels gleich dem Cosinus seines Gegenwinkels.

bezogen auf den Winkel α :

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a}{c} & a &= c \cdot \sin \alpha & c &= \frac{a}{\sin \alpha} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} & b &= c \cdot \cos \alpha & c &= \frac{b}{\cos \alpha} \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} & a &= b \cdot \tan \alpha & b &= \frac{a}{\tan \alpha} \\ \cot \alpha &= \frac{b}{a} & b &= a \cdot \cot \alpha & a &= \frac{b}{\cot \alpha} \end{aligned}$$

bezogen auf den Winkel β :

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{b}{c} & b &= c \cdot \sin \beta & c &= \frac{b}{\sin \beta} \\ \cos \beta &= \frac{a}{c} & a &= c \cdot \cos \beta & c &= \frac{a}{\cos \beta} \\ \tan \beta &= \frac{b}{a} & b &= a \cdot \tan \beta & a &= \frac{b}{\tan \beta} \\ \cot \beta &= \frac{a}{b} & a &= b \cdot \cot \beta & b &= \frac{a}{\cot \beta} \end{aligned}$$

Sinus 0 ... 45°											Sinus 45 ... 90°														
Min. Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	Min. Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	Min. Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	Min. Grad	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44	0,7193	0,7213	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	44	0,7314
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	43	0,7314	0,7334	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	43	0,7431
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	42	0,7547
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	41	0,7660
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	0,7679	40	0,7679	0,7698	0,7717	0,7735	0,7753	0,7771	0,7789	40	0,7789
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84	0,7717	0,7735	0,7753	0,7771	0,7789	0,7807	0,7825	39	0,7825	0,7843	0,7861	0,7878	0,7895	0,7912	0,7929	39	0,7929
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83	0,7861	0,7878	0,7895	0,7912	0,7929	0,7946	0,7963	38	0,7963	0,7980	0,7997	0,8014	0,8031	0,8048	0,8064	38	0,8064
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82	0,7997	0,8014	0,8031	0,8048	0,8064	0,8081	0,8097	37	0,8097	0,8114	0,8131	0,8148	0,8164	0,8181	0,8197	37	0,8197
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81	0,8131	0,8148	0,8164	0,8181	0,8197	0,8214	0,8230	36	0,8230	0,8246	0,8262	0,8278	0,8294	0,8310	0,8326	36	0,8326
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80	0,8262	0,8278	0,8294	0,8310	0,8326	0,8342	0,8358	35	0,8358	0,8374	0,8390	0,8406	0,8422	0,8438	0,8454	35	0,8454
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79	0,8390	0,8406	0,8422	0,8438	0,8454	0,8470	0,8486	34	0,8486	0,8502	0,8518	0,8534	0,8550	0,8566	0,8582	34	0,8582
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78	0,8518	0,8534	0,8550	0,8566	0,8582	0,8598	33	0,8598	0,8614	0,8630	0,8646	0,8662	0,8678	0,8694	0,8710	33	0,8710
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77	0,8630	0,8646	0,8662	0,8678	0,8694	0,8710	32	0,8710	0,8726	0,8742	0,8758	0,8774	0,8790	0,8806	0,8822	32	0,8822
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76	0,8742	0,8758	0,8774	0,8790	0,8806	0,8822	31	0,8822	0,8838	0,8854	0,8870	0,8886	0,8902	0,8918	0,8934	31	0,8934
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75	0,8854	0,8870	0,8886	0,8902	0,8918	0,8934	30	0,8934	0,8950	0,8966	0,8982	0,8998	0,9014	0,9030	0,9046	30	0,9046
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74	0,8966	0,8982	0,8998	0,9014	0,9030	0,9046	29	0,9046	0,9062	0,9078	0,9094	0,9110	0,9126	0,9142	0,9158	29	0,9158
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73	0,9078	0,9094	0,9110	0,9126	0,9142	0,9158	28	0,9158	0,9174	0,9190	0,9206	0,9222	0,9238	0,9254	0,9270	28	0,9270
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72	0,9190	0,9206	0,9222	0,9238	0,9254	0,9270	27	0,9270	0,9286	0,9302	0,9318	0,9334	0,9350	0,9366	0,9382	27	0,9382
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71	0,9302	0,9318	0,9334	0,9350	0,9366	0,9382	26	0,9382	0,9398	0,9414	0,9430	0,9446	0,9462	0,9478	0,9494	26	0,9494
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70	0,9414	0,9430	0,9446	0,9462	0,9478	0,9494	25	0,9494	0,9510	0,9526	0,9542	0,9558	0,9574	0,9590	0,9606	25	0,9606
