



Bibliothek des technischen Wissens

Bernd Mattheus

Falko Wieneke

Horst Herr†

Technische Mechanik

Statik ▪ Dynamik ▪ Festigkeit

12., überarbeitete Auflage 2020

mit sehr vielen

Musteraufgaben (Lehrbeispielen),

Übungsaufgaben (Aufgaben mit vollständigen Lösungswegen im Anhang)

und

Vertiefungsaufgaben (Aufgaben mit Ergebnissen im Anhang)

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 5021X

Autoren:

Bernd Mattheus	Dr.-Ing.	45130 Essen
Falko Wieneke	Dipl.-Ing., Studiendirektor	45257 Essen

Lektor:

Falko Wieneke

Autor bis zur 10. Auflage:

Horst Herr †	VDI, Dipl.-Ing., Fachoberlehrer	65779 Kelkheim im Taunus
--------------	---------------------------------	--------------------------

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern
Wiekreativ Designstudio, Uwe Wiegand, 59939 Olsberg

Alle Bilder ohne Bildquellenangabe wurden vom Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern oder den Autoren bearbeitet und erstellt.

12. Auflage 2020, korrigierter Nachdruck 2023

Druck 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Diesem Buch wurden die neuesten DIN-Normen zugrunde gelegt. Es wird jedoch darauf hingewiesen, dass nur die DIN-Normen selbst verbindlich sind. Diese können in den öffentlichen DIN-Normen-Auslegestellen eingesehen oder durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

ISBN 978-3-8085-5070-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: rkt, 51379 Leverkusen, www.rktypo.com

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Falko Wieneke; Vektor-Illustration: © amgun, Fotos: © anekoho und

© 06photo – shutterstock.com

Druck: UAB BALTO print, Vilnius LT-08217, Litauen

Vorwort

Man teile jede einzelne der Schwierigkeiten, die man lösen will, in so viele Teile wie möglich, und so müsste es möglich sein, sie zu lösen.
Descartes

Wer Maschinen und Anlagen konstruiert, baut oder betreibt, benötigt Kenntnisse aus der Technischen Mechanik. Innerhalb dieser Ingenieurwissenschaft, kurz mit TM bezeichnet, unterscheidet man die Teilgebiete Statik, Dynamik und Festigkeitslehre. Als Grundlagenfächer sind sie die Basis für das Verständnis des Maschinen- und Anlagenbaus und des Bauwesens. Die Technische Mechanik, ein auf die Lösung technischer Probleme angewandtes Teilgebiet der Physik, gilt in ihrer Handhabung als besonders schwierig. Für viele Studenten ist sie neben der Mathematik das größte Hindernis für einen erfolgreichen Abschluss der Studien. Ziel dieses Buches ist es, dem Lernenden zu helfen, die unumgänglichen Schwierigkeiten zu bewältigen, indem er begreift, dass die vielen Einzelheiten durch einige wenige Prinzipien geordnet werden, deren wiederholte Anwendung vom Leichten zum Schweren fortschreitend ihn befähigen, selbständig Aufgaben zu lösen.

Umfang, Auswahl und Darbietung der Lerninhalte orientieren sich an den Lehrplänen der Fachschulen für Technik (**Technikerschulen**), Fachrichtung Maschinenbau der Kultusministerien der Bundesländer. Da es sich um das Grundlagenwissen der Technischen Mechanik handelt, ist dieses Lehrbuch auch im Unterricht der **Technischen Gymnasien**, der **Fachoberschulen Technik** und für die **berufliche Fortbildung** einsetzbar. Den Studenten der Fachhochschulen oder Technischen Universitäten erleichtert das Durcharbeiten dieses Buches das Verständnis ihrer Vorlesungen. Für sie und alle anderen, die im **Selbststudium** alte Kenntnisse erneuern oder neue erwerben wollen, sind die Lektionen nach einem einheitlichen, auf der folgenden Seite beschriebenen Schema aufgebaut.

Der Beruf des Technikers verlangt es, in einer technischen Aufgabe das physikalische Problem zu erkennen und diesem eine mathematische Form zu geben, mit der gerechnet werden kann. Die Aufteilung des gesamten Stoffes in kurze, überschaubare Lektionen ermöglicht es, jeweils ein Problem in den Vordergrund zu stellen. Wo es sich anbietet, werden dabei Beispiele aus der Praxis des Maschinenbaus herangezogen. Eine Zeichnung stellt das Problem dar und aus den erkennbaren Zusammenhängen werden dann Berechnungsgleichungen und Grundlagenformeln entwickelt. Entsprechend der Zielsetzung dieses Buches wird auf die Methoden der höheren Mathematik verzichtet. Die ausgewählten Aufgaben variieren die Problemlösungsmöglichkeiten und führen zur Festigung der erworbenen Fertigkeiten und Kenntnisse.

Die vorliegende **12. Auflage** des Buches wurde im Vergleich zur 11. Auflage überarbeitet und aktualisiert. Die Gliederung der Hauptkapitel mit den Buchstaben A (Statik), B (Dynamik) und C (Festigkeitslehre) spiegelt auch die Schwerpunktthemen der **Technischen Mechanik** wieder. Durch die im Buch vielfältig aufgeführten Verweise zu den verschiedenen Kapiteln wird für den Lernenden eine Querverbindung zwischen den Kapiteln geschaffen.

Die 12. Auflage des Buches enthält eine Vielzahl an farbig gestalteten Bildern, die dem Lernenden die theoretischen Zusammenhänge anschaulich näher bringen. Zusätzliche Bilder aus der Praxis führen zu einem besseren Realitätsbezug. Angegebene Merksätze fassen die theoretischen Inhalte in einer kurzen Form zusammen. Formeln werden, wenn erforderlich, auch hergeleitet, damit ein besseres Verständnis für den Lernenden entsteht. Die hierbei verwendeten Formelzeichen richten sich nach den DIN-, EN- und ISO-Normen sowie der einschlägigen Literatur.

