



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Bauberufe

Peschel · Jansen · Nennowitz · Schulzig · Steinle

Zimmerer Tabellenbuch

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Meistern, Ingenieuren und Lehrern
an berufsbildenden Schulen

Lektorat: Peter Peschel

6. überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 43177

FACH-
MATHEMATIK

STATIK UND
LASTANNAHMEEN

HOLZ UND
NAGEL

BAUSTOFFE

BAU-
KONSTRUKTIONEN

BAUTEN-
SCHUTZ

ZEICHNEN
UND SCHIFTEN

BAUBETRIEB

Autoren des Tabellenbuches

Peschel, Peter
Jansen, Thomas
Nennewitz, Ingo
Schulzig, Sven
Steinle, Jürgen

Oberstudiendirektor a.D.
Studienrat
Tischlermeister
Oberstudienrat
Technischer Oberlehrer

Göttingen
Aurich
Wiesbaden
Kassel
Ingerkingen

Lektorat

Peter Peschel

Bildbearbeitung

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter sowie anderer Bestimmungen und Richtlinien zugrunde gelegt (Redaktionsschluss 31.12.2021). Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

6. überarbeitete Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4982-7

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Das „**Zimmerer Tabellenbuch**“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bautechnik. Es eignet sich besonders für die Ausbildung der Sägewerker sowie der **Zimmerer und Dachdecker** bei lernfeldorientiertem Unterricht.

Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl allein als auch mit anderen Lehrbüchern aus der Aus- und Weiterbildung, sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden.

Der Inhalt des Tabellenbuches umfasst Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen sowie Faustformeln aus der Praxis. Die Nähe zum **Tabellenbuch Bautechnik** und zum **Tabellenbuch Holztechnik** ist gewollt, das **Zimmerer Tabellenbuch** geht aber speziell auf die Ausbildungsinhalte der Zimmerer, Dachdecker und Sägewerker ein.

Die jetzige 6. Auflage entspricht in der Abfolge der Kapitel und Themen der vorherigen. Alle Normangaben wurden überprüft und, falls notwendig, aktualisiert.

Das Teilkapitel 4.2 **Dachbaustoffe und Dachdeckung** wurde um ausbildungsrelevante Inhalte für den Ausbildungsberuf **Dachdecker** erweitert.

Die Teilkapitel 3.8 **Klebstoffe**, 4.1 **Mauersteine**, 4.3 **Beton** sowie 4.4 **Betonstahl und Baumetalle** wurden erweitert.

Das Teilkapitel 8.8 **Schalung** wurde neu aufgenommen. Zudem ist das neue **Gebäudeenergiegesetz** (GEG) durchgängig berücksichtigt.

Ein schneller Zugriff wird durch das bewährte Daumenregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Tabellen und Formeln sind durch eine Rasterung hervorgehoben. Viele Beispiele unterstützen die Formeln und Tabellen. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle aufgeführte Formeln werden durch ein Dreieck ► mit Seitenzahl gekennzeichnet.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch ein Teilinhaltsverzeichnis vor jedem Kapitel ergänzt. Ebenso werden **Literaturhinweise** und **Querverweise** auf die gültigen DIN-Blätter vor den Teilkapiteln aufgeführt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Tabellenbuches ist besonders ausführlich gehalten und ermöglicht ein schnelles Finden einzelner Begriffe.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des **Zimmerer Tabellenbuches** beigetragen haben, insbesondere den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik, des Tabellenbuches Holztechnik und des Fachbuches Bautechnik nach Lernfeldern „Zimmerer“ und den im Quellen- und Literaturverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Das vorliegende Werk wurde mit der gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Lektor und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Druck- und Satzfehler keine Haftung.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung sowie für Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir dankbar. Sie können dafür unsere Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de nutzen.

FACHMATHEMATIK

7 ... 34

1

STATIK UND LASTANNAHMEN

35 ... 64

2

HOLZ UND NAGEL

65 ... 134

3

BAUSTOFFE

135 ... 172

4

BAU- KONSTRUKTIONEN

173 ... 232

5

BAUTENSCHUTZ

233 ... 272

6

ZEICHNEN UND SCHIFTEN

273 ... 320

7

BAUBETRIEB

321 ... 382

8

Inhaltsverzeichnis

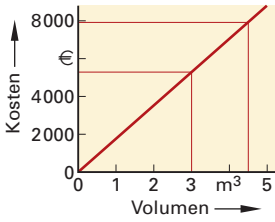
1	1 FACHMATHEMATIK	7	3	3 HOLZ UND NAGEL	65
	1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln	8		Firmenverzeichnis	66
	1.2 Rechenarten	11		Literatur und Normen	66
	1.3 Prozentrechnung und Zinsrechnung	15	3.1 Aufbau und Holzarten	67	
	1.4 Längen und Winkel	16	3.1.1 Aufbau des Holzes	67	
2	1.5 Flächen	17	3.1.2 Nadelholz	68	
	1.6 Körper	22	3.1.3 Laubholz	68	
	1.7 Geometrie	25	3.1.4 Kennwerte für Holzarten	70	
	1.7.1 Rechtwinklige Dreiecke	25	3.1.5 Terrassenholz – Gartenholz	71	
	1.7.2 Winkelfunktionen	26	3.1.6 Charakteristische Werte	73	
	1.7.3 Schiefwinklige Dreiecke	28	3.1.7 Eurocode 5	75	
	1.7.4 Steigung	29	3.2 Holzschädlinge und Holzfehler	77	
	1.7.5 Strahlensätze und Ähnlichkeiten	30	3.3 Holzfeuchte	78	
3	1.8 Gleichungen und Ungleichungen	31	3.4 Holz als Handelsware	82	
	1.9 Funktionen	33	3.4.1 Qualitätssortierung für Stammholz	82	
			3.4.2 Schnittholz Einteilung	90	
			3.4.3 Sortierklassen	92	
			3.4.4 Konstruktionsvollholz	95	
			3.4.5 Handelsgrößen und Handelsformen	97	
4			3.5 Holzwerkstoffe	101	
			3.5.1 Übersicht der Holzwerkstoffe	101	
			3.5.2 Massivholzplatte	102	
			3.5.3 Furnierschichtholz	103	
			3.5.4 Sperrholz	103	
			3.5.5 Platten aus langen, ausgerichteten Spänen	104	
			3.5.6 Spanplatten	104	
			3.5.7 Holzfaserplatten	106	
			3.5.8 Formaldehyd-Klassen	108	
			3.5.9 Systeme der Konformitäts- bescheinigung	108	
5	2 STATIK UND LASTANNAHMEN	35	3.6 Verbindungsmitel	109	
	Sicherheitskonzept nach Eurocode	35	3.6.1 Nägel und Klammern	109	
	Physikalische Grundgrößen	36	3.6.2 Holzschrauben	111	
	2.1 Mechanik	37	3.6.3 Befestigungsmittel für Gipsplatten, Schraubhaken	113	
	2.1.1 Physikalische Grundlagen	37	3.6.4 Gewindeschrauben, Muttern und Unterlegscheiben	114	
	2.1.2 Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	39	3.6.5 Blechschrauben, Bohrschrauben, Blindniet	116	
	2.1.3 Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	40	3.7 Ingenieurmäßige Verbindungen	117	
	2.1.4 Einfache Maschinen	41	3.7.1 Verbinder	117	
6	2.2 Statik	42	3.7.2 Dübel besonderer Bauart, Passbolzen	120	
	2.2.1 Kräfte und Momente	42	3.7.3 Schrauben	123	
	2.2.2 Gleichgewichtsbedingungen	44	3.7.4 Nägel	124	
	2.2.3 Statische Systeme	45	3.8 Klebstoffe	127	
	2.2.4 Spannungen	50	Klebstofftechnische Begriffe	127	
	2.2.5 Formänderungen	52	Gebräuchliche Klebstoffe in der Holz- technik	127	
7	2.3 Lastannahmen	54			
	2.3.1 Wichte von Baustoffen und Bauteilen	54			
	2.3.2 Eigenlasten für Dächer	57			
	2.3.3 Nutzlasten	58			
	2.3.4 Eigen- und Nutzlast, Trennwand- zuschlag	60			
	2.3.5 Windlasten	60			
	2.3.6 Schneelasten	63			
8	2.4 Eurocode (EC)	64			

