

**OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 261**

**Zur Theorie
komplexer Funktionen**

**VON
Leonhard Euler**

Verlag Harri Deutsch

OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 261



Leonhard Euler
15.4.1707 - 18.9.1783

OSTWALDS KLASSIKER
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN
Band 261

Zur Theorie komplexer Funktionen
(1768–1783)

VON
Leonhard Euler

Herausgabe und Geleitwort
Hans Wulsting
Einführung und Anmerkungen von
Gottf. Jacobi-Kewitsch



Verlag Harri Deutsch

In Deutsche übertragen von
W. Purkert (Einführung und Anmerkungen),
H. Mann (I.), H. Müller und E. Thiele (II.),
O. Neumann (III. und V.), A. Wägern (IV.)
und E. Schmidtman (VI. und VII.)

Bibliographische Informationen über Deutsche Naturwissenschaftlichkeit

Die Deutsche Naturwissenschaftlichkeit verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliographische
Daten sind im Internet über <http://dnb.dnbl.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-3261-4

Jede Vervielfältigung außerhalb des Grenzen des Urheberrechtsschutzes ist ohne
Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für
Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und
Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren,
Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und
Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

© Wissenschaftlicher Verlag Mary Deutsch GmbH
Frankfurt am Main, 2007

1. Auflage Akademische Verlagsgesellschaft Gustav Fischer, Leipzig
2. Auflage 1996, 2007

Druck: Bantec - Buch Drucken GmbH, Schifflau
Printed in Germany

Inhalt.

Gelöbwort	6
Einführung	8
I. Herleitung der Formeln von Morere und Euler nach der Einleitung in die Analysis des Unendlichen	30
II. Über die Kontroverse zwischen den Herren Leibniz und Bernoulli über die Logarithmen negativer und imaginärer Zahlen	54
III. Betrachtungen über orthogonale Trajektorien	104
IV. Über die Abbildung einer Kugeloberfläche in einer Ebene	128
V. Über höchst bemerkenswerte aus dem Imaginären-Kalkül herstammende Integrationen	164
VI. Eine weitere Untersuchung über imaginäre Integrale	210
VII. Über die Werte der von $a=0$ bis $a=\infty$ erstreckten Integrale	294
Anmerkungen	330

Gelobwort

Es ist eine Blaupause für die traditionelle Reihe „Abwägen Klavieren der exakten Wissenschaften“, den 200. Geburtstag von Leonhard Euler am 18. September 1983 auf geliebteste Weise zu würdigen. Verlag, Herausgeber und Mitarbeiter an diesem Hof dürfen sich glücklich schätzen, Adolf Pawlowitsch Juschikowitsch, einen hervorragenden Mathematikhistoriker und herausragenden Kenner des Lebens und des Werkes von Euler als Gestalter dieser Euler-Edition gewonnen zu haben. Prof. Dr. Juschikowitsch ist mit Jahrzehnten an der Fortführung der russischen „Opera omnia“ (herausgegeben seit 1911) beteiligt, hat neben einer Vielzahl bedeutender Arbeiten über Euler den Artikel „Leonhard Euler“ im „Dictionary of Scientific Biography“ (Vol. IV, New York 1971, S. 367–383) verfaßt und, zusammen mit E. Winter, die hochinteressanten Bände „Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Herbstwechsel Leonhard Euler“ (3 Bände, Berlin 1959–1970) herausgegeben.

Nach gründlicher Überlegung und Prüfung hat Prof. Dr. A. P. Juschikowitsch aus Anlaß des Euler-Gedenkjahres 1983 Texte von Euler ausgewählt, die sich thematisch um die Theorie der Funktionen komplexer Variabler gruppieren, im 18. Jahrhundert ein mathematisches Forschungsgebiet von größtem Schwierigkeitsgrad, das gerade durch Euler um entscheidende Schritte vorangebracht werden ist. Diese nun in ihrem diskreten historischen Zusammenhang gebracht und hier nachgedruckten Arbeiten zeigen von Eulers Scharfsinn und visionärer Meisterschaft ebenso deutlich wie von seinem Streben nach möglicher Klarheit.

Zur Einreihung in den Thomaskomplex dieser Ausgabe hat Prof. Dr. A. P. Juschikowitsch eine sorgfältige Einleitung vorgelegt, die in einem ersten Teil wesentliche Elemente der Biographie Eulers enthält und in einem zweiten Teil die von Euler vorgeschaffene problemgeschichtliche Situation im Gebiet der Theorie der Funktionen komplexer Variabler in großen Zügen beschreibt. Eine Reihe Fälle historischer und mathematischer

landes Annahmen von A. P. Tischke weiter in den ausgewählten ersten Arbeiten erläutert den speziellen problemgeschichtlichen Zusammenhang und den von Fowler beschrittenen Lösungsweg.