Das vorliegende Buch bietet dem Lernenden eine Vielzahl an **Musteraufgaben**, **Übungsaufgaben** und **Vertiefungsaufgaben** mit entsprechenden Lösungen in unterschiedlicher Tiefe. Der Lernende wird somit zu einer guten Einübung des Gelernten geführt.

Wir wünschen unseren Leserinnen und Lesern viel Freude beim Einstieg in die Technische Mechanik und bei der Anwendung der speziellen Gesetze auf die moderne Technik.

Hinweise, die zur Verbesserung und Weiterentwicklung dieses Buches beitragen, nehmen wir gerne unter der Verlagsadresse oder per E-Mail (lektorat@europa-lehrmittel.de) entgegen.

Zur Arbeit mit diesem Buch

Soll es **unterrichtsbegleitend** verwendet werden, findet der Lernende hier die im Unterricht erläuterten Erkenntnisse und Zusammenhänge und die daraus resultierenden Formeln in den thematisch ausgerichteten Lektionen. Während die Übungsaufgaben mit dem Lösungsanhang je nach Kenntnisstand der häuslichen Nacharbeit dienen, wählt der Dozent aus den Vertiefungsaufgaben diejenigen aus die seinen Intentionen entsprechen.

Beim **Selbststudium** ist es möglich, einige Lektionen, die nicht weiterführend sind, auszulassen. Sinnvoll aber ist es, jede Lektion, deren Inhalt man sich aneignen will, vollständig und in der gegebenen Reihenfolge durcharbeiten zu lassen.

Die **Informationen (I)** befinden sich meist am Beginn der Lektionen, oft sind sie aber auch innerhalb der Lektion aufgeteilt. Die Erläuterungen der physikalisch-technischen Zusammenhänge führen in der Regel zu einer oder mehreren Formeln oder Konstruktionsverfahren.

Die Anwendung der erworbenen Kenntnisse erfolgt in **Musteraufgaben (M)**. Hier werden exemplarisch Problemstellungen aufgezeigt und ausführliche Lösungen vorgestellt, die einen möglichen Weg aufzeigen. In vielen Fällen sind alternative Lösungswege möglich.

Gegebenfalls werden in den Musteraufgaben noch spezielle Kenntnisse vermittelt.

Die darauf folgenden **Übungsaufgaben (Ü)** dienen der Wiederholung und Vertiefung sowie der Überprüfung des Gelernten durch den Studierenden.

Deshalb befinden sich **am Schluss des Buches ausführliche Lösungsgänge**. Diese Buchseiten sind mit einem **gelben Randdruck** gekennzeichnet.

Möchte der Lernende sein Wissen weiter vertiefen oder sich auf Prüfungen vorbereiten, löst er zweckmäßig die **Vertiefungsaufgaben (V)**.

Am **Schluss des Buches befinden sich die Ergebnisse dieser Vertiefungsaufgaben**. Diese Buchseiten sind mit einem **grünen Randdruck** gekennzeichnet.

Der Zweck dieses pädagogischen Prinzips I, M, Ü, V innerhalb jeder Lektion besteht darin, dass der Lernende in mehreren Stufen, d.h. mit einem zunehmenden Grad an Selbständigkeit, zum Lehrziel geführt wird. Deshalb musste nach meinem pädagogischen Verständnis auch auf die Lösungsgänge der Vertiefungsaufgaben zwingend verzichtet werden.

Die **Kombination aus Unterricht und Selbststudium**, z. B. in Abendkursen, findet in der Methodik dieses Lehrbuches eine Unterstützung durch die Verlegung von Unterrichtssequenzen in die Hausarbeit.

Das Buch ist in die Abschnitte

- A (Statik)**
- B (Dynamik)**
- C (Festigkeitslehre)**

unterteilt, und die Bezeichnung der Lektionen besteht aus einem Buchstaben und einer Zahl, und zwar vor den Überschriften der Lektionen, z. B.:

B17 Lektion 17 im Abschnitt B

Diese Kennzeichnung ermöglicht die Verkettung der Sachverhalte in der Technischen Mechanik durch ein besonderes Hinweissystem, z. B.:

(→ **C13**): Weitere Informationen im Abschnitt C, Lektion 13

In das Buch ist also gewissermaßen ein „**Fahrplan durch die Technische Mechanik**“ eingebaut. Dieser ermöglicht eine optimale Lehrbuchnutzung und lässt den Lernenden eher begreifen, dass die Physik und im Speziellen die Technische Mechanik – trotz der vielen Teilgebiete und Richtungen – eine „**zusammenhängende**“ **Wissenschaft** ist, und wir hoffen, dass der pädagogische Wert seine Anerkennung findet.

Wir gehen davon aus, dass die vielen über das gesamte Buch verteilten „**Praxisbilder**“ bei den Lernenden einen zusätzlichen Motivationsschub bewirkt.