Inhaltsverzeichnis

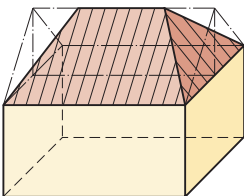
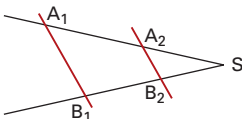
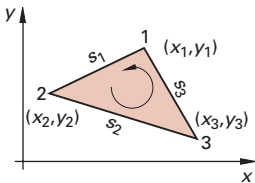
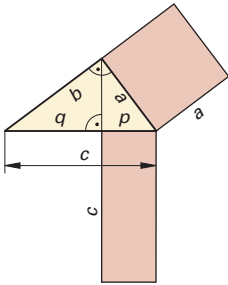
3.9	Befestigungsmittel Dübel	129	5	BAUKONSTRUKTION	173	
3.9.1	Ankergrund, Bohrverfahren, Montage.....	129		Firmenverzeichnis	174	1
3.9.2	Dübelarten	131		Literatur und Normen.....	174	
3.9.3	Besondere Befestigungsmittel	134	5.1	Holzkonstruktionen	175	
4	BAUSTOFFE	135	5.1.1	Zimmermannsmäßige Holz- verbindungen	179	2
	Normen	135	5.1.2	Dachteile – geometrische und funktionelle Bedeutungen	181	
4.1	Mauersteine	136	5.1.3	Dachkonstruktionen.....	182	2
4.1.1	Ziegel und Klinker.....	136	5.1.4	Fachwerkwand.....	184	
4.1.2	Kalksandsteine.....	137	5.1.5	Holzwände	185	
4.1.3	Mauersteine aus Beton / Betonsteine/ Porenbetonsteine	138	5.2	Holzbalkendecken und Fußböden	187	3
4.1.4	Steinformate und Baustoffbedarf	139	5.2.1	Holzbalkendecken.....	188	
4.1.5	Sondersteine/Sonderziegel	140	5.2.2	Holzfußböden	189	3
4.2	Dachbaustoffe und Dachdeckungen	141	5.3	Wintergärten	191	
4.2.1	Übersicht der Baustoffe für Deckung und Abdichtung	142	5.4	Hallenkonstruktion	193	
4.2.2	Dachneigung	142	5.5	Treppen	195	
4.2.3	Faserzement-Wellplatten.....	142	5.5.1	Maßbegriffe und Bezeichnungen.....	195	4
4.2.4	Dachsteine und Dachziegel	143	5.5.2	Steigungsverhältnisse	198	
4.2.5	Deckung mit Dachsteinen und Dachziegeln	144	5.5.3	Treppenwangen und Tragholme	199	4
4.2.6	Schiefer und Faserzementplatten	146	5.5.4	Verziehen von Treppen	200	
4.2.7	Metalldeckung	146	5.6	Türen, Fenster, Dachflächenfenster	202	
4.2.8	Dachabdichtungen	148	5.6.1	Türen.....	202	5
4.2.9	Dachbahnen und Dachdichtungs- bahnen.....	150	5.6.2	Fenster.....	204	
4.2.10	Dachrinnen und Regenfallrohre	152	5.6.3	Dachflächenfenster.....	207	5
4.3	Beton	154	5.7	Innenausbau	209	5
4.3.1	Zemente.....	154	5.7.1	Nichttragende Trennwände	209	
4.3.2	Gesteinskörnungen	155	5.7.2	Wandverkleidungen	214	
4.3.3	Einteilung des Betons	156	5.7.3	Deckenverkleidungen	215	
4.3.4	Betonzusätze	158	5.8	Mauerwerksbau	216	6
4.4	Betonstahl und Baumetalle	159	5.8.1	Maßordnung im Hochbau.....	216	
4.5	Mörtel	162	5.8.2	Mauerwerksverbände.....	217	
4.6	Putzsysteme und Wärmedämm- verbundsysteme	164	5.8.3	Wandarten und Wanddicken.....	218	6
4.7	Plattenwerkstoffe	167	5.8.4	Charakteristische Druckfestigkeit für Mauerwerk	219	
4.7.1	Gipsplatten / Gipsbauplatten / Wandbauplatten	167	5.8.5	Konstruktionsregeln	220	
4.7.2	Faserzementplatten	168	5.8.6	Hausschornsteine/Abgasanlagen	221	
4.7.3	Gipsfaserplatten	168	5.9	Stahlbetonbau	224	7
4.7.4	Holzwohle-Leichtbauplatten	168	5.9.1	Übersicht und Zuordnung	224	
4.7.5	Hochdruck Schichtstoffplatten	169	5.9.2	Betondruck- und Betonzugfestig- keiten	225	
4.8	Unterspannbahn / Unterdeckbahn	170	5.9.3	Fundamente aus unbewehrtem Beton.....	225	
			5.9.4	Allgemeine Bewehrungsregeln.....	226	
			5.9.5	Querschnittstabeln für Balken- und Plattenbewehrung	229	8
			5.9.6	Massivdecken/Rippendecken und Balkendecken.....	230	

