



Edition
Harri 
Deutsch 

Statik

insbesondere Schnittprinzip

von

Gerhard Knappstein
Denis Anders

5. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56504

Der Autor

Dipl.-Ing. Gerhard Knappstein war nach seiner Ausbildung zum Werkzeugmacher und dem Maschinenbaustudium als Konstrukteur und Berechnungsingenieur in der Industrie tätig. Anschließend war er Mitarbeiter im Fachbereich Maschinenbau – Fachgebiet Technische Mechanik – an der Universität Siegen.

Der Koautor

Prof. Dr.-Ing. Denis Anders war nach dem Studium der Technischen Mathematik an der Universität Siegen und der anschließenden Promotion am Lehrstuhl für Festkörpermechanik mehrere Jahre als Entwicklungs- und Berechnungsingenieur im Maschinen- und Anlagenbau tätig. Seit 2016 hat er die Professur für Technische Mechanik und Strömungslehre an der Technischen Hochschule Köln inne.

5. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5651-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Alle Abbildungen wurden von den Autoren entworfen und erstellt.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<https://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09212 Limbach-Oberfrohna
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Druck: Totem, 88–100 Inowrocław, Polen

Vorwort

Das Buch wendet sich in erster Linie an Studierende in den Anfangssemestern technischer Fachrichtungen an Fachhochschulen und Universitäten. Es entspricht dem Lehrstoff des Teilgebiets Statik starrer Körper im Grundlagenfach Technische Mechanik.

In der vorliegenden Auflage wird das Schnittprinzip (Schnittmethode oder Schnittverfahren) weiterhin besonders ausführlich behandelt, weil ihm in der Technischen Mechanik eine grundlegende Bedeutung zukommt.

Besondere Aufmerksamkeit habe ich den Zeichnungen gewidmet, da Studierende dadurch viel schneller und besser über schwierigere Sachverhalte „im Bilde“ sind, als das je mit Text geschehen könnte.

Beobachten kann man immer wieder bei den Studierenden, welche große Schwierigkeiten sie beim Lösen von Mechanikaufgaben haben, obwohl sie glauben, die – oft einfachen – Gesetzmäßigkeiten der Mechanik vollkommen verstanden zu haben. Um hier zu mehr Verständnis beizutragen, wird die vorgetragene Theorie zusätzlich mit vielen ausführlich gelösten Beispielen verständlich gemacht.

Zum Erreichen eines optimalen Lernerfolgs, sollte sich der Lernende die Mühe machen, mit Bleistift und Papier die Beispiele und Aufgaben durchzuarbeiten. Der Übende kann testen, ob er in der Lage ist, ein Problem selbständig zu lösen. Unbedingt erforderlich ist, dass Aufgabenlösungen – nicht nach „**Schema F**“, sondern mit **Verstand** und den Grundgesetzen der Mechanik – durchzuführen sind. Hilfreich ist oft, die Beispiele und Aufgaben zu zweit oder zu dritt durchzuarbeiten, zu vergleichen und die Lösungen zu diskutieren.

Da oft viele Studienanfänger den Weg von der Problemstellung zur Lösung verlieren, wenn man ihn nicht systematisch anlegt, wird ergänzend die „Technik des AufgabenlöSENS“ in einem eigenen Kapitel behandelt. Weiterhin werden Leitlinien zum Lösen von Mechanik-Aufgaben als grundsätzliches Lösungsverfahren angegeben. Im Anhang werden die Grundbegriffe der Vektorrechnung erläutert.

Die jetzt vorliegende 5. Auflage wurde überarbeitet und vor allem im Hinblick auf die Abbildungen neu gestaltet. Zusätzlich ist Denis Anders als Koautor dazu gekommen.

Wir danken dem Verlag Europa-Lehrmittel und insbesondere Herrn Klaus Horn, der eine wichtige Stütze bei der Entwicklung der neuen Auflage war, für die sehr gute Zusammenarbeit. Ebenso sei Herrn Dr. Steffen Naake gedankt, der uns bei der Umsetzung in \LaTeX massiv unterstützt hat.