A		STATIK	
A1	Die Verknüpfung von Physik und Technik		3
1.1	Bedeutung der klassischen Physik für die Technik	3	3
	• Zweige und Entwicklungszeiträume der klassischen Physik	3	3
1.2	Bedeutung der „Mechanik der festen Körper“ für technische Problemlösungen	4	4
	• Teilgebiete der Technischen Mechanik	4	4
	• Statik	4	4
	• Kinematik	5	5
	• Kinetik	6	6
	• Dynamik	6	6
	• Festigkeitslehre	6	6
1.3	Lösungsmethoden der Statik	7	7
1.4	Zustandsform der Werkstoffe und Werkstoffeigenschaften	8	8
A2	Kraft und Drehmoment		10
2.1	Basisgrößen und abgeleitete Größen	10	10
2.2	Physikalische Größen der Statik	10	10
2.2.1	Kraft und Drehmoment als physikalische Größen	10	10
	• Kräfteinheit	10	10
	• Gewichtskraft und die alte Kräfteinheit	11	11
	• Das Drehmoment	11	11
2.2.2	Wirkungen der Kraft auf einen Körper	12	12
2.2.3	Kraft als Vektor und die Kraftmerkmale	13	13
	• Erweiterungssatz	13	13
	• Längsverschiebungssatz	14	14
	• Richtung einer Kraft im rechtwinkligen Koordinatensystem	14	14
A3	Freiheitsgrade eines Körpers		17
3.1	Freiheitsgrade eines Körpers in der Ebene	17	17
3.2	Freiheitsgrade eines Körpers im Raum	17	17
A4	Freimachen von Bauteilen		18
4.1	Wechselwirkungsgesetz	18	18
4.2	Freimachen	18	18
4.2.1	Regeln für das Freimachen von Bauteilen	20	20
A5	Kräfte auf derselben Wirkungslinie		24
5.1	Hauptaufgaben der Statik	24	24
5.1.1	Die erste Hauptaufgabe der Statik	24	24
5.1.2	Die zweite Hauptaufgabe der Statik	24	24
5.2	Die zwei Kräftesysteme der Statik	24	24
5.3	Sonderfall des zentralen Kräftesystems: gemeinsame Wirkungslinie	25	25
5.3.1	Zeichnerische Ermittlung der Resultierenden	25	25
5.3.2	Rechnerische Ermittlung der Resultierenden	26	26
A6	Zusammensetzen von zwei Kräften, deren Wirkungslinien (WL) sich schneiden		28
6.1	Anwendung des Längsverschiebungssatzes	28	28
6.2	Der Parallelogrammsatz	28	28

A7	Zerlegung einer Kraft in zwei Kräfte	32
7.1	Die Richtungen beider Kraftkomponenten sind bekannt	32
7.1.1	Horizontal- und Vertikalkomponente	32
7.2	Größe und Richtung einer Kraftkomponente sind bekannt	33
7.3	Das Übertragen der Kraftrichtungen vom LP in den KP	33
A8	Zusammensetzen von mehr als zwei in einem Punkt angreifenden Kräften	38
8.1	Lösung der Aufgabe mit mehreren Kräfteparallelogrammen	38
8.2	Lösung mittels Krafteck	38
A9	Erste Gleichgewichtsbedingung der Statik	41
9.1	Das geschlossene Krafteck bei Kräftegleichgewicht	41
9.2	Rechnerische Ermittlung der Resultierenden aus den Horizontal- und Vertikalkomponenten	41
A10	Bestimmung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem	45
10.1	Kräftegleichgewicht im Zentralpunkt	45
10.1.1	Zeichnerische Ermittlung unbekannter Kräfte	45
10.1.2	Rechnerische Ermittlung unbekannter Kräfte	46
	• Die Vorzeichenregel	46
A11	Zeichnerische Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem	49
11.1	Nochmalige Definition des allgemeinen Kräftesystems	49
11.2	Wiederholte Konstruktion des Kräfteparallelogrammes	50
11.3	Verwendung von Zwischenresultierenden	50
A12	Zeichnerische Ermittlung der Resultierenden mit dem Seileckverfahren	52
12.1	Erforderlichkeit eines universellen Lösungsverfahrens zur zeichnerischen Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem	54
12.2	Zusammensetzen von zwei Kräften mit der Seileckkonstruktion	54
12.2.1	Lösungsverfahren	54
12.2.2	Konstruktionsbegründung	55
12.2.3	Begriffe	55
12.3	Zusammensetzen von mehr als zwei Kräften mit der Seileckkonstruktion	55
12.3.1	Lösungsschritte	55
12.3.2	Konstruktionsbegründung	56
A13	Kräfte als Ursache einer Drehbewegung	59
13.1	Drehmoment der Resultierenden	59
13.2	Drehrichtung und wirksamer Hebelarm	59
13.2.1	Drehsinn und Vorzeichen des Drehmomentes	59
13.2.2	Das resultierende Drehmoment	60
13.2.3	Erzeugung von Drehmomenten durch Schrägkräfte	60
13.3	Die zweite Gleichgewichtsbedingung der Statik	61
13.4	Kräftepaar und der Parallelverschiebungssatz	62
A14	Rechnerische Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem	65
14.1	Der Momentensatz	65
14.2	Bestimmung der Resultierenden mit Hilfe des Momentensatzes	65

A15	Bestimmung der Auflagerkräfte beim Träger auf zwei Stützen	68
15.1	Rechnerische Bestimmung der Auflagerkräfte	68
15.2	Zeichnerische Bestimmung der Auflagerkräfte	70
A16	Bestimmung von Schwerpunkten mittels Momentensatz	73
16.1	Der Schwerpunkt als Massenmittelpunkt	73
16.2	Linien­schwerpunkte	74
16.2.1	Gerade Linie (Strecke)	74
16.2.2	Gerader Linienzug	74
16.2.3	Gekrümmte Linie	76
16.3	Flächenschwerpunkte	76
16.3.1	Schwerpunktlage von Einzelflächen	76
16.3.2	Schwerpunktlage von zusammengesetzten Flächen	77
16.4	Körperschwerpunkte	79
A17	Bestimmung von Schwerpunkten mittels Seileckkonstruktion	83
17.1	Zeichnerische Bestimmung von Linien­schwerpunkten	83
17.2	Zeichnerische Bestimmung von Flächenschwerpunkten	84
A18	Gleichgewicht und Kippen	85
18.1	Die Gleichgewichtsarten	85
18.2	Die Standfestigkeit der Körper	86
18.3	Kippsicherheit	86
A19	Regeln von Guldin	89
19.1	Volumenberechnung	89
19.2	Oberflächenberechnung (Mantelberechnung)	90
A20	Statisch bestimmtes ebenes Fachwerk	90
20.1	Fachwerkdefinition	92
20.2	Das ideale Fachwerk	92
20.3	Bedingung des statisch bestimmten Fachwerkes	93
20.4	Fachwerkformen	93
A21	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Krafteck	95
A22	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Cremonaplan	98
A23	Zeichnerische Stabkraftermittlung mittels Culmannschem Schnittverfahren	100
A24	Rechnerische Stabkraftermittlung mittels Ritterschem Schnittverfahren	102
A25	Die Reibungskräfte	105
25.1	Äußere und innere Reibung	105
25.2	Haft- und Gleitreibung	105
25.3	Das Reibungsgesetz nach Coulomb	106
25.3.1	Die Reibungszahl	106
	• Die Einflussparameter der Reibungszahl	107