Inhaltsverzeichnis

1	6 BAUTENSCHUTZ 231	8 BAUBETRIEB 321
	Wirkung der bauphysikalischen Einflüsse auf den Menschen 232	Firmenverzeichnis 322
	Raumklimakomponenten 232	Literatur und Normen 322
	6.1 Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe 233	8.1 Zimmerer-Betrieb als Dienstleister 323
	6.2 Wärmeschutz 238	8.1.1 Arten von Dienstleistungen 323
2	6.2.1 Physikalische Grundlagen 238	8.1.2 Qualitätssicherung 324
	6.2.2 Wärmetechnische Mindest- anforderungen 239	8.1.3 Bauplanung 325
	6.2.3 Wärmebrücken 243	8.1.4 Aufbauorganisation 330
	6.2.4 Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer 244	8.2 Messen im Zimmererhandwerk 332
3	6.3 Energieeinsparverordnung 245	8.2.1 Messinstrumente 332
	6.4 Feuchteschutz und Tauwasserschutz 250	8.2.2 Grundlagen 335
	6.4.1 Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz ... 250	8.3 Handwerkzeug und Maschinen 336
	6.4.2 Feuchteschutztechnische Rechen- werte 251	8.3.1 Handwerkzeuge 336
	6.4.3 Schutzmaßnahmen gegen Tauwasserbildung 253	8.3.2 Maschinenwerkzeuge 338
4	6.5 Schallschutz 257	8.3.3 Elektrowerkzeuge, Handmaschinen ... 342
	6.6 Brandschutz 262	8.3.4 Verschnittberechnung 344
	6.7 Bauen im Bestand 267	8.4 Kalkulation 345
	6.8 Oberflächenschutz 270	8.5 Bauvertragsrecht 353
5	7 ZEICHNEN UND SCHIFTEN 273	8.5.1 Vergabe- und Vertragsrecht 353
	7.1 Normschrift 274	8.5.2 Elemente des Baurechts 357
	7.2 Zeichengeräte und Materialien 276	8.5.3 Baugesetze und Verordnungen 358
	7.3 Bemaßung 277	8.6 Umwelt- und Arbeitsschutz 360
	7.4 Bauzeichnungen 281	8.6.1 Vorschriften und Begriffe 360
6	7.5 Grundkonstruktionen 290	8.6.2 Gefahrstoffe 361
	7.6 Darstellende Geometrie 297	8.6.3 Lösemittel und Verdünnungsmittel ... 364
	7.7 Schiften 303	8.6.4 Betriebsanweisung 365
	7.7.1 Dachformen 303	8.7 Gerüstbau und Schalung 370
	7.7.2 Dachausmittlungen 304	8.7.1 Arbeitsgerüste 370
	7.7.3 Schiftmethoden 309	8.7.2 Schutz- und Fanggerüste 372
7	7.7.4 Austragungen am gleichgeneigten Walmdach (GGWD) 311	8.7.3 Schalungsstützen/Baustützen 374
	7.7.5 Austragungen am ungleichgeneigten Walmdach (UGGWD) 315	8.7.4 Schalung 375
	7.7.6 Computer-Abbund 319	8.8 Zimmerer-Tradition 377
	7.7.7 Rechnerischer Abbund 320	Kleines Zimmereilexikon 378
8		Sachwortverzeichnis 383
		In den Umschlagseiten
		Umwandlung von Gleichungen
		Holz-Querschnitte



a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17
9	40	41
11	60	61
12	35	37
13	84	85
20	21	29



1	FACHMATHEMATIK	7
1.1	Zeichen, Begriffe und Tafeln	8
	■ Konstanten (gerundet).....	8
	■ Umwandlungstabellen.....	9
	■ Interpolation.....	10
	■ Aufrunden und Abrunden.....	10
1.2	Rechenarten	11
	■ Grundrechenarten.....	11
	■ Klammerregeln.....	11
	■ Bruchrechnung.....	12
	■ Dreisatzrechnung.....	13
	■ Potenzen.....	14
	■ Binomische Formeln.....	14
	■ Wurzeln.....	14
1.3	Prozentrechnung und Zinsrechnung	15
1.4	Längen und Winkel	16
	■ Längenteilung.....	16
	■ Winkel.....	16
1.5	Flächen	17
	■ Dreieck.....	17
	■ Unregelmäßiges Vieleck.....	18
	■ Regelmäßige Vielecke.....	18
	■ Kreis.....	19
	■ Ellipse.....	19
	■ Flächen und Schwerpunkte.....	20
	■ Flächen am Dach.....	21
1.6	Körper	22
	■ Würfel.....	22
	■ Pyramide.....	22
	■ Pyramidenstumpf.....	23
	■ Rampe.....	23
	■ Reguläre Polyeder (platonische Körper).....	24
	■ Rotationssymmetrische Körper.....	24
1.7	Geometrie	25
1.7.1	Rechtwinklige Dreiecke.....	25
1.7.2	Winkelfunktionen.....	26
	■ Längen und Flächen am Dach.....	27
1.7.3	Schiefwinklige Dreiecke.....	28
	■ Sinussatz.....	28
	■ Kosinussatz.....	28
1.7.4	Steigung.....	29
1.7.5	Strahlensätze und Ähnlichkeiten.....	30
1.8	Gleichungen und Ungleichungen	31
	■ Äquivalenzumformungen.....	31
	■ Ungleichungen.....	31
	■ Beträge/Betragsungleichungen.....	31
	■ Gleichungen 1. Grades (lineare Gleichungen).....	32
	■ Gleichungen 2. Grades (quadratische Gleichungen).....	32
	■ Lineare Gleichungen mit 2 Variablen.....	32
1.9	Funktionen	33
	■ Lineare Funktion (ganzrationale Funktion 1. Grades).....	33
	■ Quadratische Funktion (ganzrationale Funktion 2. Grades).....	33
	■ Taschenrechner.....	34

1

2

3

4

5

6

7

8

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Technische und naturwissenschaftliche Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Basisgrößen, Basiseinheiten und die Vorsätze vor Einheiten werden in der DIN 1301 benannt, allgemeine Formelzeichen werden *kursiv* geschrieben und in DIN 1304 festgesetzt.

Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
=	gleich	⊥	senkrecht auf	$A \Rightarrow B$	wenn A, dann B
≠	ungleich		parallel zu	$A \Leftrightarrow B$	A genau dann, wenn B
:=	definitionsgemäß gleich	x	Betrag von x	\neg, \wedge, \vee	nicht, und, oder
≈	ungefähr gleich	+	plus	\overline{AB}	Strecke
...	usw., bis	-	minus	\widehat{AB}	Bogen
≙	entspricht	×, ·	mal	g	Gerade
<	kleiner als	;, /	durch, geteilt durch	∠	Winkel
≤	kleiner oder gleich	Σ	Summe von, Summe aller	⊥, ⊥	rechter Winkel
>	größer als	Π	Produkt von, Produkt aller	m	Steigung
≥	größer oder gleich	√	Quadratwurzel aus	P, Q	Punkte
≫	sehr groß gegen	√ ⁿ	n-te Wurzel aus	x, y, z	Koordinaten
≪	sehr klein gegen	Δx	Delta-x	l	Länge
∥	asymptotisch gleich	%	Prozent	A	Fläche
∝	proportional	‰	Promille	V	Volumen
≅	kongruent zu			∞	unendlich

Römische Zahlen

I = 1	XL = 40
II = 2	L = 50
III = 3	LX = 60
IV = 4	LXX = 70
V = 5	LXXX = 80
VI = 6	XC = 90
VII = 7	C = 100
VIII = 8	CCC = 300
IX = 9	CD = 400
X = 10	D = 500
XI = 11	DCCC = 800
XIV = 14	CM = 900
XIX = 19	XM = 990
XX = 20	IM = 999
XXI = 21	M = 1000

Konstanten (gerundet)

Größe	Zahlenwert	Größe	Zahlenwert	Größe	Zahlenwert
π	3,141 593...	√1/π	0,564 190	1 : e ²	0,135 335
π : 3	1,047 198...	ln π	1,144 730	√1/e	0,606 531
π : 4	0,785 398...	lg π	0,497 150	e ^e	15,154 262
π : 180	0,017 453...	√2	1,414 214	π ^e	22,459 158
π ²	9,869 604...	√3	1,732 051	ln 10	2,302 585
π ³	31,006 277...	e	2,718 282	lg e	0,434 294
√π	1,772 454...	e ²	7,389 056	√ ³ e	1,395 612
1 : π	0,318 310...	e ³	20,085 537	e ^π	23,140 693
180 : π	57,295 780 ...	√e	1,648 721	e ^{2π}	535,491 656
1 : π ²	0,101 321...	1 : e	0,367 879	e ^{π/2}	4,810 477