Siegen, Frühjahr 2022

Gerhard Knapstein, Denis Anders

Fragen, Kommentare und Anregungen an:

Autoren und Verlag Europa-Lehrmittel

Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG

Düsselderger Str. 23

42781 Haan-Gruiten

lektorat@europa-lehrmittel.de

<https://www.europa-lehrmittel.de>

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundbegriffe	3
1.1 Begriffserklärung „Statik starrer Körper“	3
1.2 Kräfte und Kraftarten	3
1.3 Streckenlasten	5
1.4 Was ist ein mechanisches System?	6
1.5 Einteilung der Kräfte	6
1.6 Aufgabe der Statik	8
1.7 Modellbildung, Ersatzsystem, Idealisierung	8
1.8 Rechnerische Bearbeitung von Gleichgewichtsproblemen	8
1.9 Lagerungen	9
1.9.1 Lagerungen in der Ebene	10
1.9.2 Lagerungen im Raum	11
1.9.3 Verbindungselement zwischen zwei Körpern in der Ebene	13
1.10 Abgrenzen (Aufteilen) eines mechanischen Systems	13
1.11 Das Freimachen	14
1.11.1 Beispiele zum Freimachen	18
1.12 Erstarrungsmethode	22
1.13 Axiome der Statik	23
1.13.1 Das Gleichgewichtsaxiom	23
1.13.2 Das Reaktionsaxiom (Wechselwirkungsgesetz)	24
1.13.3 Das Axiom von der Verschiebbarkeit einer Kraft auf ihrer Wirkungslinie	24
1.13.4 Das Axiom vom Kräfteparallelogramm	24
1.14 Schnittprinzip (Schnittmethode oder Schnittverfahren)	25
1.15 Anschauungsmodelle zum Schnittprinzip	28
1.15.1 Schaumgummi-Balken mit biegesteifem Stoß	28
1.15.2 Balken auf 2 Stützen mit 3 herausnehmbaren Stäben	29
1.15.3 Fachwerk	32
1.16 Fragen und Antworten	33
2 Kräfte mit einem gemeinsamen Angriffspunkt (zentrales Kräftesystem) ...	35
2.1 Zusammensetzung und Zerlegen von Kräften in der Ebene, Komponentendarstellung	35
2.1.1 Beispiel	37
2.2 Gleichgewicht in der Ebene	38
2.2.1 Drei nichtparallele Kräfte im Gleichgewicht	39
2.2.2 Beispiele	40
2.3 Räumliches zentrales Kräftesystem	44
2.4 Fragen und Antworten	47

3	Allgemeines Kräftesystem	49
3.1	Allgemeines Kräftesystem in der Ebene	49
3.1.1	Kräftepaar und Moment des Kräftepaars	49
3.1.2	Moment einer Kraft, Versatzmoment (Parallelverschiebung einer Kraft), Momentensatz	50
3.1.3	Resultierende und resultierendes Moment ebener Kraftsysteme . . .	53
3.1.4	Gleichgewicht und Gleichgewichtsbedingungen im ebenen Kräftesystem	55
3.1.4.1	Beispiele	57
3.1.5	Gleichgewicht bei vier Kräften in der Ebene (Verfahren nach CULMANN)	60
3.1.5.1	Beispiel	61
3.2	Allgemeines Kräftesystem im Raum	61
3.2.1	Moment einer Kraft (Momentenvektor)	62
3.2.2	Gleichgewichtsbedingungen	63
3.2.3	Beispiele	65
3.3	Fragen und Antworten	68
4	Schnittprinzip beim Lager sowie beim Gelenk	71
4.1	Einteilige ebene Tragwerke	72
4.1.1	Statische Bestimmtheit	72
4.1.2	Beispiele	73
4.2	Mehrteilige ebene Tragwerke	75
4.2.1	Statische Bestimmtheit	76
4.2.2	Beispiele	77
4.3	Räumliche Tragwerke	82
4.3.1	Beispiel	83
4.4	Fragen und Antworten	90
5	Schnittprinzip bei Seil, Kette und beim Stab für ebene Kraftsysteme	93
5.1	Seil und Kette	93
5.1.1	Beispiele	95
5.2	Stab, ebenes Fachwerk	96
5.2.1	Statische Bestimmtheit beim Fachwerk	97
5.2.2	Aufbau eines Fachwerks	98
5.2.3	Ermittlung der Stabkräfte	99
5.2.3.1	Knotenpunktverfahren	99
5.2.3.2	RITTERSches Schnittverfahren	100
5.2.3.3	Nullstäbe erkennen	108
5.3	Fragen und Antworten	108
6	Schnittprinzip bei Balken, Rahmen, Bogen und bei räumlich belasteten Tragwerken	111
6.1	Schnittgrößen am Balken	111
6.1.1	Beispiel	112
6.1.2	Differenzielle Zusammenhänge zwischen Belastung und Schnittgrößen	118