A26	Reibung auf der schiefen (geneigten) Ebene	110
26.1	Bestimmung der Reibungszahlen	110
26.2	Selbsthemmung	111
26.2.1	Selbsthemmungskriterien	111
26.2.2	Reibungsdreieck und Reibungskegel	111
26.3	Wirkkräfte auf der schiefen Ebene	113
26.3.1	Kraft parallel zur schiefen Ebene	113
	• Zugkraft bei Aufwärtsbewegung	113
	• Haltekraft bei Abwärtsbewegung	114
26.3.2	Kraft parallel zur Grundfläche der schiefen Ebene	115
	• Aufwärtsbewegung	115
	• Abwärtsbewegung	116
A27	Reibung an Geradföhrungen	119
27.1	Flachföhrungen	119
27.2	Prismenföhrungen	119
27.2.1	Unsymmetrische Prismenföhrung	120
27.2.2	Symmetrische Prismenföhrung	120
27.3	Zylinderföhrungen	121
A28	Reibung in Gleitlagern	123
28.1	Tragzapfen (Querlager)	123
28.2	Spurzapfen (Längslager)	123
A29	Gewindereibung	125
29.1	Bewegungsgewinde	125
29.1.1	Schraube mit Flachgewinde	125
29.1.2	Schraube mit Spitzgewinde oder Trapezgewinde	126
29.2	Befestigungsgewinde	128
A30	Seilreibung	130
A31	Reibungsbremsen und Reibungskupplungen	133
31.1	Reibungsbremsen	133
31.1.1	Backenbremsen	133
31.1.2	Bandbremsen	134
	• Einfache Bandbremse	135
	• Die Summenbandbremse	135
	• Die Differentialbandbremse	135
31.1.3	Scheibenbremsen	135
31.2	Reibungskupplungen	136
A32	Rollreibung	138
32.1	Der Rollwiderstand	138
32.2	Der Fahrwiderstand	139
32.3	Die Rollbedingung	140

B	DYNAMIK	
B1	Gleichförmige geradlinige Bewegung	145
1.1	Bewegungskriterien und Geschwindigkeit	145
1.2	Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit	148
B2	Ungleichförmige geradlinige Bewegung	151
2.1	Merkmale einer ungleichförmigen Bewegung	151
	• Definition der Beschleunigung	151
2.2	Die ungleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	152
2.3	Die gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	152
2.3.1	Beschleunigung aus dem Ruhezustand	152
2.3.2	Gleichmäßige Beschleunigung bei vorhandener Anfangsgeschwindigkeit	154
2.4	Die gleichmäßig verzögerte Bewegung	155
2.5	Freier Fall und senkrechter Wurf nach oben	157
2.5.1	Fallbeschleunigung	157
2.6	Weitere Formeln zur gleichmäßig beschleunigten (verzögerten) Bewegung	159
2.6.1	Gleichmäßige Beschleunigung mit $v_0 = 0$ und gleichmäßige Verzögerung mit $v_t = 0$	159
2.6.2	Gleichmäßige Beschleunigung mit $v_0 \neq 0$ und gleichmäßige Verzögerung mit $v_t \neq 0$	159
B3	Zusammensetzung von Geschwindigkeiten	162
3.1	Vektoren und Skalare	162
3.2	Das Überlagerungsprinzip bei geradlinigen Bewegungen	162
3.3	Das Überlagerungsprinzip bei kreisförmigen Bewegungen	163
3.4	Die vektorielle Addition von Geschwindigkeiten	164
3.5	Führungs-, Relativ- und Absolutgeschwindigkeit	166
B4	Freie Bewegungsbahnen	168
4.1	Der Grundsatz der Unabhängigkeit	168
4.2	Der schiefe Wurf	168
	• Zerlegen eines Vektors in seine Komponenten	170
4.3	Der waagerechte Wurf	171
B5	Trägheit der Körper	174
5.1	Das erste Newtonsche Axiom	174
5.2	Das zweite Newtonsche Axiom	175
5.2.1	Die Kräfteinheit	176
5.2.2	Die Gewichtskraft	176
B6	Das Prinzip von d'Alembert	179
6.1	Erweitertes dynamisches Grundgesetz	179
6.1.1	Bewegung auf horizontaler Bahn	179
6.1.2	Bewegung auf vertikaler Bahn	180
6.1.3	Bewegung auf der schiefen Ebene	182
	• Die Steigung auf der schiefen Ebene	182
	• Kräfte bei beschleunigter Aufwärtsbewegung auf der schiefen Ebene	183
	• Kräfte bei beschleunigter Abwärtsbewegung auf der schiefen Ebene	183