Große Zahlen

10 ⁶ = Million
10 ⁹ = Milliarde
10 ¹² = Billion
10 ¹⁸ = Trillion
10 ²⁴ = Quadrillion
10 ³⁰ = Quintillion
10 ³⁶ = Sextillion

Griechisches Alphabet

A α	B β	Γ γ	Δ δ	E ε	Z ζ	H η	Θ θ
Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Zeta	Eta	Theta
I ι	K κ	Λ λ	M μ	N ν	Ξ ξ	O ο	Π π
Iota	Kappa	Lambda	My	Ny	Xi	Omikron	Pi
P ρ	Σ σ	T τ	Υ υ	Φ φ	X χ	Ψ ψ	Ω ω
Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Umwandlungstabellen			
Längeneinheiten 1 km = 1000 m			
⇒	× 10	× 10	× 10
1 m 0,1 m 0,01 m 0,001 m	10 dm 1 dm 0,1 dm 0,01 dm	100 cm 10 cm 1 cm 0,1 cm	1 000 mm 100 mm 10 mm 1 mm
	: 10	: 10	: 10 ←
Flächeneinheiten 1 km² = 1 000 000 m²			
⇒	× 100	× 100	× 100
1 m ² 0,01 m ² 0,0001 m ² 0,000 001 m ²	100 dm ² 1 dm ² 0,01 dm ² 0,0 001 dm ²	10 000 cm ² 100 cm ² 1 cm ² 0,01 cm ²	1 000 000 mm ² 10 000 mm ² 100 mm ² 1 mm ²
	: 100	: 100	: 100 ←
Volumeneinheiten 1 km³ = 1 000 000 000 m³			
⇒	× 1000	× 1000	× 1000
1 m ³ 0,001 m ³ 0,000 001 m ³ 0,000 000 001 m ³	1 000 dm ³ 1 dm ³ 0,001 dm ³ 0,000 001 dm ³	1 000 000 cm ³ 1 000 cm ³ 1 cm ³ 0,001 cm ³	1 000 000 000 mm ³ 1 000 000 mm ³ 1 000 mm ³ 1 mm ³
	: 1000	: 1000	: 1000 ←
Masseinheiten			
⇒	× 1000	× 1000	× 1000
1 t 0,001 t 0,000 001 t 0,000 000 001 t	1000 kg 1 kg 0,001 kg 0,000 001 kg	1 000 000 g 1 000 g 1 g 0,001 g	1 000 000 000 mg 1 000 000 mg 1 000 mg 1 mg
	: 1000	: 1000	: 1000 ←
Krafteinheiten			Einheiten der Spannung
⇒	× 1000	× 1000	
1 MN 0,001 MN 0,000 001 MN	1 000 kN 1 kN 0,001 kN	1 000 000 N 1 000 N 1 N	1 Pa = 1 N/m ² 1 MN/m ² = 1 N/mm ² 1 kN/cm ² = 10 N/mm ² 1 kN/m ² = 0,001 N/mm ²
	: 1000	: 1000	←
Masse- und Krafteinheiten 1 kg ≙ 9,81 N		Winkleinheiten 180° ≙ 200^{gon}	
0,1 kg 1 kg 10 kg 100 kg 1000 kg (1 t)	1 N 10 N 100 N 1 000 N (1 kN) 10 000 N (10 kN)	(Grad) 1° = 60' (Minute) 1' = 60" (Sekunde) 1" = 1/60° Umrechnung 1,4° = 1° + 0,4° · 60'/1° = 1° + 24' = 1° 24' 1° 24' = 1° + 24' · 1°/60' = 1° + 0,4° = 1,4°	1 rad = (180/π)° 1 ^{gon} = (9/10)° 1° = (10/9)9 ^{gon} 1,4 ^{gon} = 1,4 ^{gon} · 9°/10 ^{gon} = 1,26° 1,26° = 1,26° · 10 ^{gon} /9° = 1,4 ^{gon}
Zeiteinheiten			
(Jahr) 1 a = 365 d (Tag) 1 d = 24 h (Stunde) 1 h = 60'	(Minute) 1' = 60" (Sekunde) 1" = (1/60)' (Monat) 1 m = (1/12) a		
Besondere Längeneinheiten			Besondere Volumeneinheiten
1 Zoll (") = 2,54 cm 1 inch = 1 Zoll 1 mile = 1609 m 1 mil = 0,245 mm 1 ft = 0,3048 m (foot) 1 yd = 0,9144 m (yard)	1 km ² = 100 ha 1 ha = 100 a 1 a = 100 m ² 1 Morgen = 25 a 1 sq in = 6,452 cm ² 1 sq ft = 0,0929 m ²	1 hl = 100 l 1 barrel = 1,59 hl 1 gallon = 4,546 l 1 l = 1 dm ³ 1 cu in = 16,39 cm ³ (cubic inch)	

1

2

3

4

5

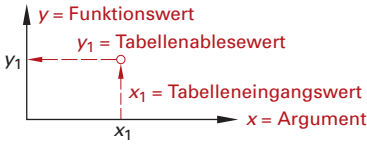
6

7

8

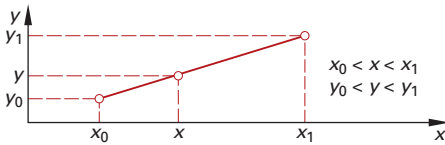
Interpolation

Tabellen enthalten immer nur eine Auswahl von einander zugeordneten Zahlen- oder Funktionswerten (der Funktionswert y_1 wird dem Argument x_1 zugeordnet).



Werte zwischen zwei Tabelleneingangswerten lassen sich durch **lineare Interpolation** bestimmen. Dabei wird vereinfacht vorausgesetzt, dass der Zuwachs der Tabellenablesewerte (y-Werte, Funktionswerte) proportional zum Zuwachs der Tabelleneingangswerte (x-Werte, Argumente) erfolgt.

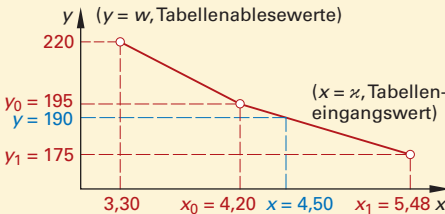
$$y = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$$



Bei steigender Tendenz der Tabellenwerte in der Bruch $(y_1 - y_0)/(x_1 - x_0)$ positiv, bei fallender Tendenz negativ.

Beispiel

Gesucht ist der Wasseranspruch w für die Körnungsziffer $x = 4,50$.



Tabelleneingangswert x	Tabellenablesewert w in l/m^3
$x_0 = 4,20$	$y_0 = 195$
$x_1 = 5,48$	$y_1 = 175$

$$y = 195 + \frac{175 - 195}{5,48 - 4,20} \cdot (4,50 - 4,20) = 190$$

Der Wasseranspruch für die Körnungsziffer $x = 4,50$ beträgt $190 l/m^3$.

Aufrunden und Abrunden

Aufrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl 5 oder größer ist.

Abrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist.

Beispiele

$\pi = 3,14159265 \dots$ wird durch
 3,1416 aufgerundet auf Zehntausendstel,
 3,142 aufgerundet auf Tausendstel,
 3,14 abgerundet auf Hundertstel,
 3,1 abgerundet auf Zehntel.

Signifikante Stellen

Im Bauwesen genügt häufig eine Bestimmung von Zahlenwerten auf drei Stellen genau (Rechenschiebergenaueigkeit). Dabei wird nach den vorgenannten Regeln auf- oder abgerundet.