6.1.3	Wichtige Aussagen zu den Schnittgrößen Q und M	119
6.1.4	Beispiele	120
6.1.5	Punktweise Ermittlung der Schnittgrößen	133
6.1.6	Übersichtstabellen zu den Schnittgrößen Q und M in Abhängigkeit von Belastung, Lagerung und Verbindungsart	138
6.2	Schnittgrößen beim Rahmen	139
6.2.1	Beispiel	140
6.3	Schnittgrößen beim Bogen	145
6.3.1	Beispiel	145
6.4	Schnittgrößen bei räumlich belasteten Tragwerken	150
6.4.1	Beispiele	150
6.5	Fragen und Antworten	154
7	Der Schwerpunkt	157
7.1	Massen- bzw. Gewichtsschwerpunkt	157
7.1.1	Beispiel	159
7.2	Volumenschwerpunkt	161
7.2.1	Beispiel	161
7.3	Flächenschwerpunkt	163
7.3.1	Beispiel	164
7.4	Linienschwerpunkt	165
7.4.1	Beispiel	165
7.5	Tabellen mit Schwerpunktkoordinaten	166
7.6	Regeln von PAPPUS und GULDIN bei Rotationskörpern	170
7.6.1	Oberflächenberechnung von drehsymmetrischen Körpern	170
7.6.1.1	Beispiel	170
7.6.2	Volumenberechnung von drehsymmetrischen Körpern	171
7.6.2.1	Beispiel	171
7.7	Fragen und Antworten	172
8	Haftung und Reibung	173
8.1	COULOMBSches Reibungsgesetz	173
8.1.1	Beispiele	176
8.2	Haftung und Reibung an Schrauben	182
8.3	Reibung am Keil	185
8.4	Seilhaftung und Seilreibung	187
8.4.1	Beispiel	187
8.5	Rollwiderstand (rollende Reibung)	188
8.6	Fragen und Antworten	190
9	Das biegeschlaffe Seil	191
9.1	Seil mit beliebigem Durchhang	192
9.2	Seil mit geringem Durchhang	194
9.3	Beispiel	195
9.4	Fragen und Antworten	198