Die Fowler-Texte werden, dem Anliegen der Reihe entsprechend, in deutscher Sprache wiedergegeben. Dabei ist, der besseren Lesbarkeit wegen, grundsätzlich die heutige Formschreibweise verwendet worden; im Formelhauptteil treten daher Unterscheid zum Original auf. Bei der Nummerierung der Arbeiten im Text und in den Annotationen wird die auf Korte'schem zurückgehende Zählung verwendet.

Kun herzlicher Dank geht an Frau Dr. E. Schramm (Leipzig), Frau H. Müller und die Herren Dr. sc. O. Neumann (Leipzig), Dr. sc. W. Parkert (Leipzig) und Dr. W. Tiersch (Halle), denen – sofern noch keine deutschsprachige Fassung vorlag – die Übersetzung der Fowler-Texte bzw. der Einführung von Prof. Dr. A. P. Tischke's württembergische Deutsche zu danken ist.

Leipzig, Sommer 1982

H. Wundt

Einführung

zur Sammlung von Aufsätzen L. Eulers zur Theorie der Funktionen komplexer Variabler

I

Der hier der Öffentlichkeit vorgelegte Band vom Ostwalds Klassikern umfasst vom zweihundertsten Todestag von Leonhard Euler, der 1983 begangen wird. Er enthält die wichtigsten Arbeiten Eulers zur Theorie der analytischen Funktionen. In dieser Einführung wird nach einem knappen biographischen Abriss kurz die Entwicklung der Lehre von den komplexen Zahlen und ihren einfachsten Funktionen von Euler dargestellt, und Eulers eigener Beitrag zu diesem Gebiet der Mathematik wird in gedrängter Form anrissen.

Leonhard Euler wurde am 15. April 1707 in Basel geboren. Den ersten Unterricht in Mathematik erhielt ihm sein Vater, der Pastor Paul Euler (1670–1745), der in seiner Jugend die Anfänge dieser Wissenschaft an der Universität Basel studiert hatte. Dort wurde sie damals von Jacob Bernoulli (1655–1705) vertreten, dem eifrigsten Jünger des Schöpfers der Differential- und Integralrechnung Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 bis 1716). Im Baseler Gymnasium, welches der kleine Euler besuchte, war der Unterricht denkbar schlecht, und in der Mathematik beschäftigte sich Johann Burckhardt (1691–1743), hauptsächlich Theologie, zusätzlich mit dem Jungen. Am 20. Oktober 1720 wurde der Knabe als Student der Artesfakultät der Universität Basel eingeschrieben – damals war ein so früher Beginn der Universitätsstudien keine Selbstenheit. Euler erwies sich bald als aktiver und befähigter Student, und seine mathematische Begabung zog die Aufmerksamkeit von Johann I. Bernoulli (1667–1748) hervor, der nach dem Tode seines älteren Bruders Jacob den Lehrstuhl für Mathematik innehatte. Euler beendete sich an philosophischen und historischen Disputationen und wurde bereits im Sommer 1722 Baccalaureus. Im Herbst des Jahres 1723 hielt der Wjahrgang Euler eine öffentliche Rede, in der er die philosophischen

Anschauungen von Descartes und Newton verglich, wurde ihm die Würde eines Magisters verliehen wurde.

Der Vater hatte die Hoffnung, daß der junge Mann Geistlicher werden würde wie er selbst und viele andere aus dem Geschlecht der Euler, welches sich Ende der 16. Jahrhunderts in Basel angesiedelt hatte; auch Eulers Mutter Margaretha geb. Brucker (1657–1733) stammte aus einer Pastorenfamilie. Euler begann mit Studien an der theologischen Fakultät, gab diese jedoch bald auf, um sich vollständig der Mathematik zu widmen. Die Vorlesungen auf diesem Gebiet waren höchst elementar und konnten ihm nicht viel helfen. Wie sich Euler in einer kurzen, von ihm im Dezember 1707 diktierten Autobiographie erinnert, ließ ihn Johann Bernoulli beim weiteren Studium der Mathematik, indem er ihm vorschlug, selbständig schwierigere Bücher zu studieren und an den Sommermonaten in seiner Wohnung gemeinsam die dabei aufgetretenen Fragen zu erörtern.¹ Euler wurde auch mit den mathematisch hochbegabten Söhnen seines Lehrers bekannt: Nicolaus II (1686 bis 1720), Daniel (1700–1782) und Johann II (1710–1790) = letzterer war vom Kommilitone an der Universität.