B7	Kurzzeitig wirkende Kräfte	186
7.1	Die Bewegungsgröße (Impuls)	186
7.1.1	Die Impulsänderung eines Körpers	186
7.1.2	Die Impulserhaltung	187
7.2	Der Stoß	188
7.2.1	Der unelastische Stoß	189
7.2.2	Der elastische Stoß	189
7.2.3	Der halbelastische Stoß	192
7.2.4	Der schiefe Stoß	192
B8	Arbeit und Energie	193
8.1	Die mechanische Arbeit	193
8.1.1	Die zeichnerische Darstellung der mechanischen Arbeit	194
8.1.2	Die Arbeitskomponente der Kraft	194
8.1.3	Der physikalische Unterschied zwischen mechanischer Arbeit und Drehmoment	195
8.2	Energiearten und Energiespeicherung	195
8.3	Die Gleichwertigkeit der mechanischen Arbeit und der mechanischen Energie	196
8.3.1	Hubarbeit und potentielle Energie	196
	• Arbeit auf der schiefen Ebene und die goldene Regel der Mechanik	196
8.3.2	Beschleunigungsarbeit und kinetische Energie	199
	• Umwandlung von potentieller Energie in kinetische Energie	200
8.4	Der Energieerhaltungssatz und Beispiele der Energieerhaltung	200
8.4.1	Energieerhaltung bei der Umwandlung von mechanischer Energie in Wärmeenergie	201
8.4.2	Energieerhaltung beim wirklichen Stoß	202
8.5	Weitere Formen der mechanischen Arbeit	203
8.5.1	Die Kolbenarbeit	203
8.5.2	Die Federspannarbeit als Formänderungsarbeit	204
	• Federspannarbeit bei der Verformung aus ungespanntem Zustand	204
	• Federspannarbeit bei der Verformung einer Feder mit Vorspannung	205
B9	Mechanische Leistung	207
9.1	Leistung als Funktion von Energie und Zeit	207
9.2	Leistung als Funktion von Kraft und Geschwindigkeit	208
B10	Reibungsarbeit und Wirkungsgrad, Reibungsleistung	210
10.1	Reibungsarbeit	210
10.2	Energieumwandlung bei der Reibung	211
10.2.1	Umwandlung von Reibungsarbeit in Wärmeenergie	211
10.2.2	Umwandlung von Reibungsarbeit in Schwingungsenergie	211
10.3	Der mechanische Wirkungsgrad	212
	• Der Gesamtwirkungsgrad einer Maschinenanlage	213
10.4	Die Reibungsleistung	214
B11	Wirkungsgrad wichtiger Maschinenelemente und Baugruppen	216
11.1	Gerade Führungen	216
11.1.1	Flachführungen	216
11.1.2	Symmetrische Prismenführung	217
11.1.3	Unsymmetrische Prismenführung	217
11.1.4	Zylinderführung	217

11.2	Schraubenwirkungsgrad	218
11.2.1	Flachgewinde	218
11.2.2	Spitz- und Trapezgewinde	219
B12	Drehleistung	222
12.1	Rotationsbewegung	222
12.2	Drehzahl und Umfangsgeschwindigkeit	223
12.3	Berechnung der Drehleistung bei gleichförmiger Drehbewegung	224
	• Berechnung der Drehleistung aus Drehmoment und Drehzahl	225
B13	Rotationskinematik	227
13.1	Bewegungszustände der Rotation	227
13.1.1	Die gleichförmige Drehbewegung	227
	• Winkelgeschwindigkeit	227
	• Die Umfangsgeschwindigkeit als Funktion der Winkelgeschwindigkeit	228
	• Die Drehleistung als Funktion der Winkelgeschwindigkeit	228
	• Der Drehwinkel bei gleichförmiger Rotation	228
13.1.2	Die gleichmäßig beschleunigte oder verzögerte Drehbewegung	229
	• Die Winkelbeschleunigung	229
13.2	Analogien zwischen Translation und Rotation	230
B14	Rotationsdynamik	234
14.1	Die Fliehkraft	234
	• Berechnung der Fliehkraft	234
14.2	Coriolisbeschleunigung und Corioliskraft	237
B15	Kinetische Energie rotierender Körper	240
15.1	Rotationsenergie als kinetische Energie	240
15.2	Das Trägheitsmoment	241
15.2.1	Das Trägheitsmoment einer Punktmasse	241
15.2.2	Das Trägheitsmoment einfacher Körper	242
	• Trägheitsmomente weiterer wichtiger Körper	243
15.2.3	Trägheitsmomente zusammengesetzter Körper	244
	• Verschiebungssatz von Steiner	245
15.2.4	Reduzierte Masse	246
15.2.5	Der Trägheitsradius	247
15.3	Dynamisches Grundgesetz der Drehbewegung	248
15.4	Dreharbeit in Abhängigkeit von Drehmoment und Drehwinkel	249
15.5	Drehimpuls und Drehstoß	250
	• Die Drehimpuserhaltung (Drallerhaltung)	250
B16	Übersetzungsverhältnis beim Riementrieb	253
16.1	Einfacher Riementrieb	253
16.2	Doppelter Riementrieb und Mehrfachriementrieb	255
B17	Übersetzungen beim Zahntrieb und in Getrieben	256
17.1	Einfacher Zahntrieb	256
17.2	Mehrfachzahntrieb	256
	• Die Bedeutung des Zwischenrades	257