Beispiele

Bei drei signifikanten Stellen wird
 3,14159... zu 3,14 143,257 zu 143
 344600 zu 345000 4339111 zu 4340000

Zehnerpotenzen

0,001 = 10^{-3} 1000 = 10^3
 0,01 = 10^{-2} 100 = 10^2
 0,1 = 10^{-1} 10 = 10^1
 1 = 10^0 1 = 10^0

1 000 000 = 10^6 = 1 Million
 10 000 000 = 10^7 = 10 Millionen
 100 000 000 = 10^8 = 100 Millionen
 1 000 000 000 = 10^9 = 1 Milliarde

Beispiele

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$
 $10^{-4} = 0,0001$ 1 ist die vierte Stelle hinter dem Komma.

Vorsätze vor Einheiten

10^{-1} Dezi (d) 1 Dezimeter = $(1/10)$ m = 10 cm
 10^{-2} Centi (c) 1 Zentimeter = $(1/100)$ m = 1 cm
 10^{-3} Milli (m) 1 Millimeter = $(1/1000)$ m = 1 mm
 10^{-6} Mikro (μ) 1 Mikrometer = 1-millionstel Meter
 10^{-9} Nano (n) 1 Nanometer = 10^{-9} m
 10^{-12} Pico (p) 1 Picometer = 10^{-12} m

1.2 Rechenarten							
Grundrechenarten				Sonstige Rechenarten			
Rechenart	a	b	c	Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert	Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	Beispiel $a + b = c$				Beispiel $a^b = c$		
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert	Radizierung	Radikand	Wurzel-exponent	Wurzelwert
	Beispiel $a - b = c$				Beispiel $\sqrt[b]{a} = c$		
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert	Logarithmierung	Logarithmand	Basis	Logarithmuswert
	Beispiel $a \cdot b = c$				Beispiel $\log_b a = c$		
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert	Rechenregeln ohne Klammern			
	Beispiel $a : b = c$			Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.			
Addition und Multiplikation				Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$			
Kommutativität	$a + b = b + a$ $ab = ba$			Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt.			
Assoziativität	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$			Beispiel $8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$ $20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$ $14 + 3 \cdot 2^3 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$			
Distributivität	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$						
Stufen der Rechenarten				Klammerregeln			
Stufe 1	Addition, Subtraktion			Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.			
Stufe 2	Multiplikation, Division			Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$			
Stufe 3	Potenzierung, Radizierung, Logarithmierung			Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.			
Beispiele Addition, Subtraktion				Beispiel $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot \{3 + 4\}] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$ $2 \cdot 19 = 38$			
Beispiele Multiplikation				Auflösen der Klammer mit PLUS (+) vor der Klammer \Rightarrow Klammer kann entfallen			
■ Schreibweise: $a \cdot b = ab$, $2 \cdot a = 2a$ $(a) \cdot (b) = ab$, $ab = ba$ $abc = acb = bac = bca = cab = cba$ $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$				Auflösen der Klammer mit MINUS (-) vor der Klammer \Rightarrow Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden			
■ Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus: $(+a) (+b) = (+a) (+b) = +ab = ab$ $(+a) (-b) = (-a) (+b) = -ab$				Faktor vor der Klammer mit Summanden \Rightarrow Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor mutlipliziert.			
				Beispiele $(a - b) c = c(a - b) = ac - bc$ $(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a - b) (c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(a + b) (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a - b) (c - d) = ac - ad - bc + bd$			

1

2

3

4

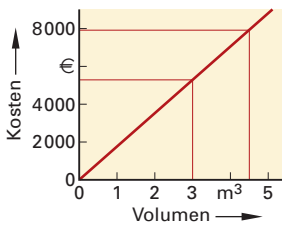
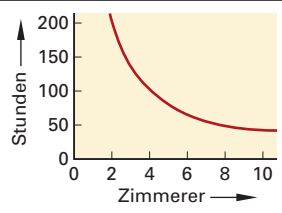
5

6

7

8

Bruchrechnung		
Rechenart, Rechenoperation	Formeln und Rechenregeln	Beispiele
1 Erweitern	Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl. Wert bleibt gleich $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$
	Kürzen Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl. Wert bleibt gleich $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$
2 Hauptnenner (HN) bestimmen	Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.	Hauptnenner von $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}$ $4 = 2 \cdot 2$ $5 = 5$ $6 = 2 \cdot 3$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ HN = $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
3 Addition gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$ oder nach vorheriger Ermittlung des Hauptnenners.	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5+3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$ $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} = \frac{15}{60} + \frac{24}{60} + \frac{10}{60} + \frac{2}{60} = \frac{51}{60}$
	Subtraktion gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$ oder nach vorheriger Ermittlung des Hauptnenners.
4 Multiplikation Bruch mit Zahl Bruch mit Bruch	$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
	Division Bruch durch Zahl Bruch durch Bruch	$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
5 Umwandeln gemeiner Bruch in Dezimalzahl	übliches Teilen des Zählers durch den Nenner	$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,66\dots$ $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ $\frac{8}{3} = 2,66\dots$ $\frac{-6}{20}$ $\frac{-18}{20}$ periodische Wiederholung
	Umwandeln endliche Dezimalbrüche reiperiodische Dezimalbrüche unreinperiodische Dezimalbrüche	Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., gegebenenfalls anschließend kürzen } Rechnung gemäß Beispiel für unreinperiodische Dezimalbrüche
6 Vorzeichenregeln beim Dividieren	$(+ a) : (+ b) = + a : b = + \frac{a}{b}$ $b \neq 0$ $(+ a) : (- b) = - a : b = - \frac{a}{b}$ $b \neq 0$ $(- a) : (- b) = + a : b = + \frac{a}{b}$ $b \neq 0$	$(+ 3) : (+ 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$ $(+ 3) : (- 8) = - 3 : 8 = - \frac{3}{8}$ $(- 3) : (- 8) = + 3 : 8 = + \frac{3}{8}$
	Division durch 0	Eine Division durch 0 ist unzulässig. $+\infty$ bzw. $-\infty$ sind keine reellen Zahlen.

Dreisatzrechnung		
Verhältnisse beim Dreisatz	direkter Dreisatz	indirekter Dreisatz
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$
Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)		
	<p>Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?</p> <ol style="list-style-type: none"> 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 € 1,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$ 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$ 	
Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)		
	<p>Beispiel 5 Zimmerer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Zimmerer zur Verfügung stehen?</p> <ol style="list-style-type: none"> 5 Zimmerer benötigen 80 h 1 Zimmerer benötigt $5 \cdot 80 \text{ h}$ 8 Zimmerer benötigen $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$ 	
Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)		
<p>Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.</p>	<p>Beispiel 6 Zimmerer verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 240 m² Parkett. Wieviel m² Parkett verlegen 5 Zimmerer bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?</p> <ol style="list-style-type: none"> Dreisatz: 6 Zimmerer verlegen in 8 h 240 m² 1 Zimmerer verlegt in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2}{6}$ 5 Zimmerer verlegen in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$ Dreisatz: 5 Zimmerer verlegen in 1 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$ 5 Zimmerer verlegen in 9 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 225 \text{ m}^2$ 	
Verhältnisgleichung, Proportionen		
<p>Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.</p>		
<p>Außenglieder $a : b = 3 : 4$ Innenglieder</p>	<p>oder $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ Bruchgleichung</p>	<p>Eine Verhältnisgleichung kann als Produktgleichung geschrieben werden. $a : b = 3 : 4$ oder $3 \cdot b = 4 \cdot a$ Innenglied \times Innenglied = Außenglied \times Außenglied</p>