Die Studien mit Johann I. Bernoulli, dem zu jener Zeit wohl ersten Mathematiker in der Welt, wenn man den hochbegabten, schon viele Jahre nicht mehr schöpferisch tätigen Isaac Newton (1643–1727) nicht zählt, zeitigten binnen kurzen erste Früchte. In den Jahren 1706/27 trat Euler mit Arbeiten an die Öffentlichkeit, in denen er das Problem der reziproken Trajektorien untersuchte. Dieses Problem, welches darin besteht, Kurven zu finden, die eine gegebene ebene Kurvenstück unter einem gegebenen Winkel schneiden, wurde 1697 von Jakob Bernoulli gestellt. 1720 legte Nicolaus II. Bernoulli eine Variante des Problems vor: Man soll reziproke Trajektorien aufsuchen, welche zur selben Gattung von Liniem gehören wie die gegebene Kurvenstück selbst. Zur selben Zeit nahm Euler an einer Ausschreibung der Pariser Akademie der Wissenschaften

¹ Die deutsche Text dieses Autobiographes sowie von P. F. Scherzer in den „Sammlung vonparaplooidi Nougennu Nagra, Bd. 6, S. 77–77“ (Petersburg 1965) publiziert.

über die günstigste Art der Anordnung der Masten auf einem Schiff red. Dem Preis erhielt es nicht, aber seine Arbeit erhielt ein *accessit*¹⁾ d. h. es wurde durch die Akademie gutgeheißen und von ihr 1728 veröffentlicht. Später hat Euler nach Ural Preise sehr ein *accessit* für verschiedene Ausschreibungen der Pariser Akademie erhalten, nicht als irgendeiner seiner Zeitgenossen.

Unterdessen war es an der Zeit, an eine Anstellung zu denken. In der Schweiz unterzukommen war selbst für begabte Mathematiker fast unmöglich! An der kleinen Basler Universität hatte man nur eine Professorenstelle, und in den andern Städten war es noch nicht besser bestellt. Die Mathematiker wanderten in andere Länder ab, oder sie studierten zusätzlich ein anderes Fach — Medizin oder Jura usw. So erging es selbst Johann I. Bernoulli, der lange Professor in Göttingen war, bis in Basel die Stelle frei wurde, die man vorerst ohne älteren Bruder angesehen hatte (bis Verwandter Eulers und Schüler von Jacob Bernoulli, der beständige Mathematiker und bekannte Vertreter der Mechanik Jacob Hermann (1678—1733), blieb viele Jahre lang Vorlesungen in Padua und danach in Emsdorf (Oder); Nikolaus I. Bernoulli, 1687—1759, das Neffe des Bräutigam Jacob I. und Johann I. Bernoulli, erhielt nach einigen Jahren der Tätigkeit in Padua in Basel eine Professur für Logik und Recht; Johann II. wurde in Basel Professor der Beredsamkeit und nahm erst nach dem Tode seines Vaters dessen Lehrstuhl ein.

1725 erhielten Nikolaus II. und Daniel Bernoulli das Angebot, an der gerade erst durch Peter den Großen ins Leben gerufenen Petersburger Akademie der Wissenschaften zu arbeiten, wählten sie auch annahmten. Euler trat sich mit dem Wunsch, ihnen zu folgen, und im Herbst 1729 erhielt er die Berufung auf eine Adjunktstelle für Physiologie mit der Maßgabe, Methoden der Mathematik und Mechanik in dieser Wissenschaft anzuwenden. Er hat dennoch den Versuch gemacht, in Basel eine Anstellung zu erhalten, weil mit dem Tode des Professors der Physik

¹⁾ Eine solche Entscheidung = il. *Access.*

bei unermittelter einer Stelle vakant geworden war. Die Auswahl für eine vakante Stelle traf man damals mittels Losentscheid in einem Kreis ausgewählter Kandidaten. Euler selbst wurde zur Ausübung nicht zugelassen, wahrscheinlich wegen seiner Jugend. Wie sein Schweizer Biograph O. Späters schreibt, war dies ein Glück für ihn, weil sich ihm in Petersburg ein unermesslich breiteres Tätigkeitsfeld eröffnete.¹⁰ Am 5. April 1777 nahm Euler für immer Abschied von seiner Heimat, erreichte auf dem Rhodan Mainz, reiste dann zu Lande über Osnabrück (Mainz-Kusel) und Hamburg nach Lübeck, von dort auf dem Seeweg nach Petersburg, welches er nach 7 Wochen, am 24. Mai, erreichte.