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69	0,9526	0,9542	0,9558	0,9574	0,9590	0,9606	24	0,9606	0,9622	0,9638	0,9654	0,9670	0,9686	0,9702	0,9718	24	0,9718
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68	0,9638	0,9654	0,9670	0,9686	0,9702	0,9718	23	0,9718	0,9734	0,9750	0,9766	0,9782	0,9798	0,9814	0,9830	23	0,9830
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67	0,9750	0,9766	0,9782	0,9798	0,9814	0,9830	22	0,9830	0,9846	0,9862	0,9878	0,9894	0,9910	0,9926	0,9942	22	0,9942
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66	0,9862	0,9878	0,9894	0,9910	0,9926	0,9942	21	0,9942	0,9958	0,9974	0,9990	1,0006	1,0022	1,0038	1,0054	21	1,0054
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65	0,9974	0,9990	1,0006	1,0022	1,0038	1,0054	20	1,0054	1,0070	1,0086	1,0102	1,0118	1,0134	1,0150	1,0166	20	1,0166
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64	1,0086	1,0102	1,0118	1,0134	1,0150	1,0166	19	1,0166	1,0182	1,0198	1,0214	1,0230	1,0246	1,0262	1,0278	19	1,0278
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63	1,0198	1,0214	1,0230	1,0246	1,0262	1,0278	18	1,0278	1,0294	1,0310	1,0326	1,0342	1,0358	1,0374	1,0390	18	1,0390
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	62	1,0310	1,0326	1,0342	1,0358	1,0374	1,0390	17	1,0390	1,0406	1,0422	1,0438	1,0454	1,0470	1,0486	1,0502	17	1,0502
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61	1,0422	1,0438	1,0454	1,0470	1,0486	1,0502	16	1,0502	1,0518	1,0534	1,0550	1,0566	1,0582	1,0598	1,0614	16	1,0614
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60	1,0534	1,0550	1,0566	1,0582	1,0598	1,0614	15	1,0614	1,0630	1,0646	1,0662	1,0678	1,0694	1,0710	1,0726	15	1,0726
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59	1,0646	1,0662	1,0678	1,0694	1,0710	1,0726	14	1,0726	1,0742	1,0758	1,0774	1,0790	1,0806	1,0822	1,0838	14	1,0838
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58	1,0758	1,0774	1,0790	1,0806	1,0822	1,0838	13	1,0838	1,0854	1,0870	1,0886	1,0902	1,0918	1,0934	1,0950	13	1,0950
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57	1,0870	1,0886	1,0902	1,0918	1,0934	1,0950	12	1,0950	1,0966	1,0982	1,0998	1,1014	1,1030	1,1046	1,1062	12	1,1062
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56	1,0982	1,0998	1,1014	1,1030	1,1046	1,1062	11	1,1062	1,1078	1,1094	1,1110	1,1126	1,1142	1,1158	1,1174	11	1,1174
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55	1,1094	1,1110	1,1126	1,1142	1,1158	1,1174	10	1,1174	1,1190	1,1206	1,1222	1,1238	1,1254	1,1270	1,1286	10	1,1286
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54	1,1206	1,1222	1,1238	1,1254	1,1270	1,1286	9	1,1286	1,1302	1,1318	1,1334	1,1350	1,1366	1,1382	1,1398	9	1,1398
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53	1,1318	1,1334	1,1350	1,1366	1,1382	1,1398	8	1,1398	1,1414	1,1430	1,1446	1,1462	1,1478	1,1494	1,1510	8	1,1510
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52	1,1430	1,1446	1,1462	1,1478	1,1494	1,1510	7	1,1510	1,1526	1,1542	1,1558	1,1574	1,1590	1,1606	1,1622	7	1,1622
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6294	51	1,1542	1,1558	1,1574	1,1590	1,1606	1,1622	6	1,1622	1,1638	1,1654	1,1670	1,1686	1,1702	1,1718	1,1734	6	1,1734
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50	1,1654	1,1670	1,1686	1,1702	1,1718	1,1734	5	1,1734	1,1750	1,1766	1,1782	1,1798	1,1814	1,1830	1,1846	5	1,1846
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49	1,1766	1,1782	1,1798	1,1814	1,1830	1,1846	4	1,1846	1,1862	1,1878	1,1894	1,1910	1,1926	1,1942	1,1958	4	1,1958
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48	1,1878	1,1894	1,1910	1,1926	1,1942	1,1958	3	1,1958	1,1974	1,1990	1,2006	1,2022	1,2038	1,2054	1,2070	3	1,2070
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47	1,1990	1,2006	1,2022	1,2038	1,2054	1,2070	2	1,2070	1,2086	1,2102	1,2118	1,2134	1,2150	1,2166	1,2182	2	1,2182
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46	1,2102	1,2118	1,2134	1,2150	1,2166	1,2182	1	1,2182	1,2198	1,2214	1,2230	1,2246	1,2262	1,2278	1,2294	1	1,2294
4																									