1

2

3

4

5

6

7

8

Potenzen		Wurzeln	
Definition (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren	Definition (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{\sqrt{a}} = \sqrt[2n]{a}$
Spezialfälle (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$a^1 = a; a^0 = 1$ $1^n = 1; 0^n = 0$	Darstellung mit Bruchpotenzen (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[\frac{n \cdot m}{1}]{a} = a^{\frac{1}{m \cdot n}}$
Potenzen mit negativen Exponenten	$a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Produkte von Wurzeln (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = \sqrt[n]{a^{m+q}}$
Vorzeichen beim Potenzieren (für $n \in \mathbb{N}^*$)	$(+a)^n = +a^n$ für alle n $(-a)^n = +a^n$ für gerade n $(-a)^n = -a^n$ für unger. n	Eindeutigkeit von Wurzeln (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = a$ $\sqrt[4]{4} = +2$ $\sqrt[3]{27} = +3$
Summe und Differenz von Potenzen	$2 \cdot a^3 + 3 \cdot a^3 - a^3 = 4 \cdot a^3$ $3 \cdot a^4 + 4 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 = 3 \cdot a^4 + 2 \cdot a^2$	<ul style="list-style-type: none"> Wurzeln positiver Radikanten sind positiv. Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert. $\sqrt{-5}$ nicht definiert Wurzel aus null ist gleich null $\sqrt{0} = 0$ 	
Produkt von Potenzen	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$		
Quotient von Potenzen	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$		
Fakultät, Binomialkoeffizient			
Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Es gilt $0! = 1$ Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ mit $0 \leq k \leq n$		Beispiel (Hinweis auf \pm Zeichen) Sei $x^2 = 3$ $x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ (nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$)	
Binomische Formeln		Logarithmen	
1. binomische Formel	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	Definition	$\log_b a = c$, wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
2. binomische Formel	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	Brigg'scher (dekadischer) Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
3. binomische Formel	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	natürlicher Logarithmus (logarithmus naturalis)	$\ln a = \log_e a$ mit $e = 2,71828\dots$
Höhere Potenzen	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a \pm b)^n = a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 \pm \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots \pm \dots$	Spezialfälle	$\lg 1 = 0; \ln 1 = 0$ $\log_b 1 = 0; \log_b b = 1$ $\lg 10 = 1; \ln e = 1$
Spezialfälle	$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$ $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$	Logarithmengesetze (für alle Basen $b > 0$)	$\log(ac) = \log a + \log c$ $\log \frac{a}{c} = \log a - \log c$ $\log(a^n) = n \log a$ $\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$
		Umrechnungen	$\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0,4343\dots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2,3026\dots$ $b^{\log_b a} = a$ $\log_b(b^n) = n$

1.3 Prozentrechnung und Zinsrechnung

Prozentrechnung

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent % $\cong 1/100$
- Grundwert G
- Prozentwert PW
- Prozentsatz p (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$$

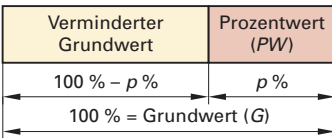
$$PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

Beispiel
Eiche hat einen tangentialen Schwindungsverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?
Lösung
 $PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert G_{\min}



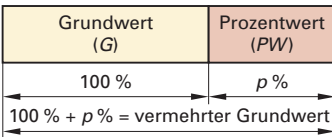
$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$$

Beispiel
Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Brutto-preises weniger und überweist 16 500,00 €. Wie hoch war der Brut-topreis?
Lösung
 $G = \frac{16\,500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18\,333,33 \text{ €}$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert G_{mehr}



$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$$

Beispiel
Ein Arbeiter erhält nach der Lohn-erhöhung von 3,5 % einen Stunden-lohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn?
Lösung
 $G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}$

Zinsrechnung

- Kapital K (€)
- Zinsen Z (€)
- Zinssatz p (%/Jahr)
- Laufzeit t (Jahre)
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage



Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Beispiel
Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40 000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.
a) Berechnen Sie die Zinsen.
b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 3 700,00 € Zinsen anfallen würden?
Lösung (Berechnung für ein Jahr)
 $Z = \frac{40\,000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3\,400,00 \text{ €}$
 $p = \frac{3\,700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40\,000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

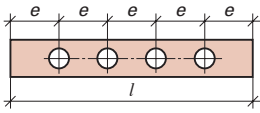
$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Beispiel
Ein Zimmerer legt 5000,00 € fest-verzinslich mit 4,5 % an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?
Lösung
 $K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100}\right)^{10} = 7764,85 \text{ €}$

1.4 Längen und Winkel

Längenteilung

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

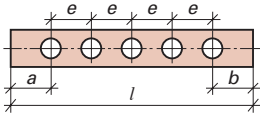


$$e = \frac{l}{n + 1}$$

$$z = n + 1$$

l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
 e Länge der Abstände
 n Anzahl der Teilungselemente
 z Anzahl der Abstände

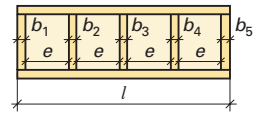
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

a, b Randabstände
 l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
 e Länge der Abstände
 n Anzahl der Teilungselemente

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen

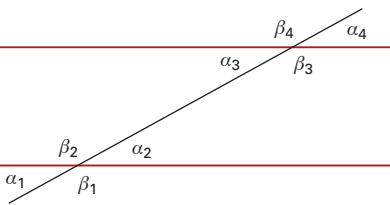


$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

b_1, \dots, b_n Unterbrechungen
 l Gesamtlänge, Teilungsstrecke
 e Länge der Abstände
 n Anzahl der Teilungselemente

Winkel

Winkelarten



Scheitelwinkel sind gleich groß.
 Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel einander gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad | \quad \alpha_3 = \alpha_4$$

Wechselwinkel sind gleich groß.
 Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen liegen dem Winkel auf der anderen Seite gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_4 \quad | \quad \beta_1 = \beta_4$$

Stufenwinkel sind gleich groß.
 Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der gleichen Seite der Geraden.

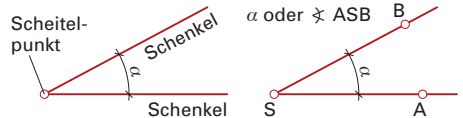
$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad | \quad \beta_1 = \beta_3$$

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180° .
 Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf der selben Seite der Parallelen.

$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \quad | \quad \alpha_4 + \beta_4 = 180^\circ$$

Winkeleinheiten

Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgeraden bilden einen Winkel. Die Benennung erfolgt mit griechischen Buchstaben α, β, γ .