Die erste Petersburger Periode im Leben Eulers verlief unter deutlich günstigen Bedingungen. Zum ersten hatte die Leitung der Akademie ihm erlaubt, sich hauptsächlich mit Mathematik und Mechanik zu beschäftigen. Zum zweiten befand er sich in der Umgebung talentvoller und talentierter Mathematiker, Astronomen, Physiker, Geographen, wodurch seine eigene Tätigkeit stimuliert wurde. Das waren die schon genannten Daniel Bernoulli, der sich bald seinen Namen durch seine Arbeiten zur angewandten Mathematik, insbesondere zur Hydrodynamik machte (Nicolaus II war schon vor Eulers Ankunft gestorben) und Jacob Hermann; das waren ferner der vielseitig begabte Christian Goldbach (1690–1764), der bedeutende Astronom Jovst-Nicolas Delisle (1688–1768) und andere. Nargends in der Welt waren zu jener Zeit in einem wissenschaftlichen Zentrum so viele mathematische Talente versammelt wie in Petersburg. Außerdem nahm Euler sehr bald den wissenschaftlichen Briefwechsel mit Gelehrten anderer Länder auf und lies in erster Linie mit Johann I. Bernoulli, in den er ihren ersten Brief am 16. November 1772 schickte; danach Korrespondenzen in ihrem einen Zeitraum von 20 Jahren. Zum dritten ergab sich in Petersburg die Möglichkeit, die zahlreichen von Eulers Feder fließenden Arbeiten zu publizieren. In der Aktivität bei der Publikationstätigkeit konnte sich nur die Pariser Akademie und der

¹⁰ Späters, O., *Lebenszeit Eulers*, Faksimile 940.—Götting 1929, S. 54.

Petersburger messen. Und schließlich war Euler materiell gut gestellt und konnte auch die Sprossen der akademischen Stufenleiter erklimmen: Im Alter von 24 Jahren erhielt er den Titel eines Professors der Physik, d. h., er wurde ordentliches Akademienmitglied, und 1733 nahm er die Stelle eines Professors der Mathematik ein, welche nach dem Weggang von Daniel Bernoulli an die Schweser (er) geworden war.

Euler begann in Petersburg unverzüglich eine intensive wissenschaftliche Tätigkeit. Spätestens am 5. August 1727 hielt er den ersten Vortrag in der Versammlung der Akademie (die Akademien führte zweimal wöchentlich Sitzungen durch, nach seit diesem Zeitpunkt bis zur Sitzung vom 15. September 1783, die drei Tage vor seinem Tode stattfand, enthalten die Protokolle dieser Sitzungen insbesondere häufig Vermerke über von ihm vorgelegte oder eingesandte Arbeiten, Vorschläge, Entschieden usw.). Die Petersburger Akademie führte nicht nur wissenschaftliche Forschungen durch, sondern sie führte auch vielfältige Aufträge der Regierung aus einschließlich der Herausbildung von Kadern der russischen wissenschaftlich-technischen Intelligenz, wofür an der Akademie ein Gymnasium und eine Universität eingerichtet worden waren. Euler beteiligte sich rings an solchen Unternehmungen der Akademie. Eine Reihe von Jahren arbeitete er viel an der Aufzucht von harten Bohnens, beschäftigte sich mit der Untersuchung von Problemen des Schiffbaus und der Navigation, beteiligte sich an verschiedenen technischen Experimenten. All dies übte natürlich auch einen Einfluß auf sein wissenschaftliches Schaffen aus. Für die Gymnasialisten an der Akademie schrieb er die „Einführung zur Rechenkunst“ (Petersburg, 1738) (F. 37 (O. 411—2), die auch in russischer Sprache herausgegeben wurde und die auf die späteren russischen Lehrbücher der Arithmetik einen großen Einfluß ausgeübt hat⁴).

4) Verwendungen der Art (F. 37 (O. 411—2)) beziehen sich aber nicht auf Fußnoten auf die Laus des Schöpfers Euler's: Encrebourn, G. Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers, Jahresbericht der DMV, 5. Band, 1. Teil, 1911, und auf die entsprechende Besprechung mit Handnummer (411—2) Seite III, Band 2 von Leonhard Euler's Opera omnia (ab 1911).