Tangens 0 ... 45°											Tangens 45 ... 90°										
Min. Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	Min. Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	Min. Grad					
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0235	1,0295	1,0355	44					
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724	43					
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106	42					
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	41					
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85	1,1504	1,1571	1,1640	1,1708	1,1778	1,1847	1,1918	40					
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39					
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	38					
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270	37					
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	36					
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80	1,3764	1,3848	1,3934	1,4016	1,4106	1,4193	1,4281	35					
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34					
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	33					
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	77	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003	32					
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76	1,6003	1,6107	1,6212	1,6319	1,6426	1,6534	1,6643	31					
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	75	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321	30					
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	1,7321	1,7437	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8040	29					
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	73	1,8040	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	28					
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626	27					
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503	26					
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445	25					
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460	24					
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	68	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559	23					
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	67	2,3559	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751	22					
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	66	2,4751	2,4960	2,5172	2,5386	2,5605	2,5828	2,6051	21					
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65	2,6051	2,6279	2,6511	2,6748	2,6989	2,7232	2,7475	20					
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042	19					
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777	18					
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709	17					
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874	16					
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5656	0,5694	0,5733	0,5774	60	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6470	3,6891	3,7321	15					
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59	3,7321	3,7760	3,8208	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108	14					
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6248	58	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315	13					
32	0,6248	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6382	4,7046	12					
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446	11					
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713	10					
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138	9					
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53	6,3138	6,4348	6,5606	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154	8					
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52	7,1154	7,2887	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1443	7					
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51	8,1443	8,3450	8,5555	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144	6					
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7119	11,0594	11,4301	5					
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007	4					
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811	3					
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4343	28,6363	2					
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900	1					
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45	57,2900	68,7501	85,9398	114,5887	171,8854	343,7737	687,7737	0					