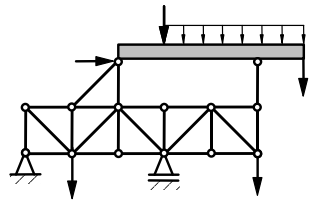
10 Standsicherheit	199
10.1 Definition der Standsicherheit	199
10.2 Beispiele	200
11 Arbeit	203
11.1 Arbeit einer Kraft, Potenzial	203
11.2 Prinzip der virtuellen Verrückungen	205
11.3 Ermittlung von Schnitt- und Reaktionskräften	209
11.4 Stabilität einer Gleichgewichtslage	209
11.4.1 Beispiele	211
Lösen von Aufgaben	229
1 Zur Technik des AufgabenlöSENS	229
2 Leitlinien zum LöSEN von Mechanik-Aufgaben aus der Statik	235
Aufgaben mit ausführlichen LöSungen	237
1 Aufgaben zum Thema „Allgemeines Kräftesystem“	237
2 Aufgaben zum Thema „Gelenkträger, Dreigelenkbogen“	298
3 Aufgaben zum Thema „Fachwerk“	316
4 Aufgaben zum Thema „Schnittgrößenverläufe an mechanischen Systemen“	332
5 Aufgaben zum Thema „Schwerpunkt“	377
6 Aufgaben zum Thema „Haftung und Reibung“	387
7 Aufgaben zum Thema „Kräftesystem im Raum“	416
8 Aufgaben zum Thema „Biegeschlaffes Seil“	439
9 Aufgabe zum Thema „Standsicherheit“	443
Anhang	445
A1 Zeichenvereinbarungen	445
A2 Rechtwinkliges Rechts-Koordinatensystem	445
A3 Einheitennamen und Einheitenzeichen	446
A4 Vorsätze und Vorsatzzeichen für dezimale Teile und Vielfache von Einheiten	447
A5 Das griechische Alphabet	448
A6 Einige Formeln aus der Mathematik	449
A7 Einige Grundbegriffe der Vektorrechnung	450
Skalare	450
Vektoren	450
Gleichheit von Vektoren	450
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	451
Addition und Subtraktion von Vektoren	451
Einheitsvektor	452
Vektoren im rechtwinkligen Koordinatensystem	452
Skalarprodukt	453
Vektorprodukt (Kreuzprodukt)	454

Grundbegriffe und Formeln der Statik	457
S1 Kräfte, Lagerungen, Freimachen, Axiome, Schnittprinzip	457
S2 Zentrales Kräftesystem	463
S3 Allgemeines Kräftesystem	467
S4 Ebenes Fachwerk	471
S5 Schnittgrößen am Balken	472
S6 Der Schwerpunkt	475
S7 Haftung und Reibung	482
S8 Das biegeschlaffe Seil	484
S9 Arbeit; Potenzial; Prinzip der virtuellen Verrückungen; Stabilität einer Gleichgewichtslage	486
Literatur	489
Sachwortverzeichnis	491

Übersicht der ausführlichen Beispiele

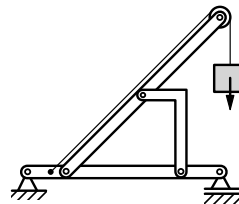
1 Erstarrungsmethode

- 1.1 Dachbinder-Konstruktion aus Fachwerk und Vollwandträger; Auflagerkräfte



22

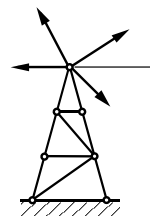
- 1.2 Kran-Konstruktion; Auflagerkräfte



22

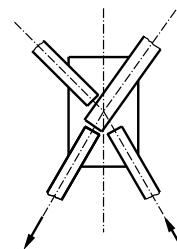
2 Kräfte mit einem gemeinsamen Angriffspunkt

- 2.1 Mast mit Einzelkräften in einer Ebene; resultierende Kraft



37

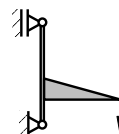
- 2.2 Knotenpunkt eines Fachwerks; Kräfte in den Stäben



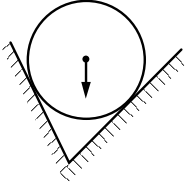
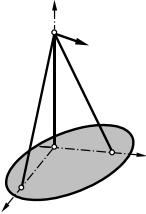
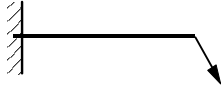
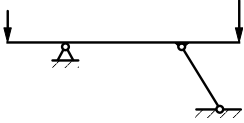
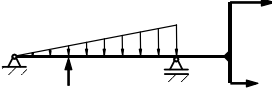
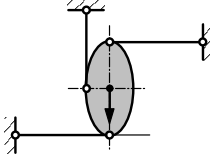
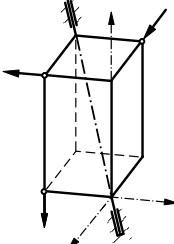
40