Mit dem Jahre 1728 begann die Herausgabe des jährlichen „Berichts“ der Akademie, die zuerst unter der Bezeichnung „Commentaire Academie scientiarum Imperialis Petropolitanae“, später unter verschiedenen anderen Bezeichnungen bis 1830 in lateinischer Sprache erschienen. Danach wurde Latein durch Französisch ersetzt und im weiteren durch Russisch. Die Arbeiten Eulers erschienen in den „Commentaire“, beginnend mit dem zweiten Band für das Jahr 1727 (erschienen 1729), und seit dieser Zeit sind ausnahmslos in allen Bänden bis zu Eulers Tod, und auch noch lange danach, bis 1830, Arbeiten von ihm abgedruckt. Euler lebte in Petersburg zunächst 14 Jahre. Er paßte sich gut an die Lebensumstände in dieser Stadt an, die sich im Klima und in den Lebensbedingungen doch stark von Basel unterschied. Es gelang ihm sogar, um mehr oder weniger befriedigendes Verhältnis mit dem Ratgeber der akademischen Kanzlei Johann Daniel Schumacher (1692-1761) herzustellen, einem selbstherrlichen und großen Bürokraten, der die Geschicke der Akademie leitete und dem die Akademiker fast monatlich eine heftige Antipathie entgegenbrachten. Die eigene wissenschaftliche Arbeit Eulers erstreckte sich in dieser Zeit auf verschiedenartige Richtungen von Mathematik und Mechanik, und bis 1751 hatte er ungefähr 85 Arbeiten zum Druck vorbereitet. Gedruckt waren ungefähr 50, darunter das zweibändige Werk „Mechanica sive motus secundum analytice expostit“ (Petersburg, 1736) (E II (Ö) II-1, 2), welches seine erste und höchst originelle Darstellung der Punktmechanik in der Sprache der Leibnizschen Differential- und Integralrechnung enthält. In diesen Jahren hat Euler viel Material für seine folgenden Schriften erarbeitet, deren Gesamtzahl 800 übertrifft (nicht gerechnet die bis heute unpublizierten Manuskripte, die im Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR aufbewahrt werden). Dabei ist besonders wert, daß die wissenschaftliche Akteivität und die Publikations-tätigkeit Eulers sich mit zunehmendem Alter nicht verringerten. Wenn man die unbedeutende Anzahl von Arbeiten ausschließt, denen Datierung unklar ist, ergibt sich folgende Verteilung seiner Arbeiten nach Jahrzehnten (ohne Berücksichtigung des Umfangs der Arbeiten):

1725-1734	37 - ca. 4 %
1734-1744	80 - ca. 10 %
1744-1754	150 - ca. 19 %
1754-1764	110 - ca. 14 %
1764-1774	145 - ca. 18 %
1774-1783	270 - ca. 35 %

Hierbei muß in Betracht gezogen werden, daß Euler ab 1755 die Möglichkeit erhielt, außer in den „Commentarii“ auch in den Berliner „Mémoires de l'Académie royale des sciences et des belles-lettres“ zu veröffentlichen, deren erster Band 1750 erschienen ist und zu Lehtzten Eulers ungefähr 560 seiner Arbeiten erschienen, die übrigen wurden postum veröffentlicht. Noch bewundernswürdiger sind die große Zahl und der Umfang der Publikationen nach dem Jahre 1760, als Euler sein Schreibvermögen fast vollständig eingebüßt hatte (auf dem rechten Auge war er mit Ende der dreißiger Jahre blind, wieder lesen noch schreiben konnte und seine Werke qualifizierten Mitarbeitern diktierte, die auch viele, häufig sehr komplizierte Berechnungen ausführten. Solche Mitarbeiter waren die Mitglieder der Petersburger Akademie Johann Albrecht Euler (überhaupt zehn dazugehört), Andreas Johann Lexell (1769-1786), Wolfgang Ludwig Kenff (1757-1812), Michael Golovan (1756-1780) und in den letzten Lebensjahren besonders Nikolaus Fuss (1755-1825), der später über 200 der postum veröffentlichten Aufsätze der großen Mathematiker für den Druck vorbereitet hat. Drei der genannten Personlichkeiten - Johann Albrecht Euler, Golovan und Fuss - waren direkte Schüler Eulers.