173	Drehzahlen bei gestuften Schaltgetrieben	258
174	Drehzahlen bei stufenlosen Antrieben	259
175	Getriebewirkungsgrad in Abhängigkeit von Drehmoment und Übersetzungsverhältnis	259
B18 Kurbeltrieb		261
18.1	Die Schubkurbel	261
18.1.1	Der Kolbenweg	261
	• Näherungsgleichung zur Berechnung des Kolbenweges	262
18.1.2	Die Kolbengeschwindigkeit	262
18.1.3	Die Kolbenbeschleunigung	262
18.2	Die Kurbelschleife	262
C FESTIGKEITSLEHRE		
C1 Aufgabe der Festigkeitslehre		267
1.1	Die drei Hauptaufgaben der Festigkeitslehre	267
1.1.1	Ermittlung der Bauteilabmessungen	267
1.1.2	Ermittlung der übertragbaren Kräfte und Momente	267
1.1.3	Werkstoffwahl	267
1.2	Der idealisierte Körper	268
1.3	Gültigkeitsbereich der elementaren Festigkeitslehre	268
C2 Spannung und Beanspruchung		269
2.1	Äußere Kraft und die Beanspruchung durch innere Kräfte	269
2.2	Das Schneiden des Bauteiles zur Ermittlung der inneren Kraft und des inneren Moments... ..	269
2.3	Begriff und Ermittlung der Spannung	270
2.3.1	Normalspannungen	270
2.3.2	Schubspannungen	271
2.4	Elementarbeanspruchungen an stabförmigen Körpern	271
2.5	Zusammengesetzte Beanspruchungen	272
C3 Beanspruchung auf Zug oder Druck		273
3.1	Die statische Beanspruchung	273
3.2	Beanspruchung auf Zug	273
3.2.1	Begriff der zulässigen Spannung	274
3.3	Beanspruchung auf Druck und gefährdeter Querschnitt	275
3.4	Beispiele für das Erkennen des gefährdeten Querschnitts	276
3.4.1	Ketten	276
3.4.2	Die Reißlänge	277
3.4.3	Auf Zug und Druck beanspruchte Schrauben	278
C4 Flächenpressung und Lochleibung		281
4.1	Flächenpressung an ebenen Flächen	281
4.2	Flächenpressung an geneigten ebenen Flächen	281
4.3	Flächenpressung bei Gewinden	283
4.4	Flächenpressung an gewölbten Flächen und Lochleibung	284
4.5	Einflussgrößen auf die zulässige Flächenpressung	286

C5	Beanspruchung auf Abscherung	288
C6	Das Hookesche Gesetz für Zug und Druck	292
6.1	Die Kraft als Ursache von Verformungen	292
6.2	Arten der Formänderung eines Körpers	292
6.2.1	Die elastische Verformung	293
6.2.2	Die plastische Verformung	293
6.3	Das Gesetz von Hooke	294
6.4	Die Messung von Kräften	295
6.4.1	Kraftmessung aufgrund der beschleunigenden Wirkung	295
6.4.2	Kraftmessung aufgrund der verformenden Wirkung	295
6.5	Hookesches Gesetz und Bauteildimensionierung	296
6.5.1	Dehnung und Verlängerung	296
6.5.2	Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung	297
C7	Querkontraktion	301
7.1	Definition der Querkontraktion	301
7.2	Zusammenhang zwischen Längsdehnung und Querdehnung	301
C8	Belastungsgrenzen	303
8.1	Spannungs-Dehnungs-Diagramm	303
8.2	Die Grenzspannungen im σ, ε -Diagramm	304
8.3	Die drei verschiedenen Belastungsfälle	304
8.3.1	Belastungsfall I	304
8.3.2	Belastungsfall II	305
8.3.3	Belastungsfall III	305
8.4	Einfacher Sicherheitsbegriff und zulässige Spannungen	306
8.4.1	Die zulässige Spannung bei statischer Beanspruchung	306
8.4.2	Das Festlegen der Sicherheitszahl ν und Angaben über zulässige Spannungen	306
8.4.3	Einige wichtige Zusammenhänge zwischen verschiedenen Spannungen	307
C9	Wärmespannung und Formänderungsarbeit	310
9.1	Wärmespannung	310
9.1.1	Einfluss der Temperatur auf das Werkstoffverhalten	310
9.1.2	Wärmedehnung metallischer Werkstoffe	310
9.2	Formänderungsarbeit	312
C10	Verformung bei Scherung und Flächenpressung	314
10.1	Das Hookesche Gesetz für Scherbeanspruchung (Schub)	314
10.2	Die Hertzschen Gleichungen	315
10.2.1	Pressung zwischen zwei Zylindern (Linienpressung)	315
10.2.2	Pressung zwischen zwei Kugeln (Punktpressung)	316
C11	Auf Biegung beanspruchte Bauteile	319
11.1	Beanspruchungen, die oftmals in Verbindung mit der Biegung auftreten	319
11.2	Der Träger	319
11.2.1	Lagerung der Träger	320
11.2.2	Trägerbezeichnungen	320
	• Trägerbezeichnungen nach der Trägerlagerung	320
	• Trägerbezeichnungen nach der Bauart	321
11.2.3	Trägerbelastungen und Belastungssymbole	321
11.2.4	Der statisch bestimmte oder statisch unbestimmte Träger	321