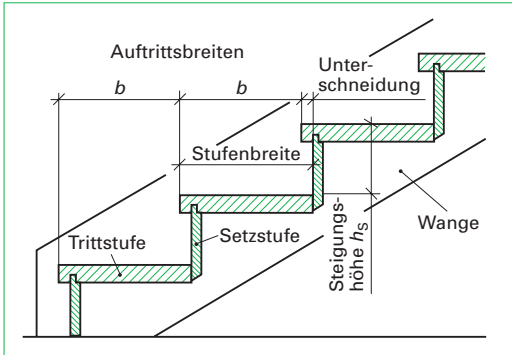
Cotangens 0 ... 45°

Cotangens 45 ... 90°

3 Längen

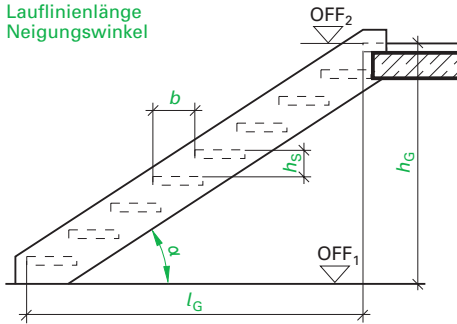
Treppen

Steigungsverhältnis



Begriffe an Treppenstufen

- b Auftrittsweite
- h_s Steigungshöhe
- h_G Geschosshöhe
- l_G Lauflinienlänge
- α Neigungswinkel



$$\text{Steigungsverhältnis} = \frac{\text{Steigungshöhe}}{\text{Auftrittsweite}} = \frac{h_s}{b}$$

$$\text{Ideale Steigungsverhältnisse} = \frac{17}{29} \text{ bis } \frac{18}{27}$$

Tabelle: Steigungshöhen und Auftrittsweiten

	Steigungshöhe h_s	Auftrittsweite b
Einfamilienhaustreppen	$\leq 20 \text{ cm}$	$\geq 23 \text{ cm}$
Keller-, Boden-, Neben- und Nottreppen	$\leq 20 \text{ cm}$	$\geq 21 \text{ cm}$
Treppen in Mehrfamilienhäusern	$\leq 19 \text{ cm}$	$\geq 26 \text{ cm}$

Schrittmaßregel

Die Zahl der Steigungen ist stets um eins größer als die Zahl der Auftritte.

$$n_s = n_A + 1$$

$$n_A = n_s - 1$$

Schrittmaßregel:

$$\text{Schrittlänge } l_s = 2 \times \text{Steigungshöhe} + 1 \times \text{Auftrittsweite} = 63 \text{ cm}$$

$$l_s = 2h_s + b = 63 \text{ cm}$$

Tabelle: Schrittlängen

Normalfall	$l_s = 2h_s + b = 63$
Flache Treppe	$l_s = 2h_s + b = 61$ wobei $h_s \leq 17 \text{ cm}$
Steile Treppe	$l_s = 2h_s + b = 65$ wobei $h_s \geq 18 \text{ cm}$

Berechnung der Steigungshöhe:

$$\text{Steigungshöhe } h_s = \frac{\text{Geschosshöhe}}{\text{Anzahl der Steigungen}}$$

$$h_s = \frac{h_G}{n_s}$$

Berechnung der Auftrittsweite:

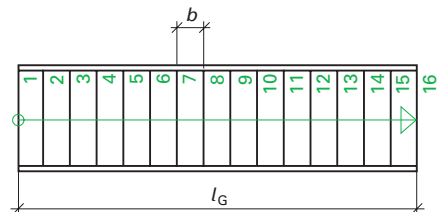
$$\text{Auftrittsweite } b = \frac{\text{Lauflinienlänge } l_G}{\text{Anzahl der Auftritte}}$$

$$b = \frac{l_G}{n_A} \text{ oder } b = 63 - 2h_s$$

Berechnung der Lauflinienlänge:

$$\text{Lauflinienlänge } l_G = \text{Anzahl der Auftritte} \times \text{Auftrittsweite}$$

$$l_G = n_A \cdot b$$



Lauflinienlänge