Alle diese statistischen Angaben sollen nicht die Tatsache verhehlen, daß die Hauptinteressen Eulers und viele seiner Vorhaben in jungen Jahren entstanden sind, wo dies meistens bei Mathematikern zu sein pflegt. Es ist unmöglich, nur nach der Zeit der Niederschrift oder gar der Publikation seiner Arbeiten auf die geistige Entwicklung Eulers zu schließen. Hier helfen die im Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR aufbewahrten Notizenbücher und Manuskripte sowie seine ungeheurer umfangreiche Korrespondenz, die leider nicht vollständig erhalten geblieben ist. Man besitzt ungefähr 2850 Briefe, davon

etwa 1000 von Euler selbst, es umfassen diese jedoch einige Hundert mehr sein.²⁾ Nach allen diesen Naturalien zu urteilen, hat sich Euler schon in Basel mit einer Reihe von Fragen der Zahlentheorie, Analysis, Pflanzmechanik und Hydrodynamik beschäftigt und in den frühen Jahren seiner Petersburger Zeit auch mit Problemen der Festkörpermechanik und der Theorie optischer Instrumente.³⁾ Euler ist im Verlaufe der Jahreszahlherrschaft auf diejenigen Aufgaben zurückgekommen, die einmal seine Aufmerksamkeit gefesselt hatten und die aus irgendwelchen Gründen bereits gelöst oder unvollständig gelöst worden waren. Zugleich zeichnete Euler sich auch in reicher Mäße durch Empfanglichkeit für neue Ideen und Methoden anderer Fachleute aus. Merkmalis Beispiel dafür sind seine Loterisimulationen zur mathematischen Physik, in denen er Arbeiten von Jean le Rond d'Alembert (1717–1783) weiterführte, zur Theorie der Mandelbewegung, die er unter dem Einfluß von Alexis Claude Clairaut (1713–1765) umgestaltete, oder zur Variationrechnung, die er auf vollkommen neuer Grundlage entwickelte, nachdem er mit den Entdeckungen von Joseph Louis Lagrange (1736–1813) bekannt geworden war.

In den dreißiger Jahren gestaltete sich das Leben Eulers in Petersburg in äußerst günstiger Weise. Petersburg wurde für ihn zur zweiten Heimat. Im Gegensatz zu vielen ausländischen Akademikern eignete er sich die russische Sprache gut an. Im Januar 1733 hat er sich mit Katharina Gsell (1707–1773, glücklich verheiratet), die war die Tochter von Georg Gsell (1672–1740), einem Knechtmeister an der Akademie der Wissenschaften, der ebenfalls aus der Schweiz stammte. Im gleichen Jahre wurde der schon erwähnte älteste Sohn Johann Albrecht

²⁾ L. Euler, Beschreibung, Beschreibung, Zusammenfassungen der Briefe und Verschiedenes, Hrsg. von V. F. Galkryck, Y. F. Smorony und W. Häberle (O.-V.A.-E.).

³⁾ H. K. Koch, G. K. Neuman über die unvollständigen Mannskriegs von Leonhard Euler, Sammelband über den Ehren des 200. Geburtstages Leonhard Eulers der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Sammelband, Mitteilungen: Eine wissenschaftliche Einführung von K. S. Kofler, Berlin 1984, S. 206–252.

(1735—1800) gehören. Euler erwarb ein unweit der Akademie gelegenes Haus. Sein jüngster Bruder, der Maler Johann Heinrich (1719—1759), der auch eine Anstellung an der Akademie erhalten hatte, nahm seinen Wohnsitz bei ihm. Aber zu Beginn der vierziger Jahre veränderte sich der ruhige Lebenslauf der Familie Euler.

Nachdem im Oktober 1750 die Zarin Anna Johannowna, eine Nichte Peters I., gestorben war, ging der russische Thron an den Sohn ihrer Nichte Anna Leopoldowna, Ivan VI. über, der damals ganze drei Monate alt war. Zwischen den zum Hofe gehörigen und militärischen Gruppierungen entbrannte ein Kampf um die Macht, von Palastrevolutionen begleitet. Für einige Zeit war Anna Leopoldowna Regentin, aber die Sympathien eines bedeutenden Teiles der Garde und der Bevölkerung gehörten Elisabetha, der Tochter Peters I. Die benennende Situation in Petersburg und insbesondere die Beunruhigung über das lebendige Ausland kommt in den folgenden Worten aus der bereits zitierten Autobiographie Eulers zum Ausdruck: „... und es bey der darauf folgenden Regentschaft ziemlich unruhlich auszu sehen began.“