C12	Die Biegebeanspruchung	323
12.1	Abhängigkeit der Biegespannung vom Biegemoment	323
12.2	Abhängigkeit der Biegespannung von Form und Lage der Querschnittsfläche	324
12.3	Innere Kräfte und innere Momente bei Biegebeanspruchung	324
12.4	Vorzeichenregeln für Biegemomente und Querkräfte	325
12.4.1	Biegemomente	325
12.4.2	Querkräfte	325
12.5	Verteilung und Berechnung der Biegespannung	325
12.6	Zulässige Biegespannungen	327
12.7	Bedingungen für die Gültigkeit der Biegehauptgleichung	329
C13	Rechnerische Ermittlung von Trägheits- und Widerstandsmomenten	332
13.1	Äquatoriales Trägheitsmoment	332
13.2	Der Verschiebungssatz von Steiner	332
13.3	Trägheitsmomente und Widerstandsmomente einiger technischer Querschnitte	336
	• Rechteckquerschnitt	336
	• Kreisquerschnitt	336
	• Dreieckquerschnitt	336
13.4	Trägheits- und Widerstandsmomente zusammengesetzter Flächen	336
C14	Schiefe Biegung	343
14.1	Hauptachsen im biegebeanspruchten Querschnitt	343
14.1.1	Ermittlung der Hauptachsen und der Hauptträgheitsmomente	344
	• Rechnerische Ermittlung der Hauptträgheitsmomente	344
	• Zeichnerische Ermittlung der Hauptträgheitsmomente	346
14.2	Ermittlung der Biegespannung	347
14.2.1	Lastebene liegt in einer der Hauptachsen (einachsige Biegung)	347
14.2.2	Die Biegespannung bei zweiachsiger Biegung	348
	• Biegespannungen in symmetrischen Querschnitten	348
	• Biegespannungen in unsymmetrischen Querschnitten	349
C15	Biegemomenten- und Querkraftverlauf beim Freitragler	352
15.1	Freitragler mit Einzellasten	352
15.2	Freitragler mit gleichmäßig verteilter Streckenlast	356
15.3	Freitragler mit gemischter Belastung	358
C16	Biegemomenten- und Querkraftverlauf beim Träger auf zwei Stützen	361
16.1	Stützträger mit Einzellasten	361
16.2	Träger auf zwei Stützen mit vielen gleich großen Einzellasten	362
16.3	Träger auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Streckenlast	363
16.4	Träger auf zwei Stützen mit Mischbelastung	365
C17	Träger gleicher Biegespannung	368
17.1	Der Gedanke der wirtschaftlichen Konstruktion	368
17.2	Berechnung von Trägern gleicher Biegefestigkeit	368
17.2.1	Freitragler mit einer Einzellast am Trägerende	368
	• Rechteckquerschnitt mit konstanter Höhe und veränderlicher Breite	369
	• Rechteckquerschnitt mit konstanter Breite und veränderlicher Höhe	369

C18	Verformung bei Biegebeanspruchung	372
18.1	Die Verformung im elastischen Bereich	372
18.2	Der Krümmungsradius der Biegelinie	372
18.3	Berechnung der Durchbiegung und des Neigungswinkels	373
18.3.1	Freiträger mit einer Einzellast am Trägerende	373
18.3.2	Träger auf zwei Stützen mit einer Einzellast in Trägermitte	373
18.3.3	Freiträger mit Streckenlast	374
18.4	Resultierende Durchbiegung	374
18.4.1	Resultierende Durchbiegung bei einachsiger Biegung	374
18.4.2	Resultierende Durchbiegung bei schiefer Biegung	375
C19	Torsionsbeanspruchung	378
19.1	Drehmoment als Ursache der Torsion	378
19.2	Ermittlung des Torsionsmomentes	378
19.3	Berechnung der Torsionsspannung	379
19.3.1	Polares Widerstandsmoment für den Kreisquerschnitt	380
19.3.2	Polares Widerstandsmoment für den Kreisringquerschnitt	380
C20	Verformung bei Torsion	384
20.1	Analogie zwischen Zug und Torsion	384
20.2	Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Gleitmodul	384
20.3	Größe des Verdrehwinkels (Torsionswinkel)	385
C21	Knickfestigkeit	388
21.1	Unterscheidung von Druckbeanspruchung und Knickbeanspruchung	388
21.2	Schlankheitsgrad und Einspannungsfälle	388
C22	Knickspannung	390
22.1	Definition der Knickspannung	390
22.2	Ermittlung der Knickkraft bei elastischer Knickung	390
C23	Unelastische Knickung (Tetmajerknickung)	392
23.1	Grenzschlankheitsgrad	392
23.2	Knickspannung bei unelastischer Knickung	392
C24	Knickstäbe im Stahlbau	396
24.1	Normenwerk	396
24.2	Besonderheiten bei der Verwendung von Formelzeichen und Nebenzeichen	396
24.3	Arten der Knickung gemäß DIN 18800	396
24.4	Tragsicherheitsnachweis mit dem Kappa-Verfahren (κ -Verfahren)	397
C25	Beanspruchung auf Biegung und Zug oder Druck	398
C26	Beanspruchung auf Zug und Schub, Druck und Schub, Biegung und Schub	402
C27	Beanspruchung auf Biegung und Torsion	404
C28	Dauerfestigkeit, Schwellfestigkeit, Wechselfestigkeit	407
28.1	Dauerstandfestigkeit	407
28.2	Schwellfestigkeit	407
28.3	Wechselfestigkeit	407

C29	Ermittlung der Dauerfestigkeit	409
29.1	Gewalt- und Dauerbruch	409
29.2	Ermittlung von Schwell- und Wechselfestigkeit	409
29.3	Konstruktion des Dauerfestigkeitsschaubildes	411
29.4	Zulässige Spannungen, erweiterter Sicherheitsbegriff	413
C30	Gestaltfestigkeit	414
30.1	Dauerfestigkeit und Bauteilgröße	414
30.2	Dauerfestigkeit und Bauteiloberfläche	414
30.3	Dauerfestigkeit und Bauteilform	414
30.3.1	Kerbwirkung	414
30.3.2	Berechnung der Kerbwirkung	415
30.4	Gestaltfestigkeit in Abhängigkeit von Bauteilgröße, Bauteilform und Bauteiloberfläche	416
C31	Experimentelle Spannungsanalyse	419
31.1	Messung von Spannungen am fertigen Bauteil	419
31.2	Spannungsanalyse mittels Dehnungsmessstreifen	419
31.3	Spannungsanalyse mittels Spannungsoptik	420
31.4	Spannungsanalyse mittels Finite-Elemente-Methode	421
Lösungsgänge und Lösungen zu den Übungsaufgaben		453
Ergebnisse der Vertiefungsaufgaben		491
Sachwortverzeichnis		511
Griechisches Alphabet		520
Römische Ziffern		520

STATIK

A Statik

A1 Die Verknüpfung von Physik und Technik

1.1 Bedeutung der klassischen Physik für die Technik

Während sich die **moderne Physik (Bild 1)** mit der Erforschung kleinster Strukturen, z. B. dem Atomkern sowie größter Strukturen, z. B. der **Ausdehnung des Weltalls** befasst, ist das Betätigungsfeld der **klassischen Physik** im Bereich der üblichen Technik, z. B. im **Stahlbau** (→ **Bild 1/9**) angesiedelt.