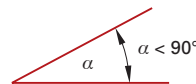
Die Einheiten der Winkel sind Grad ($^\circ$), Minuten ($'$) und Sekunden ($''$). Es gelten die selben Regeln wie bei den Zeiteinheiten.

$$\text{Umrechnung} \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

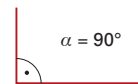
$$0,5666^\circ = 0,5666^\circ \cdot 60'/\text{je } 1^\circ \rightarrow 34'$$

$$21' = 21' : 60'/\text{je } 1^\circ \rightarrow 0,35^\circ$$

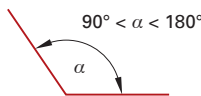
Winkelbenennungen



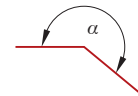
Spitzer Winkel



Rechter Winkel (R)

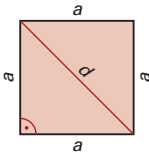
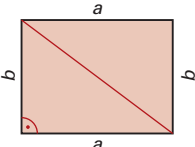
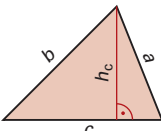
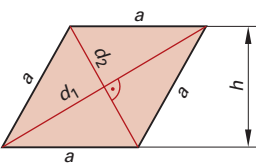
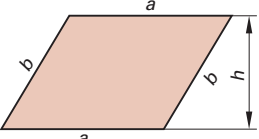
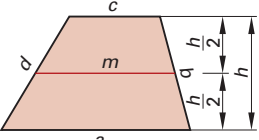


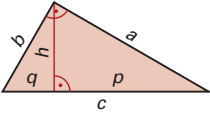
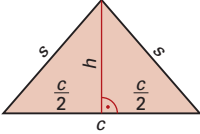
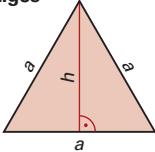
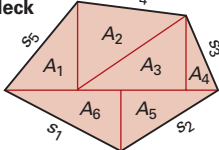
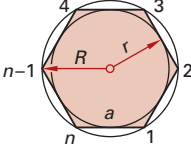
Stumpfer Winkel



Überstumpfer Winkel

1.5 Flächen

<p>Quadrat</p> 	<p>A Fläche <i>a</i> Seitenlänge <i>d</i> Diagonalenlänge <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = a \cdot a = a^2$ $U = 4 \cdot a$ $d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,414 \cdot a$</p>	1
<p>Rechteck</p> 	<p>A Fläche <i>a</i> Länge (Grundlinie) <i>b</i> Breite (Höhe) <i>d</i> Diagonalenlänge <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = a \cdot b$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$</p>	2
<p>Dreieck</p> 	<p>A Fläche <i>a, b, c</i> Seitenlängen <i>c</i> Grundlinie <i>h_c</i> Höhe <i>U</i> Umfang <i>s</i> halber Umfang ► S. 20, 25 ... 28</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ (Fläche = $\frac{1}{2}$ mal Grundlinie mal Höhe) $s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$ $U = a + b + c = 2 \cdot s$ Heron'sche Formel: $A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$</p>	3
<p>Rhombus, Raute</p> 	<p>A Fläche <i>a</i> Seitenlänge (Grundlinie) <i>h</i> Höhe <i>d₁, d₂</i> Diagonalenlängen <i>U</i> Umfang <i>d₁ ⊥ d₂</i></p>	<p>$A = a \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$ $a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ $U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$</p>	4
<p>Parallelogramm</p> 	<p>A Fläche <i>a, b</i> Seitenlängen <i>a</i> Grundlinie <i>h</i> Höhe <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = a \cdot h$ (Fläche = Grundlinie mal Höhe) $U = 2 \cdot (a + b)$</p>	5
<p>Trapez</p> 	<p>A Fläche <i>a, b, c, d</i> Seitenlängen <i>m</i> mittlere Länge <i>h</i> Höhe <i>U</i> Umfang Flächen- schwerpunkt ► S. 20</p>	<p>$A = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$ $m = \frac{a + c}{2}$ $U = a + b + c + d$</p>	6
			7
			8

1	<p>Rechtwinkliges Dreieck</p> 	<p>A Fläche <i>a, b</i> Katheten <i>c</i> Hypotenuse <i>p, q</i> Hypotenusenabschnitte <i>h</i> Höhe <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$</p> <p>Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>Sätze des Euklid: $a^2 = p \cdot c$ (Kathetensatz) $b^2 = q \cdot c$ (Kathetensatz) $h^2 = p \cdot q$ (Höhensatz) $U = a + b + c$</p>
2	<p>Gleichschenkliges Dreieck</p> 	<p>A Fläche <i>s</i> Schenkellänge <i>c</i> Grundlinie <i>h</i> Höhe <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$</p> <p>$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$</p> <p>$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$</p> <p>$U = 2 \cdot s + c$</p>
3	<p>Gleichseitiges Dreieck</p> 	<p>A Fläche <i>a</i> Seitenlänge <i>h</i> Höhe <i>U</i> Umfang Flächenschwerpunkt</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0,433 \cdot a^2$</p> <p>$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0,866 \cdot a$</p> <p>$U = 3 \cdot a$</p>
4	<p>Unregelmäßiges Vieleck</p> 	<p>A Fläche <i>A_i</i> Teilflächen ($i = 1, 2, \dots, m$) <i>s_i</i> Seitenlängen ($i = 1, 2, \dots, n$) <i>n</i> Anzahl der Ecken <i>m</i> Anzahl der Teilflächen <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$</p> <p>$U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$</p> <p>► S. 19</p>
5	<p>Regelmäßiges Vieleck</p> 	<p>A Fläche <i>a</i> Seitenlänge <i>R</i> Umkreisradius <i>r</i> Inkreisradius <i>n</i> Anzahl der Ecken <i>U</i> Umfang</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$</p> <p>$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4r^2}$</p> <p>$U = n \cdot a$</p>

Regelmäßige n-Ecke (Vielecke)

Konstruktion ► Kapitel 7.5

<i>n</i>	$\frac{A}{a^2}$	$\frac{A}{R^2}$	$\frac{A}{r^2}$	$\frac{a}{R}$	$\frac{a}{r}$	$\frac{R}{a}$	$\frac{R}{r}$	$\frac{r}{a}$	$\frac{r}{R}$
3	0,433 0	1,299 0	5,196 2	1,732 1	3,464 1	0,577 4	2,000 0	0,288 7	0,500 0
4	1,000 0	2,000 0	4,000 0	1,414 2	2,000 0	0,707 1	1,414 2	0,500 0	0,707 1
5	1,720 5	2,377 6	3,632 7	1,175 6	1,453 1	0,850 7	1,236 1	0,688 2	0,809 0
6	2,598 1	2,598 1	3,464 1	1,000 0	1,154 7	1,000 0	1,154 7	0,866 0	0,866 0
7	3,633 9	2,736 4	3,371 0	0,867 8	0,963 1	1,152 4	1,109 9	1,038 3	0,901 0
8	4,828 4	2,828 4	3,313 7	0,765 4	0,828 4	1,3066	1,0824	1,2071	0,9239
9	6,181 8	2,892 5	3,275 7	0,684 0	0,727 9	1,461 9	1,064 2	1,373 7	0,939 7
10	7,694 2	2,938 9	3,249 2	0,618 0	0,649 8	1,618 0	1,051 5	1,538 8	0,951 1
12	11,196	3,000 0	3,215 4	0,517 6	0,535 9	1,931 9	1,035 3	1,866 0	0,965 9
15	17,642	3,050 5	3,188 3	0,415 8	0,425 1	2,404 9	1,022 3	2,352 3	0,978 1
16	20,109	3,061 5	3,182 6	0,390 2	0,397 8	2,562 9	1,019 6	2,513 7	0,980 8
20	31,569	3,090 2	3,167 7	0,312 9	0,316 8	3,196 2	1,012 5	3,156 9	0,987 7