2 Gleichgewicht bei drei Kräften in der Ebene (zentrales Kräftesystem)

- 2.3 analytische und zeichnerische Lösung; Lagerkräfte

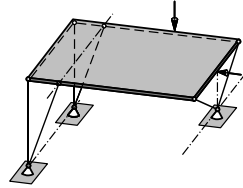


41

- | | | |
|--|---|----|
| 2.4 analytische und zeichnerische Lösung;
Lagerkräfte |  | 43 |
| 2 Räumliches zentrales Kräftesystem | | |
| 2.5 Räumliches Fachwerk; Bestimmung der
Stabkräfte |  | 46 |
| 3 Allgemeines Kräftesystem in der Ebene | | |
| 3.1 Einseitig eingespannter Träger;
Auflagerreaktionen |  | 57 |
| 3.2 Balken, gelagert mit einem festen Lager
und einem Stab; Auflagerreaktionen |  | 58 |
| 3.3 System, gelagert mit einem festen Lager
und einem losen Lager; Auflagerreaktionen |  | 59 |
| 3 Gleichgewicht bei vier Kräften in der Ebene (Verfahren nach CULMANN) | | |
| 3.4 Stabgestützte Scheibe, CULMANNsche
Gerade; Stabkräfte |  | 61 |
| 3 Allgemeines Kräftesystem im Raum | | |
| 3.5 gelagerter Quader; resultierendes Moment |  | 65 |

3 Allgemeines Kräftesystem im Raum; skalare Gleichgewichtsbedingungen

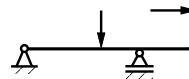
- 3.6 Starre Platte durch sechs Stäbe gestützt;
Stabkräfte



66

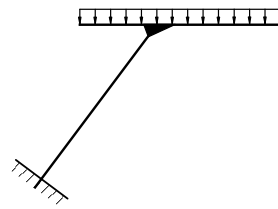
4 Schnittprinzip beim Lager

- 4.1 Träger auf 2 Stützen mit Kragteil;
Lagerkräfte



73

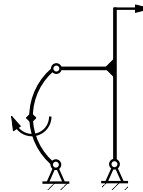
- 4.2 Einseitig eingespanntes Tragwerk;
Lagerreaktionen



74

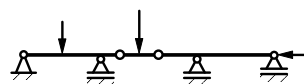
4 Schnittprinzip beim Gelenk

- 4.3 Dreigelenkbogen; Lager- und Gelenkkräfte



77

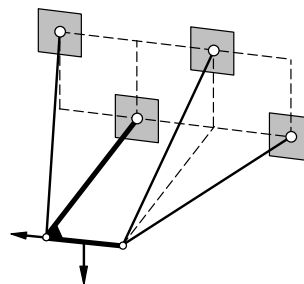
- 4.4 Gelenkbalken; Lager- und Gelenkkräfte



79

4 Schnittprinzip bei räumlichen Systemen

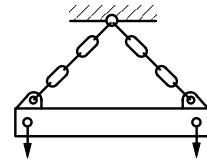
- 4.5 Räumlich gelagerter Träger; Lager- und Stabkräfte



83

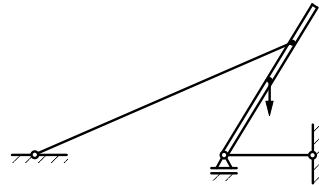
5 Schnittprinzip bei Seil und Kette

5.1 Lastaufhängung mit Ketten; Kräfte in den Ketten



95

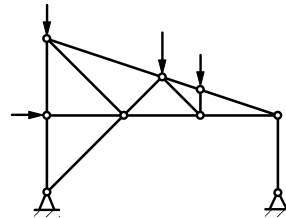
5.2 Mit Seilen und losem Lager gelagerter Balken; Kräfte in den Seilen