Inzwischen plante König Friedrich II., der 1740 den preussischen Thron bestiegen hatte, das Niveau der auf Vorschlag von Leibnitz 1700 gegründeten preussischen Societas der Wissenschaften umschreiben zu lassen. Die Societas hatte unter Friedrich-Wilhelm I., dem Vater Friedrichs II., ein hochkünstlerisches Dasein geföhrt. Ab Juli 1750 trat Friedrich II. über zwei Gesandte in Petersburg in Verhandlungen mit Euler, um ihn nach Berlin zu bitten. Am 19. Juni 1751, einige Monate vor der nächsten Palastrevolution, in deren Ergebnis Elisabetha Petrowna Zarin wurde, verließ Euler mit seiner Familie zur See Petersburg, verbrachte 10 Tage in Stettin und trat am 25. Juli in Berlin ein, wo er neuer Abschnitt in seinem Leben begann.

In Berlin lebte Euler 25 Jahre, den größten Teil in einem Hause in der Behreustraße unweit des jetzigen Gebäudes der Komischen Oper (das Haus ist erhalten geblieben, und im Jahre 1907 wurde aus Anlaß des 200. Geburtstag Eulers dort eine Gedenktafel

angehört). Als im Sommer 1766 auf der Basis der vorhandenen Societäten der Wissenschaften und der Libentur die Académie royale des sciences et des belles-lettres gegründet wurde, zu deren Präsidenten Friedrich II. den bekannten französischen Gelehrten Pierre-Louis de Maupertuis (1698–1768) berief, übernahm Euler das Amt des Direktors der Mathematischen Klasse. Euler hatte mit Maupertuis ein sehr gutes Verhältnis. Er vertrat ihn regelmäßig bei der Leitung der Akademie, weil Maupertuis wegen seines schlechten Gesundheitszustandes oft und lange nach Frankreich verreiste.

Der Kreis der administrativen Obliegenheiten Eulers war sehr weit gezogen, er umfaßte den Bau eines Observatoriums, die Sorgen um den botanischen Garten, die Auswahl der Bediensteten usw. Euler führte, wie vorher in Petersburg, auch Aufträge der Regierung aus und beschäftigte sich dabei mit weiteren praktischen Fragen, die nicht selten aus theoretischen Untersuchungen ausgingen, wie mit der Verflößerung des Finow-Kanals zwischen Havel und Oder, mit der Einrichtung einer städtischen Läkerei usw. Besonders zu erwähnen ist seine Beschäftigung mit der Konstruktion astronomischer optischer Geräte, mit der Ballistik und auch mit der Theorie und Konstruktion von Wasserrädern, wozu ihm die Erfindung von Johann Andreas Segners (1704–1777) hydraulischer Maschine den Anstoß gab (einzelne Modelle dieser Maschine demonstriert man in der Schule mit der Bezeichnung „Segnersches Rad“). Um den Interessen der Könige entgegenzukommen, deren Begehrtheit zu einem beträchtlichen Teil durch Krüge in Anspruch genommen war, übertrug Euler das Werk des Mathematikers und Ingenieurs Benjamin Robins (1707–1751) über Ballistik aus dem Englischen, dessen Original 1742 erschienen war. Das Buch kam 1755 in Berlin unter dem Titel „Neue Grundsätze der Artillerie“ heraus (S. 77 (9–11–13)). Zahlreiche originale Erfahrungen und Konstruktionen Eulers erfüllten wesentlich den Wert des Buches; sie wurden später ins Englische und Französische übersetzt.

Eulers Tätigkeit in Deutschland beschränkte sich nicht auf den Rahmen der Berliner Akademie. Er übte einen bedeutenden Einfluß auf die Lehre der mathematischen und physikalischen

Wissenschaften an einer Reihe deutscher Universitäten aus. Dargestellt auf dem Wege persönlicher Gespräche bzw. durch den Briefwechsel mit den Professoren z. B. mit, der in Göttingen und Halle (Saale) wirkte, Wenzel Johann Gustav Kratzen (1732-1782) in Rostock bzw. Bützow, Martin Knutzen (1713-1751) in Königsberg, Abraham Gotthelf Kästner (1719-1800) in Leipzig. Von noch größerer Bedeutung war die Tatsache, daß sich die Autoren von Lehrbüchern für den Universitätsunterricht auf Eulers Schriften stützten.