1

2

3

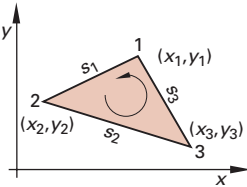
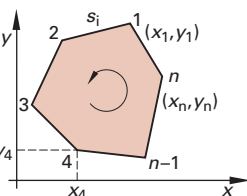
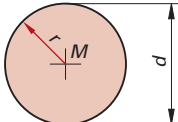
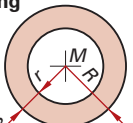
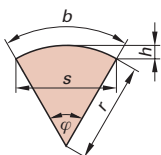
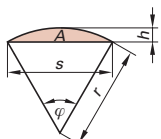
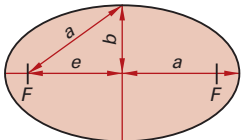
4

5

6

7

8

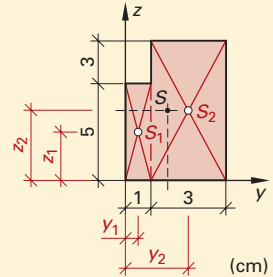
<p>Dreieck mit Koordinaten</p> 	<p>A Fläche s_i Seitenlängen ($i = 1, 2, 3$) (x_i, y_i) Koordinaten der Eckpunkte ($i = 1, 2, 3$) U Umfang Eckpunktenummerierung im Gegenuhrzeigersinn</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot [(x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) + (x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2) + (x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3)]$ $s_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $s_2 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$ $s_3 = \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}$ $U = s_1 + s_2 + s_3$</p>	1
<p>n-Eck mit Koordinaten</p> 	<p>A Fläche s_i Seitenlängen (x_i, y_i) Koordinaten der Eckpunkte ($i = 1, 2, \dots, n$) U Umfang Eckpunktenummerierung im Gegenuhrzeigersinn</p>	<p>Gauß'sche Flächenformeln: $A = \frac{1}{2} \cdot \sum y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1})$ $A = \frac{1}{2} \cdot \sum x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1})$ (für $i = 1$ ist $i - 1 = n$ zu setzen) (für $i = n$ ist $i + 1 = 1$ zu setzen) $s_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$</p>	2
<p>Kreis</p> 	<p>A Fläche r Radius (Halbmesser) d Durchmesser U Umfang M Kreismittelpunkt</p>	<p>$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$ $d = 2 \cdot r$ $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$</p>	4
<p>Kreisring</p> 	<p>R Außenradius r Innenradius s Kreisringdicke</p>	<p>$A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$ $A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$ $s = R - r$</p>	5
<p>Kreisausschnitt</p> 	<p>A Fläche (Kreisausschnitt) r Radius s Sehnenlänge b Bogenlänge φ Zentriwinkel im Bogenmaß (Radiant, Einheit: 1 rad) φ° Zentriwinkel im Altgradmaß</p>	<p>$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r \quad h = 2 r \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{4}\right)$ $b = \varphi \cdot r = \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} \pi \cdot r$ $s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad \varphi^\circ = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r}$ $s = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r + h)}$</p>	6
<p>Kreisabschnitt</p> 	<p>r Halbmesser h Bogenhöhe s Sehnenlänge A Fläche des Kreisabschnitts φ Bogenmaß φ° Zentriwinkel im Altgradmaß</p>	<p>$h = 2 \cdot r \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{4}\right) \quad r = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2}$ $s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ $A = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\pi \cdot \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} - \sin \varphi\right)$ $A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$</p>	7
<p>Ellipse</p> 	<p>A Fläche a großer Achshalbmesser b kleiner Achshalbmesser e Brennpunktabstand U Umfang F Brennpunkte</p>	<p>$A = \pi \cdot a \cdot b$ $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ $U \approx \pi \cdot (a + b)$ $U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{64} \lambda^4 + \dots\right)$ mit $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$</p>	8

Flächen und Schwerpunkte

Die untenstehende Tabelle weist den Schwerpunkt S von in der Technik häufig benötigten Flächen aus. Die Achsen z und y sind in der Technik üblich.

Querschnitt	e	A	I_y	I_z	W_y	
	S Schwerpunkt, I_y , I_z , Flächenmomente zweiten Grades (Trägheitsmoment), W_y Widerstandsmoment	$h/2$	$b \cdot h$	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h \cdot b^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^2}{6}$
1						
	$\frac{\sqrt{2} \cdot h}{2}$	h^2	$\frac{h^4}{12}$	$\frac{h^4}{12}$	$\frac{\sqrt{2} \cdot h^3}{12}$	
2						
	$\frac{2 \cdot h}{3}$	$\frac{b \cdot h}{2}$	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{h \cdot b^3}{48}$	$W_{y0} = \frac{b \cdot h^2}{24}$	
3						
	r	$\pi \cdot r^2$	$\frac{\pi \cdot r^4}{4}$	$\frac{\pi \cdot r^4}{4}$	$\frac{\pi \cdot r^3}{4}$	
4	$d/2$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$\frac{\pi \cdot d^3}{32}$	

Beispiel



$$y_s = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

$$y_s = \frac{5 \cdot 0,5 + 24 \cdot (1 + 1,5)}{29}$$

$y_s = 2,16 \text{ cm}$

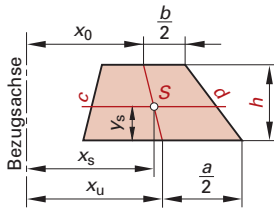
$$z_s = \frac{A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2}{A_1 + A_2}$$

$$z_s = \frac{5 \cdot 2,5 + 24 \cdot 4}{29}$$

$z_s = 3,74 \text{ cm}$

Schwerpunktabstände Trapez

Der Abstand x_s und y_s des Gesamtschwerpunktes S wird rechnerisch mit Hilfe des Momentensatzes ermittelt.

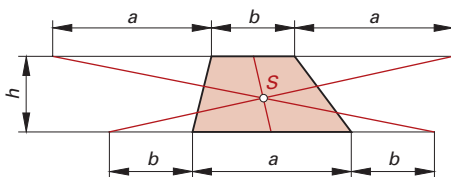


Schwerpunkt-abstände

$$y_s = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$$

$$x_s = x_u - \frac{x_u - x_0}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$$

Zeichnerisch lässt sich der Schwerpunkt des Trapezes mittels „verschränkter“ Diagonalen bestimmen.



Zusammengesetzte Querschnitte

Fläche (Summe aller Teilflächen)

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

Flächenmoment ersten Grades

$$S_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \bar{z}_{Si}$$

$$S_{\bar{z}} = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \bar{y}_{Si}$$

Schwerpunkt-kordinaten

$$\bar{y}_s = \frac{S_{\bar{z}}}{A} \quad \bar{z}_s = \frac{S_{\bar{y}}}{A}$$

Trägheitsradius

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

Flächenmomente zweiten Grades (Satz von Steiner)

$$I_y = \sum_{i=1}^n (I_{yi} + A_i \cdot z_{Si}^2)$$

$$I_z = \sum_{i=1}^n (I_{zi} + A_i \cdot y_{Si}^2)$$

(Deviationsmoment) $I_{yz} = \sum_{i=1}^n (I_{yzi} - A_i \cdot y_{Si} \cdot z_{Si})$

Mit dem Fußzeiger i werden die Einzelquerschnitte benannt. Es sind \bar{y}_{Si} und \bar{z}_{Si} die Schwerpunktkoordinaten der Einzelquerschnitte.