95

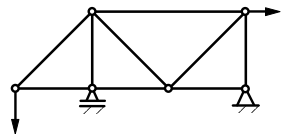
5 Schnittprinzip beim Stab

5.3 Einfaches ebenes Fachwerk; Stabkräfte



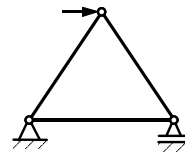
99

5.4 Fachwerk; Stabkräfte



100

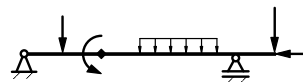
5.5 Fachwerk; Stabkräfte



103

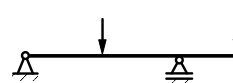
6 Schnittprinzip am Balken

6.1 Balken auf 2 Stützen mit Kragteil; Schnittgrößenverläufe



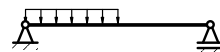
112

6.2 Balken auf 2 Stützen mit Kragteil und Einzelkraftbelastung; Schnittgrößenverläufe

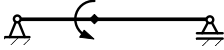
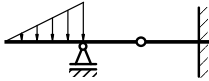
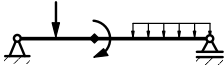
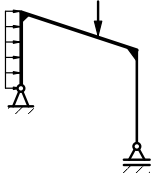
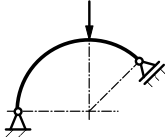
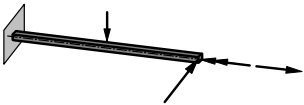
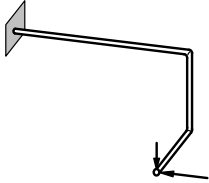
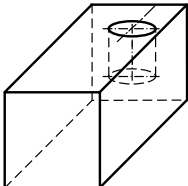


120

6.3 Balken auf 2 Stützen mit konstanter Streckenlast; Schnittgrößenverläufe

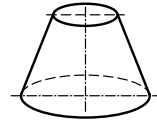


124

6.4	Balken auf 2 Stützen mit Belastung durch ein äußeres Moment; Schnittgrößenverläufe		127
6.5	Gelenkbalken mit dreiecksförmiger Streckenlast; Schnittgrößenverläufe		129
6	Schnittprinzip am Balken; punktweise Berechnung der Schnittgrößen		
6.6	Balken auf 2 Stützen; Schnittgrößenverläufe		134
6	Schnittprinzip am Rahmen		
6.7	Rahmen mit einem beweglichen Lager; Schnittgrößenverläufe		140
6	Schnittprinzip am Bogen		
6.8	Bogen mit einem beweglichen Lager; Schnittgrößenverläufe		145
6	Schnittprinzip bei räumlichen Systemen		
6.9	Räumlich belasteter Balken; Schnittgrößen		150
6.10	Räumlich gekrümmter Träger; Schnittgrößen		152
7	Massenschwerpunkt		
7.1	Quader mit eingesetztem Kunststoffzylinder; Schwerpunktkoordinaten		159

7 Volumenschwerpunkt

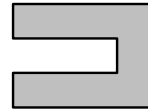
- 7.2 Kreiskegelstumpf; Schwerpunktkoordinate



161

7 Flächenschwerpunkt

- 7.3 Aus Grundformen aufgebaute Fläche; Schwerpunktkoordinaten



164

7 Linienschwerpunkt

- 7.4 Ebener Linienzug; Schwerpunktkoordinaten



165

7 Oberflächenberechnung von Rotationskörpern

- 7.5 Zylindrisches Gefäß; PAPPUS-GULDINSche Regel; Oberfläche



170

7 Volumenberechnung von Rotationskörpern

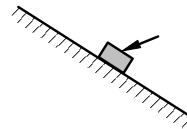
- 7.6 Drehsymmetrischer Ringkörper; PAPPUS-GULDINSche Regel; Volumen