Die wissenschaftsorganisatorische Tätigkeit Eulers erstreckte sich auch auf die Petersburger Akademie der Wissenschaften, deren auswärtiges Mitglied er während der gesamten Zeit seines Berliner Aufenthalts blieb und die ihm eine beträchtliche jährliche Pension zahlte. Er redigierte den mathematischen Teil ihrer „*Nouvelles Commentaires*“, unterhielt einen regen Briefwechsel mit ihrer Leitung und mit einzelnen Akademikern, kaufte für die Akademie Bücher und wissenschaftliche Geräte an, unterstützte die Gewinnung einer ganzen Reihe hervorragender ausländischer Gelehrter der verschiedensten Fachgebiete für die Akademie. Euler akzeptierte das in Rußland vorhandene Bedürfnis nach Kadern einer eigenen nationalen Intelligenz und leistete auch in dieser Beziehung Hilfe. Durch seine objektiven Gutachten über die hervorragenden physikalischen Arbeiten des größten russischen Gelehrten des 18. Jahrhunderts, Akademikmitglied Michail Vasiljevič Lomonosov (1711-1765), gab er diesem Rückhalt im Streit mit Schumacher, Semjon Kirillovič Kotelnikov (1723-1806), Stepan Jakovlevič Rumovskij (1736-1812) und der früh verstorbenen M. Sofronov (1729-1790) leiteten als junge Adjunkten der Petersburger Akademie einige Jahre im Hause Eulers in Berlin, wo sie zusammen mit Johann Albrecht unter Eulers Leitung die höheren Teile der Mathematik studierten. Die Akademiker Kotelnikov und Rumovskij, aber auch Johann Albrecht Euler, haben später eine bedeutende Rolle bei der Entwicklung der mathematischen Kultur in Rußland gespielt. Besonders sei hervorgehoben, daß auf Eulers Initiative hin die Petersburger Akademie die Organisation wissenschaftlicher Ausschreibungen in Angriff nahm. Als erstes Thema

wurde auf Empfehlung Eulers das Problem der Mondbewegung gewählt; die Beobachtungsdaten, so schon es, wichen von den Berechnungen ab, welche auf dem unverstellten Gravitationsgesetz Newtons beruhten, und dies zog das Newtonsche System der Himmelmechanik in Zweifel. Der Preis wurde, wiederum aufgrund eines Gutachtens Eulers, im Jahre 1751 Clairaut zugesprochen, der die Richtigkeit des Newtonschen Systems bestätigte, jenes Systems, an dem die genauesten Kenner des Problems — Clairaut selbst, d'Alambert und Euler — sämtlich einige Zeit gezweifelt hatten. Ein Clairauts Resultat, dem Euler anfangs mit Mißtrauen begegnete, zu prüfen, erlösete er eine eigene Theorie aus, die er in dem großangelegten Werk E. 187 (s. o.) niederlegte.²⁾

Aber die Hauptarbeit Eulers blieben wissenschaftliche Untersuchungen, die z. T. jene Forschungen unmittelbar fortsetzten, welche in Petersburg begonnen worden waren. So erschienen umfangreiche Monographien (ich gebe sie in der Reihenfolge des Publikationsdatums an): „Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietates gaudentes“ (Lausanne — Genf 1744, [E. 65 (O. 1-24)], die erste Monographie, welche speziell der Variationsrechnung gewidmet ist, die zweibändige „Introductio in analysin infinitorum“ (Lausanne 1748, II: 101-102 (O. 1-8, 9)], die durch Klarheit und Eleganz der Darstellung besticht, die zwei Bände der im Auftrag der Petersburger Akademie verfaßten „Scientia navalis seu tractatus de constructione ac dirigenda navibus“ (Petersburg 1750, [E. 110-111 (O. II-18, 19)], die „Theoria motus Lunaee exhibens omnes ejus inequalities“ (Berlin 1753) [E. 187 (O. II-23)], die in Berlin auf Kosten der Petersburger Akademie verlagten „Institutiones calculi differentialis“ [E. 212 (O. 1-10)], zu denen Euler einen ersten Plan

²⁾ Eulers Berliner Lebensabschnitt spiegelt sich in den drei Bänden eines Briefwechsels mit der Petersburger Akademie der Wissenschaften wieder, die Berlin und die Petersburger Akademie der Wissenschaften im Briefwechsel Leonhard Euler, Bd. I-III herausgegeben und eingeleitet von A. P. Jankovskij und E. Weiser unter Mitwirkung von P. Hoffmann und Ju. Ch. Kopylovskij, 1960 (1959-1976).