Atomkraftwerk (AKW) Kornwestheim
als Beispiel für die Anwendung der Atomphysik

© BildPix.de – Fotolia.com

Die Gesetze der **klassischen Physik** bilden eine Grundlage der Maschinen- und Anlagentechnik sowie der Bautechnik und der allgemeinen Elektrotechnik.

Die im Bereich der klassischen Physik erforschten Gesetzmäßigkeiten sind auf viele andere Wissenschaften übertragbar und dort anwendbar. So ergibt sich z. B. ein hoher Nutzungsgrad in den **Ingenieurwissenschaften** und damit in der Maschinen- und Anlagentechnik.

• Zweige und Entwicklungszeiträume der klassischen Physik

Tabelle 1 sagt etwas über die Entwicklung der klassischen Physik aus. Es ist zu erkennen, dass sich die Physik in einer Art „Hauptströmung der Wissenschaft“ von Periode zu Periode weiterentwickelt hat, wodurch den Ingenieurwissenschaften die wissenschaftliche Basis zugewachsen ist.

Tabelle 1: Teilgebiete der klassischen Physik	
Zweig	Entwicklungszeitraum
Mechanik der festen Körper	seit Altertum, 16. Jahrhundert
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase (Fluidmechanik)	seit Altertum, 17. Jahrhundert
Optik	seit Altertum, 17. Jahrhundert
Akustik	seit Altertum, 18. Jahrhundert
Schwingungs- und Wellenlehre	19. und 20. Jahrhundert
Wärmelehre (Thermodynamik)	19. und 20. Jahrhundert
Elektrizitätslehre	19. und 20. Jahrhundert

Dadurch, dass also mit Hilfe **physikalischer Gesetze** die meisten **technischen Problemlösungen** erfolgen, und zwar mit **Berechnungsgleichungen**, die oftmals auf spezielle technische Aufgabenstellungen zugeschnitten sind, verwendet man in diesem Sinne häufig den Begriff **Technische Physik**.

In Analogie zu dieser Betrachtungsweise verhält man sich auch in anderen Wissenschaften. So kennt man z. B. die **Technische Chemie** oder die **Chemietechnik** und es sind auch Wortzusammensetzungen wie etwa **Technische Optik** oder **Technische Akustik** üblich.

1.2 Bedeutung der „Mechanik der festen Körper“ für technische Problemlösungen

Aus **Tabelle 1/3** ist zu ersehen, dass die „**Mechanik der festen Körper**“ das älteste **Teilgebiet der Physik** darstellt. Insbesondere in der Maschinen- und Anlagentechnik sowie in der Bautechnik spielt dieses Teilgebiet der Physik eine wichtige Rolle und wird deshalb in aller Regel bei den technischen Studien als gesondertes Fach gelehrt.

Dabei ist immer das Augenmerk auf technische Problemlösungen gerichtet, wodurch sich im Sinne der technischen Physik der Begriff **Technische Mechanik** herausgebildet hat. Die Technische Mechanik ist somit ein Teil der Technischen Physik.

Die von der Technischen Mechanik bereitgestellten Regeln und Gesetze ermöglichen es dem Konstrukteur, verbindliche Aussagen über die **erforderlichen Abmessungen** von Bauteilen der von ihm konstruierten Maschinen, Anlagen oder Bauwerke zu machen.

In enger Verbindung mit diesen Überlegungen steht auch immer die gezielte Auswahl der „richtigen **Werkstoffe**“ (→ **Bild 1/8**).

• Teilgebiete der Technischen Mechanik

Möchte man erschöpfende Aussagen über die erforderlichen **Bauteilabmessungen** sowie die Ursache und Form von **Bewegungsabläufen** dieser Bauteile, d. h. der festen Körper machen, stellt man sehr schnell fest, dass dies infolge vieler Einflussparameter keine leichte Aufgabe ist. Um dennoch zu Problemlösungen zu kommen, oder wenn es in einer konkreten Aufgabe um Aussagen über Teilprobleme geht, ist es angebracht, nur einige Einflussparameter oder diese zeitlich hintereinander zu betrachten. In diesem Zusammenhang sei an eine von dem französischen Physiker René **Descartes** (1596 bis 1650) formulierte Arbeitsregel erinnert, die der Verfasser dieses Buches als Motto vor das Vorwort gesetzt hat und die wie folgt lautet:

Man teile jede einzelne der Schwierigkeiten, die man bewältigen will, in so viele Teile wie möglich, und so müsste es möglich sein, sie zu lösen.

Entsprechend dieser Regel haben sich im Laufe der Zeit **Teilgebiete der Technischen Mechanik** entwickelt, die verschiedene Einflussparameter, so z. B. die auf einen Körper wirkende **Kraft** oder die **Verformung** des Körpers, die durch diese Kraft hervorgerufen wird, ein- bzw. ausschließen. Man unterscheidet wie folgt:



• Statik

Bild 1 zeigt die schematische Darstellung eines Scherenkranes. Es ist zu erkennen, dass die **Gewichtskraft** F_G (Last) in den Stäben a und b Kräfte (→ **A2**) verursacht, die die Stäbe als **Zugkraft** (F_a) bzw. als **Druckkraft** (F_b) beanspruchen.

Wenn es ausschließlich darum geht, diese Kräfte zu ermitteln, ist es entsprechend dieser Aufgabenstellung völlig uninteressant, z. B. Aussagen über den beim Heben zurückgelegten Weg zu machen.