171

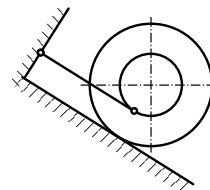
8 Haftung und Reibung

- 8.1 Masse an rauher Wand; Haftungskraft



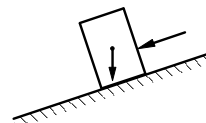
173

- 8.2 Masse auf rauher schiefer Ebene; Haftkraft zwischen Masse und schiefer Ebene

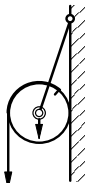
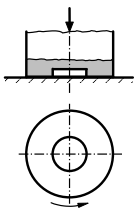
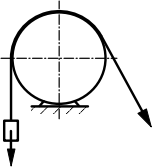
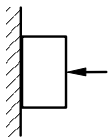
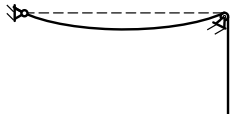
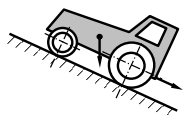
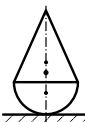


176

- 8.3 Walze auf rauher schiefer Ebene; Kräfte zwischen Walze und schiefer Ebene und Kraft im Seil; Haftungskoeffizient



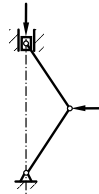
178

<p>8.4 Körper auf rauer schiefer Ebene; maximal mögliche Kraft F. Wann setzt Kippen ein?</p>		<p>179</p>
<p>8.5 Rolle an rauer Wand; maximal mögliche Kraft F</p>		<p>180</p>
<p>8.6 Ringspurzapfen; Grenzdrehmoment</p>		<p>181</p>
<p>8 Seilhaftung und Seilreibung</p>		
<p>8.7 Seil mit Haftung; Grenzen für die Kraft F</p>		<p>187</p>
<p>9 Biegeschlaffes Seil</p>		
<p>9.1 Über eine Rolle geführtes Seil; Länge des vertikalen Seilstückes</p>		<p>195</p>
<p>10 Standsicherheit</p>		
<p>10.1 Standsicherheit einer Zugmaschine auf geneigter Fahrbahn</p>		<p>200</p>
<p>10.2 Kippgefahr beim Stehaufmännchen</p>		<p>201</p>

11 Prinzip der virtuellen Verrückungen

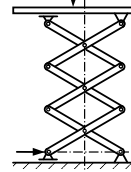
11.1 Kniehebelpresse; Kräfte im Gleichgewicht

211



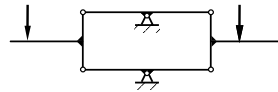
11.2 Scherenhebebühne; Hub- und Haltekraft

213



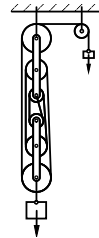
11.3 ROBERVALSche Waage; Kräfte im Gleichgewichtsfall

215



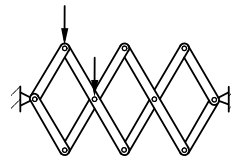
11.4 Flaschenzug; Gleichgewicht am Flaschenzug

216



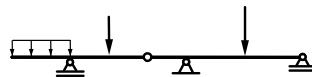
11.5 Scherenkonstruktion; Lagerreaktionen

218



11.6 Gelenkträger; Auflagerreaktionen

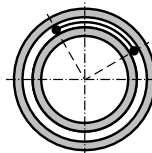
220



11 Stabilität einer Gleichgewichtslage

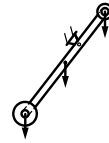
11.7 Ringkörper mit zwei miteinander verbundenen Massen; Stabiles Gleichgewicht?

223



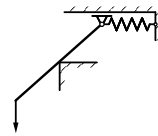
- 11.8 Stab mit zwei Gewichten; Stabile Gleichgewichtslagen?

225



- 11.9 Balken mit Feder; Kräfte im Gleichgewicht, stabiles Gleichgewicht?

226



Zur Technik des Aufgabenlösend: Ebenes, allgemeines Kräftesystem

- L.1 Lehrbeispiel: Scheibe mit vier Kräften in einer Ebene; Bestimmung der Kräfte für das Gleichgewicht

231

